

NOMBRE DE LA MATERIA	Introducción al Análisis Matemático
NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN	Universidad de Sonora
UNIDAD ACADÉMICA	Unidad Regional Centro
DIVISIÓN ACADÉMICA	División Ciencias Exactas y Naturales
DEPARTAMENTO ACADÉMICO QUE IMPARTE SERVICIO	Departamento de Matemáticas
LICENCIATURAS USUARIAS	Licenciatura en Matemáticas
EJE FORMATIVO	Profesional
REQUISITOS	Taller de Matemáticas, Cálculo Diferencial e Integral III
CARÁCTER	Obligatorio
VALOR EN CRÉDITOS	10 (4 teoría /2 taller)

Objetivo General

El objetivo del curso es que el estudiante desarrolle la habilidad para entender y construir demostraciones matemáticas rigurosas, a la vez que alcanza un buen entendimiento y manejo de los conceptos y técnicas fundamentales del análisis y del cálculo basados en el método axiomático-deductivo. El contenido matemático del curso proporciona el contexto idóneo para el objetivo planteado ya que, como afirma M. Spivak, la investigación sobre "...los fundamentos del análisis fue el escenario en el cual se desarrollaron los modos modernos del pensamiento matemático...".

Objetivos Específicos

1. El estudiante conocerá las propiedades que caracterizan el Sistema de los Números Reales y sus consecuencias más importantes. En particular, se familiarizará con la crucial propiedad de completitud, su interpretación geométrica y sus implicaciones.
2. El estudiante manejará con soltura el concepto abstracto de función en general y en particular el de función de variable real, sus diferentes representaciones y sus clasificaciones, y se iniciará en la comprensión de la forma en que la evolución de estos conceptos durante el siglo XIX determinó el desarrollo del análisis matemático.
3. El alumno comprenderá las nociones matemáticas de límite y continuidad y aplicará estos conceptos para estudiar las propiedades fundamentales de funciones continuas en intervalos y los conceptos topológicos de compacidad y conexidad en el contexto de los números reales.
4. El estudiante conocerá las nociones de convergencia puntual y uniforme de sucesiones y series de funciones y su diferencia y podrá aplicar diversos criterios de convergencia. Así mismo, tendrá un primer acercamiento a los problemas relativos a la iteración de límites y a la forma en que estos problemas motivaron el desarrollo del análisis matemático durante el siglo XIX.

Contenido Sintético

CONTENIDO SINTÉTICO

I . Conjuntos y Funciones (Revisión de conceptos básicos).

Álgebra de conjuntos. Producto Cartesiano. Aplicaciones a la lógica: Cuantificadores.

Relaciones. Funciones. (Funciones Suprayectivas, Inyectivas y Biyectivas)

Cardinalidad de Conjuntos. (Propiedades de los Conjuntos Numerables)

II. El Sistema de los Números Reales.

Propiedades Básicas de los números reales (\mathbb{R} como un campo ordenado).

Diferentes clases de números reales: racionales e irracionales, algebraicos y trascendentes.

Axioma del Supremo y sus consecuencias. (Densidad de \mathbb{Q} , Existencia de raíces enésimas)

Construcción de \mathbb{R} a partir de \mathbb{Q} (Cortaduras de Dedekind, Unicidad de \mathbb{R} como Campo Ordenado Completo).

III. Sucesiones y Series Numéricas.

Discusión intuitiva. Definición Rigurosa. Ejemplos elementales y límite de algunas sucesiones importantes.

Operaciones con sucesiones y convergencia.

Divergencia al infinito.

Orden de convergencia: los símbolos o , O , \sim

Sucesiones monótonas acotadas. Definición y discusión de conceptos de limsup y liminf. Subsucesiones y convergencia.

Sucesiones de Cauchy.

Definición, notación, convergencia y divergencia de Series Infinitas. Teoremas básicos de convergencia de series.

Convergencia o divergencia de series notables: geométrica, armónica, p-serie, etc.

Criterios de Convergencia: de Cauchy, de Comparación, de la Razón, del Cociente, de la Integral.

IV. Continuidad de Funciones.

Noción intuitiva de Continuidad de una función en un punto. Definición con sucesiones; Ejemplos.

Definición $\epsilon - \delta$; Ejemplos (funciones racionales, trigonométricas). Comparación y equivalencia.

Continuidad de combinaciones algebraicas y de la composición de funciones continuas.

