

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <b>NOMBRE DE LA MATERIA</b>       | <b>Geometría Diferencial I</b>           |
| <b>NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN</b>   | Universidad de Sonora                    |
| <b>UNIDAD ACADÉMICA</b>           | Unidad Regional Centro                   |
| <b>DIVISIÓN ACADÉMICA</b>         | División de Ciencias Exactas y Naturales |
| <b>DEPARTAMENTO ACADÉMICO QUE</b> |  |
| <b>IMPARTE EL SERVICIO</b>        | Departamento de Matemáticas              |
| <b>LICENCIATURAS USUARIAS</b>     | Matemáticas                              |
| <b>EJE FORMATIVO</b>              | Especializante                           |
| <b>REQUISITOS</b>                 | Geometría, Cálculo Dif. e Int. IV        |
| <b>CARÁCTER</b>                   | Optativo                                 |
| <b>VALOR EN CRÉDITOS</b>          | 10 (4 Teoría/2 Laboratorio)              |

### Objetivo General

Proveer al estudiante los elementos y las herramientas que son necesarias para el estudio de la geometría de curvas y superficies en  $\mathbf{R}^3$  y, al mismo tiempo, introducirlo al estudio de una área fundamental de las matemáticas, de intensa investigación en la actualidad.

### Objetivos Específicos

Al terminar el curso, el estudiante:

- Definirá el concepto de curva y calculará algunas
- Calculará las ecuaciones de Serret-Frenet para una curva en  $\mathbf{R}^3$
- Enunciará y demostrará el Teorema Fundamental para curvas en  $\mathbf{R}^3$
- Definirá el concepto de superficie
- Definirá el concepto de curvatura gaussiana y curvatura media de una superficie y calculará éstas para las superficies más comunes.
- Enunciará el teorema Egregium de Gauss y comprenderá su significancia en la geometría diferencial.
- Calculará las geodésicas de las superficies más comunes.
- Enunciará el Teorema Fundamental para superficies.

### Contenido Sintético

#### I. Preliminares (5 Horas)

Topología y geometría de  $\mathbf{R}^n$

Producto interior, norma, bases ortonormales, orientación, transformaciones ortogonales, movimiento rígido, convergencia, conjuntos abiertos y cerrados, conjuntos compactos, interior, exterior y frontera.

Funciones diferenciables en  $\mathbf{R}^n$

Rango, matriz de Jacobi, difeomorfismos, el teorema de la función implícita y el teorema de la función inversa.

#### II. Geometría de curvas en $\mathbf{R}^2$ y en $\mathbf{R}^3$ (15 Horas)

Parametrización de curvas

Curvas regulares, velocidad, orientación, reparametrización, el parámetro de longitud de arco.

Curvas planas, curvatura y teorema fundamental.

Curvas en  $\mathbf{R}^3$ ; curvatura y torsión; ecuaciones de Serret-Frenet.

Teorema Fundamental para curvas en  $\mathbf{R}^3$ .

Ejemplos.

#### III. Geometría de superficies en $\mathbf{R}^3$ (50 Horas)

1. Superficies regulares

Parametrización, coordenadas locales y ejemplos de superficies.

2. Reparametrizaciones; funciones de transición; funciones suaves en superficies.
3. Curvas en superficies y espacio tangente; primera forma fundamental (longitud, ángulos y área).
4. Orientación; campo normal unitario.
5. Función de Gauss y operador de forma; segunda forma fundamental
6. Curvatura gaussiana; curvatura media; puntos elípticos, hiperbólicos, parabólicos, planos y umbilicales.
7. Direcciones principales; curvas asintóticas y curvas de curvatura
8. Coordenadas ortogonales. Ejemplos
9. Isometrías; Teorema Egregium
10. Derivada covariante y símbolos de Christoffel
11. Geodésicas
12. Teorema fundamental para superficies.

#### IV. Estudio de curvas y superficies con Maple y/o Mathematica (10 Horas)

| Modalidad De Enseñanza  | Modalidades De Evaluación  |
|---|--|
| <p>El profesor promoverá la participación activa de cada uno de los alumnos del curso mediante talleres de resolución de problemas, sesiones en el laboratorio de cómputo y a través de lecturas seleccionadas que involucren temas relacionados directamente con la geometría diferencial. Tales lecturas pueden seleccionarse de revistas de matemáticas de nivel licenciatura tales como The College Mathematical Journal, Mathematics Magazine, The American Mathematical Monthly (de la Mathematical Association of America), etcétera. Con esta actividad se puede promover la realización de pequeños <i>proyectos de investigación</i> que podrían llevar a cabo los estudiantes, asesorados por el profesor, y los reportes respectivos serían parte de la calificación del curso.</p> | <p>Se recomienda que el profesor del curso realice evaluaciones, a través de exámenes escritos, de cada una de las unidades del curso, las cuales se complementarán con trabajo extraclase que deberán realizar los alumnos, tales como tareas y talleres de ejercicios, prácticas de cómputo y proyectos de investigación que el profesor asigne a cada estudiante.</p> |

#### Perfil Académico Del Responsable

Se recomienda que el profesor cuente con una formación sólida en geometría diferencial, de preferencia que ésta sea su área de investigación. Además, es conveniente que el profesor esté dispuesto a utilizar software computacional como apoyo para el curso de tal manera que se tengan sesiones en el laboratorio de cómputo para ilustrarle gráficamente, a sus alumnos, algunos de los conceptos vistos en la clase. De esta manera, es recomendable que el profesor tenga experiencia en el uso de sistemas de álgebra computacional tales como Maple o Mathematica

#### Bibliografía Básica

1. Carmo, M. P. do, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice Hall, Englewood, New Jersey, 1976.
2. Dubrovin, B. A., Fomenko, A. T., Novikov, S. P. *Modern geometry-Methods and Applications, Part I. The Geometry of Surfaces, Transformations Groups and Fields*, Second Edition, Springer, New York, 1992.
3. Hicks, N. J., *Notas Sobre Geometría Diferencial*, Editorial Hispano Europea, Barcelona, 1974.
4. Kreyszig, E., *Differential Geometry*, Dover, New York, 1991.
5. Marsden, J. E., Tromba, A. J., *Cálculo Vectorial*, Cuarta Edición, Addison-Wesley, Naucalpan, Mexico, 1998.

6. McCleary, J., *Geometry from a Differentiable Viewpoint*, Cambridge University Press, New York, 1994.
7. O'Neill B., *Elementos de Geometría Diferencial*, Limusa, México, D. F. 1972.
8. Singer, I. M., Thorpe, J. A., *Lecture Notes on Elementary Topology and Geometry*, Springer, New York, 1967.
9. Spivak, M., *Cálculo en Variedades*, Reverté, Arcelona, 1987.
10. Stillwell, J., *Geometry of Surfaces*, Springer, New York, 1992.
11. Struik, D. J., *Lectures on Classical Differential Geometry*, Second Edition, Dover, New York, 1988.