

BIBLIOTECA CIENCIAS
EXACTAS Y NATURALES

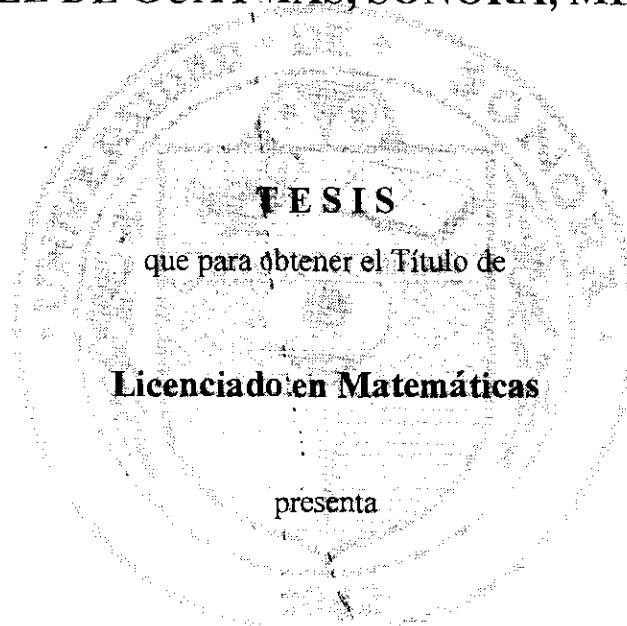
GB1199.4.M6
.B67



15/T133

UNIVERSIDAD DE SONORA
DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

**EL MODELO MATEMÁTICO *SHARP* PARA EL ESTUDIO
DE LA INTRUSIÓN SALINA EN EL ACUÍFERO DEL
VALLE DE GUAYMAS, SONORA, MÉXICO**



Guadalupe Borgo Valdez

RESERVA

99.4.M6

Hermosillo, Sonora

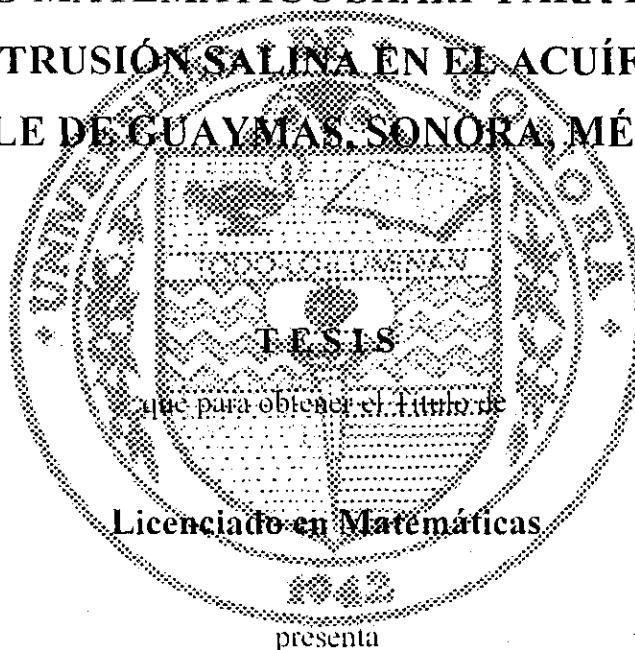
Mayo de 1998

UNIVERSIDAD DE SONORA
DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



EL
FOLIO
DE
DE
BIL

**EL MODELO MATEMÁTICO *SHARP* PARA EL ESTUDIO
DE LA INTRUSIÓN SALINA EN EL ACUÍFERO DEL
VALLE DE GUAYMAS, SONORA, MÉXICO**



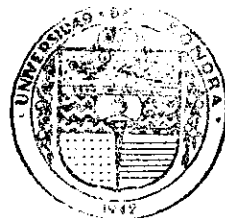
Licenciado en Matemáticas

presenta

Guadalupe Borgo Valdez

Hermosillo, Sonora

Mayo de 1998



EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA
DEPARTAMENTO
DE MATEMATICAS
BIBLIOTECA

A mi padre,

Jesús Carlos Borgo Miranda,

A mi amigo,

Baltazar Alatorre Luna;

donde estén, yo sé que me acompañan.

Agradezco a:



EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA
DEPARTAMENTO
DE MATEMATICAS
BIBLIOTECA

Dios, por todo.

