

<b>NOMBRE DE LA MATERIA</b>	<b>Introducción al Álgebra Moderna</b>
<b>NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN</b>	Universidad de Sonora
<b>UNIDAD ACADÉMICA</b>	Unidad Regional Centro
<b>DIVISIÓN ACADÉMICA</b>	División de Ciencias Exactas y Naturales
<b>DEPARTAMENTO ACADÉMICO QUE</b>	
<b>IMPARTE EL SERVICIO</b>	Departamento de Matemáticas
<b>LICENCIATURAS USUARIAS</b>	Matemáticas
<b>EJE FORMATIVO</b>	Profesional
<b>REQUISITOS</b>	Álgebra Superior I, Álgebra Lineal I
<b>CARÁCTER</b>	Obligatorio
<b>VALOR EN CRÉDITOS</b>	10 (4 Teoría/2 Laboratorio)

### Objetivo General

Familiarizar al estudiante con los conceptos fundamentales de las matemáticas e introducirlo en los métodos del álgebra abstracta, y, al mismo tiempo, proporcionarle algunas herramientas algebraicas que son necesarias en otras ramas de las matemáticas.

### Objetivos Específicos

Al terminar el curso, el alumno:

- Enunciará y comprenderá algunas de las paradojas de la teoría de conjuntos de Cantor.
- Será capaz de distinguir la teoría intuitiva de conjuntos de la teoría axiomática de conjuntos de Zermelo-Fraenkel.
- Enunciará y comprenderá el axioma de elección, así como algunas de sus equivalencias y entenderá su importancia en las matemáticas contemporáneas.
- Comprenderá los conceptos de relación, relación de orden y de función; dará ejemplos de ellos.
- Comprenderá el método de demostración por inducción y será capaz de hacer demostraciones usando este método.
- Enunciará y comprenderá los principales conceptos y teoremas de la aritmética de los números enteros.
- Entenderá y enunciará el concepto de grupo; dará ejemplos de estas estructuras.
- Entenderá el concepto de homomorfismo de grupos y su utilidad en la teoría de grupos
- Clasificará los grupos cíclicos de acuerdo a su número de elementos.
- Comprenderá el concepto de grupo de permutaciones y lo aplicará a estudiar algunos grupos de simetrías en el plano y en el espacio.

### Contenido Sintético

PRIMERA PARTE. Preliminares (35 Horas)

I. Conjuntos y relaciones (20 Horas)

- Deficiencias de la teoría de conjuntos de Cantor
- Los axiomas de la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel
- Operaciones con conjuntos
- Relaciones y funciones
- Relaciones de equivalencia y particiones
- Relaciones de orden
- Funciones y operaciones
- Productos cartesianos (definición general)
- El axioma de elección y el lema de Zorn
- Cardinalidad

II. Números naturales y números enteros (15 Horas)

- Los números naturales y los axiomas de Peano.
- Inducción matemática
- Los números enteros
- Algoritmo de la división
- Máximo común divisor
- Algunos teoremas importantes
- El teorema fundamental de la aritmética
- Congruencias módulo  $n$

**SEGUNDA PARTE. Introducción a la Teoría de Grupos (45 Horas).**

**III. Definición de grupo y ejemplos (8 Horas)**

- Operaciones binarias y asociativas.
- Semigrupos, monoides y grupos.
- Orden de un grupo
- Ejemplos de grupos
- El grupo de los enteros módulo  $Zn$ .
- El grupo multiplicativo  $Zp-\{0\}$ , para  $p$  primo.
- El grupo de las raíces  $n$ -ésimas de la unidad y su significado geométrico.
- Grupos de simetrías en el plano
- El grupo diédrico de orden  $2n$
- Grupos de simetrías en el espacio
- El grupo de los cuaternios de orden 8.

**IV. Subgrupos (2 Horas)**

- Ejemplos de subgrupos
- Clases laterales.
- Teorema de Lagrange

**V. Subgrupos normales y grupos cociente (5 Horas)**

- Definición de subgrupo normal y ejemplos.
- Teorema de caracterización para los grupos normales.
- Grupos cociente

**VI. Homomorfismos de grupos y teoremas fundamentales (10 Horas)**

- Homomorfismo, núcleo y propiedades.
- Teorema fundamental de homomorfismo.
- Isomorfismos y automorfismos
- Teoremas fundamentales de isomorfismo
- Teorema de correspondencia.
- Caracterización de los subgrupos de un grupo cociente.

