

NOMBRE DE LA MATERIA	Probabilidad Avanzada
NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN	Universidad de Sonora
UNIDAD ACADÉMICA	Unidad Regional Centro
DIVISIÓN ACADÉMICA	División Ciencias Exactas y Naturales
DEPARTAMENTO ACADÉMICO QUE IMPARTE SERVICIO	Departamento de Matemáticas
LICENCIATURAS USUARIAS	Licenciatura en Matemáticas
EJE FORMATIVO	Especializante
REQUISITOS	Análisis Matemático I, Probabilidad
CARÁCTER	Optativo
VALOR EN CRÉDITOS	10 (4 teoría /2 taller)

Objetivo General

El objetivo del curso es que el estudiante conozca y aprenda a utilizar, a un nivel moderadamente avanzado, algunos de los métodos y técnicas de la teoría de probabilidad moderna (en el marco de la teoría de la medida),

Objetivos Específicos

Al finalizar el curso, el estudiante:

- Estará familiarizado con el espacio de probabilidad como el modelo matemático de los fenómenos aleatorios y podrá formular en términos de este modelo los problemas relativos a aquellos fenómenos.
- Comprenderá las nociones de independencia y dependencia probabilísticas y sabrá utilizar sucesiones de variables aleatorias independientes para modelar fenómenos que se realizan en etapas de manera independiente y estudiar su comportamiento límite o asintótico.
- Comprenderá y sabrá aprovechar la interrelación existente entre la teoría de probabilidad y otras ramas de la matemática como el análisis, la teoría de la medida, la teoría de funciones de variable compleja, las ecuaciones diferenciales.
- Conocerá algunas aplicaciones importantes de la teoría de probabilidad a otras disciplinas científicas como la física, la biología, la química y la economía.

Contenido Sintético

I. Conjuntos y Eventos.

- Álgebra de conjuntos y álgebra de funciones indicadoras.
- Límites de sucesiones de conjuntos. Sucesiones monótonas.
- Clases de Conjuntos: semiálgebras, álgebras, σ -álgebras, clases monótonas.
- σ -álgebras generadas por una familia de conjuntos. Conjuntos Borelianos en la recta real.

II. Espacios de Probabilidad y Variables Aleatorias.

- Propiedades y definiciones básicas.
- Construcción de espacios de probabilidad. Teorema de Extensión.
- Variables aleatorias, vectores aleatorios y procesos estocásticos.
- Medidas de probabilidad, variables aleatorias y funciones de distribución.

III. Independencia.

- Independencia de eventos, de variables aleatorias, de familias de eventos y de familias de variables aleatorias: definiciones y resultados básicos.
- Eventos Cola y Ley 0-1 de Kolmogorov.
- Lema de Borel-Cantelli.

IV. Integración y Esperanza Matemática.

- Espacios y funciones medibles. Espacios de medida.
- Integral con respecto a una medida: Definición, propiedades básicas, teoremas de convergencia.
- Espacios producto y el Teorema de Fubini.

Espacios de funciones integrables: Espacios L_p .

V. Convergencia de Sucesiones de variables aleatorias.
Convergencia casi segura y convergencia en probabilidad.

Convergencia en L_p .

Relaciones básicas entre los diferentes tipos de convergencia.

VI. Leyes de los Grandes Números.

Ley débil de los grandes números.

Convergencia de Series.

Ley fuerte de los grandes números.

Aplicaciones.

VII. Convergencia en Distribución y el Teorema Central del Límite.

Funciones Características: Definición y propiedades básicas,.

La fórmula de inversión de Levy.

Convergencia débil de distribuciones.

El Teorema de Representación de Skorokhod.

Compacidad Secuencial y Cohesión (tightness) de familias de distribuciones. Lema de Helly-Bray.

Teorema de convergencia de Levy.

Teorema central del límite.

Modalidad De Enseñanza

La dinámica central del curso estará centrada no en la exposición sistemática de los temas por el profesor, sino en la participación de los estudiantes (individualmente y en grupo) en: i) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos, ii) la resolución de problemas formulando y analizando sus conjeturas, y iii) la práctica de la comunicación formal (escrita y oral) de resultados.

Modalidades De Evaluación

Además de tres exámenes parciales escritos, el alumno entregará al finalizar el semestre, un reporte escrito donde se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor al iniciar el segundo tercio del semestre; este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

Perfil Académico Del Responsable

Se recomienda que el profesor tenga una sólida formación matemática y amplia experiencia en teoría de probabilidad.

Bibliografía Básica

Williams, D., *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991.

Resnick, Sidney I., *A Probability Path*, Birkhäuser, 2001.

Billingsley, P., *Probability and Measure*, John Wiley & Sons, 1995.

Ash, Robert B. and Doléans-Dade, C. A., *Probability and Measure Theory*, Academic Press, 2000.