La *Universidad de Sonora*, en particular al *Departamento de Matemáticas*, por la formación profesional recibida y a los *Departamentos de Geología y Agricultura y Ganadería*, por haberme adoptado como parte de su comunidad.

Mi familia, por todo su apoyo; en especial, a *Mi Madre*.

Fernando Ávila Murillo, por haberme involucrado en el fascinante mundo de la Hidrología.

José Castillo Gurrola, por sus consejos y su paciente, valiosa y desinteresada ayuda para realizar este trabajo.

Eva Lourdes Vega Granillo, por su amistad, sus consejos y su gran colaboración e interés durante el desarrollo del trabajo.

Mis amigos *Francisco Armando Carrillo Navarro* y *Rodrigo González González*, por la asesoría académica que me brindaron.

Pedro Ignacio Loera Burnes, por estar conmigo y apoyarme en los momentos difíciles.

Arturo Ordaz Álvarez, por estar siempre pendiente.

Rafael Navarrete Borgo, por hacer las figuras que le pedí.

Claudio y José Luis, por los mapas que elaboraron.

Juan Pablo y Heriberto, por aguantarme en las salidas al campo.

Mis compañeros de trabajo, por demostrarme su interés y solidaridad durante todo este tiempo.

CONTENIDO

	Página
I. INTRODUCCIÓN.	1
I.1* Justificación del estudio.	3
I.2 Objetivos.	3
I.3 Materiales y métodos.	4
II. ESTUDIO DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS EN HIDROGEOLOGÍA.	6
II.1 El agua subterránea en la Tierra, en México y en Sonora.	6
II.2 Estudio e investigación sobre aguas subterráneas.	8
II.3 Definición de modelo.	13
II.4 Tipos de modelos.	13
II.5 Los modelos matemáticos.	14
II.5.1 Toma de datos.	17
II.5.2 Preparación y ajuste.	18
II.5.3 Explotación del modelo en la toma de decisiones.	18
III. EL MODELO <i>SHARP</i> .	20
III.1 Fundamentación matemática del modelo.	21
III.1.1 Términos de frontera.	27
III.1.2 Términos de filtración.	29
III.1.3 Las ecuaciones integradas.	31
III.1.4 Forma numérica de las ecuaciones de flujo de agua dulce y agua salada.	33
III.1.5 Aproximaciones de diferencias finitas de las derivadas espacial y temporal.	33
III.1.6 Fuentes y sumideros.	35
III.1.7 Trayectoria de la cima y base de la interfase.	36
III.1.8 Cálculos de filtración.	43
III.1.9 Ecuaciones de flujo discretizadas.	46
III.1.10 Solución de las ecuaciones de flujo acopladas.	48
III.2 El procedimiento fuertemente implícito (SIP).	49
III.2.1 Convergencia del SIP.	50
III.2.2 Parámetros de iteración.	50
III.2.3 Factor de relajación.	52
III.3 Descripción del programa.	52
IV. ELABORACIÓN DEL MODELO CONCEPTUAL PARA EL ACUÍFERO DEL VALLE DE GUAYMAS, SONORA.	58
IV.1 Características generales de la zona de estudio.	58
IV.2 Geometría del acuífero.	60
IV.3 Parámetros hidrogeológicos del acuífero.	61
IV.4 Régimen de bombeo.	64
V. CONCLUSIONES.	65
VI. RECOMENDACIONES.	67
APÉNDICE: EJEMPLO DE UNA CORRIDA DEL PROGRAMA <i>SHARP</i> .	68
BIBLIOGRAFÍA.	87

I. INTRODUCCIÓN

El agua subterránea es la más importante fuente de agua dulce del planeta, excluyendo los casquetes polares y los glaciares. La cantidad de agua subterránea hasta una profundidad de 800 metros es unas 30 veces superior a la cantidad de agua dulce de los lagos y pantanos y alrededor de 3,000 veces la cantidad de agua superficial que se encuentra en ríos, presas y canales.

Históricamente, las aguas superficiales han recibido mayor atención respecto al desarrollo y uso en la agricultura. Esto era debido a la relativa facilidad de su obtención a partir de los ríos próximos a llanuras aluviales, para el riego y el almacenamiento.