**VII. Grupos cíclicos (5 Horas)**

- Generadores
- Teoremas de caracterización (caso finito y caso infinito)

**VIII. Grupos de permutaciones (15 Horas)**

Permutaciones (caso finito)

El grupo  $S_n$

Permutaciones cíclicas

Trasposiciones

Paridad y signo de una permutación

El grupo alternante  $A_n$

Generación de  $S_n$  y de  $A_n$

Aplicaciones: grupos de simetrías.

**Modalidad De Enseñanza**

El profesor promoverá la participación activa de cada uno de los alumnos del curso mediante talleres de resolución de problemas y a través de lecturas seleccionadas que involucren temas de teoría la teoría axiomática de conjuntos y la teoría de grupos o sus aplicaciones. Tales lecturas se pueden seleccionar de revistas de matemáticas de nivel licenciatura tales como Miscelánea Matemática (de la Sociedad Matemática Mexicana), The College Mathematical Journal, Mathematics Magazine, The American Mathematical Monthly (de la Mathematical Association of America), etcétera. Con esta

**Modalidades De Evaluación**

Se recomienda que el profesor del curso realice evaluaciones, a través de exámenes escritos, de cada una de las unidades del curso, las cuales se complementarán con trabajo extraclase que deberán realizar los alumnos, tales como tareas y talleres de ejercicios, prácticas de cómputo y proyectos de investigación que el profesor asigne a cada estudiante.

actividad se puede promover la realización de pequeños *proyectos de investigación* que podrían llevar a cabo los estudiantes, asesorados por el profesor, y los reportes respectivos serían parte de la calificación del curso. Es conveniente que también se programen en el semestre sesiones en el laboratorio de cómputo para que el profesor ilustre a sus alumnos algunos conceptos de la teoría de grupos mediante el uso de software computacional, tales como MAPLE o GAP.

### Perfil Académico Del Responsable

Se recomienda que el profesor cuente con una formación sólida en álgebra y tenga una idea clara de su importancia para otras ramas de las matemáticas, así como sus aplicaciones. De preferencia, que el álgebra sea su área de investigación y que maneje software de álgebra computacional, tales como MAPLE o GAP. Además, es conveniente que el profesor esté dispuesto a promover entre sus alumnos la realización de proyectos de investigación, adecuados para sus estudiantes, los cuales podrán iniciarse con lecturas seleccionadas, como ya se mencionó anteriormente.

### Bibliografía Básica

- Birkoff, G., Mac Lane, S., A Survey of Modern Algebra, Fourth Edition, McMillan, New York, 1977.
- Cohn, P. M., Algebra, Volume 1, John Wiley & Sons, Chichester, England, 1974 (Tercera Impresión, 1978).
- Eisenberg, M., Axiomatic Theory of Sets and Classes, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1971.
- Fraileigh, J. B., A First Course in Abstract Algebra, Sixth Edition, Addison Wesley, Reading Massachussets, 1999 (Reimpresión corregida, 2000).
- Halmos, P. R., Naïve Set Theory, D. Van Nostrand, Princeton, N. J., 1960.
- Herstein, I. N., Algebra Moderna, Trillas, 1980.
- Hungerford T. W., Algebra, Springer, New York, 1974 (Quinta reimpresión 1989).
- Gilbert, W. J., Modern Algebra with Applications, John Wiley & Sons, New York, 1976.
- Goldstein, L. J., Abstract Algebra: A First Course, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.
- Grove, L. C., Algebra, Academic Press, 1983.
- Jacobson, N., Lectures in Abstract Algebra, Volume I, D. Van Nostrand Company, New York, 1951 (Reimpresión, 1965).
- Klima, R. E., Sigmon, N., Stitzinger, E., Applications of Abstrat Algebra with MAPLE, CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, 2000.
- J. S. Rose, A Course in Group Theory, Dover, Mineola, N. Y., 1994.
- Rotman, J. J., A First Course in Abstract Algebra, Second Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2000.
- Rotman, J. J., An Introduction to the Theory of Groups, Fourth Edition, Springer, New York, 1995.
- Stillwell, J., Elements of Algebra. Geometry, Numbers, Equations, Springer, New York, 1994 (Segunda Impresión, 1996).
- Suppes, P. Axiomatic Set Theory, D. Van Nostrand, Princeton, N. J., 1960.
- Vargas, J. A., Algebra Abstracta, Limusa, 1988.
- Waerden, B. L. van der, Algebra, Volume I, Springer New York, 1991.
- Weiss, M. J., Dubisch, R., Algebra Superior, Limusa, 1987.