Teoremas del Valor Intermedio (TVI) y del Valor Extremo. Consecuencias del TVI (existencia de puntos fijos, raíces enésimas, etc.). Funciones Inversas y el TVI.

Continuidad Uniforme. Propiedades de las funciones uniformemente continuas.

V. Límite de Funciones.

Definición con sucesiones. Caracterización $\epsilon - \delta$. Ejemplos y casos importantes.

Límite de combinaciones algebraicas y de la composición de funciones.

Límites laterales. Límites al infinito.

VI. Introducción a las Sucesiones y Series de Funciones.

Definición de convergencia y de radio e intervalo de convergencia de una Serie de Potencias. Ejemplos.

Definición de Convergencias Puntual y Uniforme de sucesiones de funciones. Ejemplos. Consecuencias de la convergencia uniforme (paso al límite).

Convergencia Uniforme de Series de Funciones: Definición, Criterios de Cauchy y M de Weierstrass.

Convergencia Uniforme y no uniforme de algunas Series Trigonométricas.

Modalidad De Enseñanza	Modalidades De Evaluación
<p>La dinámica central del curso estará centrada no en la exposición sistemática de los temas por el profesor, sino en la participación de los estudiantes (individualmente y en grupo) en: i) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos, ii) la resolución de problemas formulando y analizando sus conjeturas, y iii) la práctica de la comunicación formal (escrita y oral) de resultados.</p>	<p>Se realizarán por lo menos tres exámenes escritos: dos parciales y uno final. Además de la participación en clase, se tomará también en cuenta para la evaluación el cumplimiento puntual de los trabajos asignados para realizarse en casa, así como la participación en actividades extraclase (seminarios, congresos, etc.) relacionadas con la materia. Adicionalmente el estudiante deberá realizar ante el grupo una o dos presentaciones orales durante el semestre sobre un tópico acordado con el profesor y deberá realizar un reporte por escrito sobre uno o varios artículos especializados o de divulgación que profundice, generalice o aplique alguno de los temas desarrollados en el curso.</p>

Perfil Académico Del Responsable

Se recomienda que el profesor posea las siguientes características:

Cuente con una sólida formación en Análisis Matemático y en alguna disciplina relacionadas con esta área, de tal forma que cuente con una visión amplia de las aplicaciones del análisis. Dado el papel clave que se pretende que tenga esta materia en la formación del matemático, se requiere que el profesor tenga experiencia en la enseñanza de por lo menos dos de los cuatro cursos de cálculo que se llevan en la carrera.

Bibliografía Básica

1. Apostol, T. M., *Mathematical Analysis*. Second Edition, Addison-Wesley, 1974.
2. Bartle, R. G. and Sherber, D. R., *Introduction to Real Analysis*. John Wiley, 1982.
3. Boas Jr, R. P., *A Primer of Real Functions*. The Carus Mathematical Monographs No. 13, 4th Edition, The Mathematical Association of America, 1996.
4. Bressoud, D., *A Radical Approach to Real Analysis*. Classroom Resource Materials Series No. 2, The Mathematical Association of America, 1994.
5. Burkill, C. W. and Knudsen, J. R.; *Real Variables*. Holt, Rinehart & Winston, 1969.
6. Byant, V., *Yet Another Introduction to Analysis*. Cambridge University Press, 1990.
7. Chapman, Ch. P., *Real Mathematical Analysis*. Springer-Verlag, 2002.
8. Cohen, L. and Ehrlich, G., *The Structure of the Real Number System*. Van Nostrand, 1963.
9. Laczkovich, M., *Conjecture and Proof*. Classroom Resource Materials, The Mathematical Association of America, 2001.

10. Lay, S. R., *Analysis with an Introduction to Proof*. Prentice Hall, 2000.
11. Marsden, J. E. and Hoffman, M. J., *Elementary Classical Analysis*. 2nd Edition, W. H. Freeman, 1993.
12. Niven, I. M., *Numbers: Rational and Irrational*. New Mathematical Library No. 11, The Mathematical Association of America, 19??.
13. Ross, K. A., *Elementary Analysis: The Theory of Calculus*. Springer-Verlag, 1980.
14. Rudin, W., *Principles of Mathematical Analysis*. Third Edition, McGraw-Hill, 1976.
15. Russell, Gordon A., *Real Analysis, A First Course*. 2nd Edition, Addison-Wesley, 2002.
16. Stahl, S., *Real Analysis, A Historical Approach*. John Wiley, 1999.
17. Spivack, M., *Calculus*. 3rd Edition, Publish or Perish, 1994.