Durante los últimos 100 años el desarrollo de los motores de combustión interna, motores eléctricos y bombas sumergibles ha puesto de manifiesto una nueva fuente de agua: la subterránea, pero ha sido en los últimos 60 años que las ciencias de la geología e hidrología se han fundido para producir los necesarios conocimientos de base para estudiar las fuentes y estimar los recursos de agua subterránea. Una de las principales dificultades que hubo en el pasado fue la localización de aguas subterráneas; esto actualmente no es un problema aunque las técnicas de investigación y explotación pueden ser mejoradas. El más importante problema en la actualidad es determinar la cantidad y calidad del agua, así como aprender a manejar los recursos de acuerdo con los principios de hidrología.

La gestión de los sistemas acuíferos generalmente depende o es controlada por gran número de personas u organismos responsables. El camino óptimo para conseguir beneficios regionales a largo plazo es considerar su manejo desde el punto de vista de un sistema en conjunto.

En algunas cuencas, el agua subterránea es un recurso renovable, aunque la alimentación natural puede estar limitada en tiempo y espacio.

La principal ventaja del empleo de aguas subterráneas, la constituye la gran cantidad de agua almacenada en el depósito subterráneo. El hombre tiene el papel responsable en las decisiones y puede escoger el valor de la extracción, bien en grandes cantidades que excedan a la recarga durante cortos periodos de tiempo, bien en cantidades iguales a la recarga anual, o bien, en cantidades óptimas basadas en las características cuantitativas del acuífero y los cambios en alimentación y descarga. Estas decisiones requieren un conocimiento completo y una complicada determinación de la magnitud de las variaciones en los diversos componentes hidrológicos.

En la determinación de los recursos en agua subterránea, el hidrólogo debe relacionar el bombeo con el nivel de agua y su variación en espacio y tiempo. Las características hidrogeológicas, las dimensiones del acuífero, incluyendo la existencia de capas semipermeables, y las condiciones en los límites, son primordiales en el establecimiento de relaciones causa-efecto.

Una descripción cuantitativa de las propiedades hidrogeológicas es requisito para evaluar los depósitos de agua subterránea y para predecir las consecuencias de la utilización de los acuíferos.

Los planes para la utilización de los recursos subterráneos deben incluir el análisis de todos los esquemas posibles de desarrollo o explotación y una estimación de los méritos relativos de cada una de las alternativas.

La circulación del agua subterránea se ha descrito matemáticamente mediante ecuaciones derivadas parciales, que son aceptadas y comprendidas por los hidrogeólogos. Dichas ecuaciones se han aplicado principalmente a acuíferos relativamente uniformes, con una geometría y unas condiciones en los límites muy simples, adaptables en su mayor parte a acuíferos de limitada extensión (Harshbarger, 1971).

Las computadoras han proporcionado al hidrogeólogo el medio de resolver más eficazmente los problemas y evaluar los recursos subterráneos y se ejemplificará en este trabajo el modelo SHARP, aplicado al acuífero del Valle de Guaymas, Sonora, México.

El citado acuífero es uno de los depósitos subterráneos que ha sufrido una fuerte explotación en los últimos 40 años con alrededor de 200 pozos profundos, con una extracción anual promedio de 157.5 millones de metros cúbicos, en contraste con una recarga anual menor de 100 millones de metros cúbicos.

I.1 Justificación del estudio. El agua subterránea es un recurso natural renovable pero escaso, principalmente en nuestro Estado; este problema se ve acrecentado con la sobre explotación, provocando en el caso de los acuíferos costeros, la entrada de agua del mar hacia el continente; esto provoca que las tierras no se puedan utilizar y que los agricultores dejen abandonados sus campos produciéndoles problemas económicos, por lo que es importante el estudio de los modelos matemáticos aplicados a la intrusión salina.

Para poder atacar esta problemática, es necesario conocer el comportamiento del acuífero y, principalmente, qué tanto se ha introducido el agua salada para poder planear la explotación de la parte útil y aprovechar al máximo el agua disponible sin perjudicar la reserva de agua. Esto se logrará elaborando el modelo conceptual del acuífero y posteriormente aplicando el modelo matemático SHARP.

I.2 Objetivos. En general, se pretende hacer una revisión bibliográfica no exhaustiva sobre el uso de modelos matemáticos aplicados a la hidrología subterránea.

Además, se estudiará la fundamentación matemática del modelo SHARP para aplicarlo, en la medida de lo posible, en el caso particular del acuífero del Valle de Guaymas,

Sonora, en el cual el agua de mar ha avanzado de una manera considerable provocando problemas muy graves en la agricultura.

Se elaborará el modelo conceptual del acuífero del Valle de Guaymas el cual sentará las bases para posteriormente, aplicar el modelo SHARP en sus siguientes etapas y se ejemplificará una corrida del programa.

I.3 Materiales y métodos. El presente constituye la etapa inicial del proyecto de investigación intitulado: "Desarrollo de un modelo matemático para determinar el avance de la intrusión salina en el Valle de Guaymas, Sonora". En esta investigación se hizo una revisión bibliográfica sobre el uso de los modelos matemáticos en la hidrogeología y se estudió en particular el funcionamiento del modelo SHARP, el cual se maneja para conocer el avance de la intrusión de agua de mar a un acuífero costero de agua dulce; se analizó su aplicación sólo en la fase conceptual al acuífero del Valle de Guaymas, Sonora dado que las siguientes etapas, que son la construcción del modelo SHARP y el estudio geofísico del avance de la intrusión salina por medio de resistividades eléctricas, llevará aproximadamente un periodo de un año y medio más.

La construcción del modelo conceptual consistió en dibujar la geometría del acuífero, discretizando el espacio por medio de una malla de nodos, cada uno de dos kilómetros de lado; localizar las fronteras impermeables, de carga variable o constante; hacer planos para la localización geográfica de los pozos y la suma de extracciones de pozos por nodo, para poder darle los valores de bombeo; elaborar las bases de datos para manejar la información sobre transmisividad, coeficiente de almacenamiento, recargas y las piezometrías de 1968 a 1996.

Se trabajó en un equipo multidisciplinario que comprende los Departamentos de Matemáticas, Geología, Ingeniería Civil y Minas y Agricultura y Ganadería de la Universidad de Sonora con la colaboración de la Universidad Tecnológica de Michigan, participando el Dr.

Alex S. Mayer como asesor en el uso de los modelos de intrusión salina y con el apoyo financiero del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología del Gobierno de México.

Durante los meses de Junio a Noviembre de 1997 se efectuaron varias visitas de campo al Valle de Guaymas para conocer los niveles estáticos, es decir, la piezometría de cada pozo, muestrear y analizar el agua de los pozos y tomar "in situ" otros parámetros físicos y químicos, tales como: coordenadas UTM con un posicionador de satélite (GPS), pH, conductividad eléctrica, salinidad, temperatura del aire y del agua y características del equipo de bombeo; lo anterior permitió conocer las características generales del distrito de riego, el equipo de bombeo que se utiliza en este acuífero y el manejo de los instrumentos de medición de los parámetros geohidrológicos.

También se revisó la información generada por la Comisión Nacional del Agua, sobre la piezometría y calidad del agua de los últimos treinta años, así como los diferentes estudios que se han desarrollado en este acuífero lo que nos permitió valorar su situación de sobre explotación, localizar las zonas en donde se presentan los conos de abatimiento por debajo del nivel del mar, identificar el daño irreversible por la intrusión del agua de mar y detectar anomalías en el uso y manejo del agua por parte de los usuarios y administradores.

Los materiales utilizados fueron: computadora con procesador 586, 16 MB en RAM, disco duro de 2.5 GB, softwares (FORTRAN, SHARP, INTERNET, SURFER, AUTOCAD, WINDOWS), planos, cartas topográficas, geológicas e hidrológicas de escala 1:50 000 y 1:250 000, sondas para medir el nivel piezométrico, Posicionador Geográfico por Satélite (GPS), potenciómetro, termómetro, cronómetro, escuadra para estimar el gasto, conductivímetro y unidades móviles para el traslado y recorrido en el valle.

II. ESTUDIO DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS EN HIDROGEOLOGÍA

II.1 El agua subterránea en la Tierra, en México y en Sonora. El agua en la Tierra.

Los grandes almacenamientos de agua están formados por los océanos que ocupan un 96 %, hielo (casquetes glaciales y nieves eternas) con un 1.7 %, las aguas subterráneas con otro 1.7 %, por agua superficial con un 0.003 % y una mínima parte como agua atmosférica y biológica.

El Ciclo del Agua o Ciclo Hidrológico, que realmente es tan sólo un poco más de medio millón de kilómetros cúbicos de los 1,390 millones de kilómetros cúbicos de la hidrósfera, es el agua que circula gracias a los dos motores energéticos: la energía solar, que provoca la evaporación y la gravedad que origina el movimiento de las moléculas hídricas.

La distribución del agua en el planeta es sumamente irregular, presentando desde zonas con agua en abundancia, zonas con suficiente agua, buena en periodos cortos hasta grandes zonas desérticas con agua deficitaria o pobre. Asimismo, se observa que además de la irregularidad de disponibilidad per cápita, el porcentaje de la población que tiene agua potable segura varía desde el 28 % en Kenia, al 100 % en Canadá, Rusia y EEUU.

El agua en México. El territorio nacional presenta una gran variedad de características geohidrológicas determinantes para la explotación y aprovechamiento de sus aguas subterráneas, con acuíferos extensos como las calizas cretácicas de la Sierra Madre Oriental y otras más jóvenes en Yucatán y los depósitos lacustres y aluviales de las denominadas cuencas terciarias en el Altiplano Central del país.

Los acuíferos más jóvenes son identificados como aluviones recientes en el centro y las planicies costeras del Golfo y del Pacífico.

La etapa de proceso geomorfológico durante la cual ha tenido lugar el fenómeno de

erosión, arrastre y depositación, ha venido ocurriendo desde la iniciación del periodo Cuaternario, hace 1 ó 2 millones de años. Se localizan en las planicies costeras del Océano Pacífico, de los Golfos de California, Tehuantepec y México, asimismo en el interior en la Región Lagunera, Valle de México y Oaxaca.

El 65 % de la superficie tiene precipitación abundante en las zonas costeras, el 30 % en forma regular en la parte central del país y el 5 % de manera deficiente en el norte del territorio nacional.

En términos generales, se puede decir que parte de las reservas de aguas subterráneas en la República Mexicana se explotan por medio de 90,000 pozos de los que se extrae un volumen anual estimado de 30,000 millones de metros cúbicos, lo que corresponde a un caudal de 1,000 metros cúbicos por segundo. Se considera que el 70 % de esa cantidad se dedica a la agricultura, el 20 % a usos urbanos e industriales y el resto a otros.

El agua en Sonora. Sonora ocupa un lugar preponderante en el país por su desarrollo económico, basado principalmente en la agricultura y ganadería a pesar de que está situado en la porción más árida del territorio. La disponibilidad del conjunto de presas del Estado tiene una capacidad de almacenamiento de 9,200 millones de metros cúbicos.

Se tienen identificados unos 7,150 pozos de los cuales 4,800 (67.13 %) son de gran caudal, dedicados al riego y unos 2,350 (32.87 %) son destinados al abrevadero (ganadería). Para 1990, la extracción anual de agua subterránea en el Estado era de 2,855.4 millones de m³, de los cuales el 93 % se empleaba en actividades agrícolas, 1.5 % en la industria y 0.7 % en otros fines (pecuario, recreativo, etc.).

La recarga media anual de los embalses subterráneos de la entidad es del orden de los 2,501 millones de m³, cifra que, comparada con la descarga (2,855.4), permite un déficit de 354.4 millones de m³ resultando en una sobre explotación del agua subterránea principalmente

en las zonas de la Costa de Hermosillo, Caborca, Río Sonoyta y Guaymas (INEGI, 1993).

Se estima que existen unas 41 zonas geohidrológicas identificadas en tres grupos, los acuíferos fronterizos, intermontanos y costeros, siendo estos últimos los más explotados y los que presentan graves daños irreversibles.

II.2 Estudio e investigación sobre aguas subterráneas. Desde los tiempos antes de Cristo, era obligado excavar los pozos a mano, es decir, mediante la acción física de uno o varios hombres picando y extrayendo el material desde el interior del pozo; la extracción del agua se efectuaba por medio de un cubo manejado a mano o por medio de un torno, después aparecieron las bombas de pistón accionadas por energía animal y luego por máquinas de vapor y motores de viento (Benitez, 1972).

Los antiguos Persas construyeron túneles y pozos para interceptar fuentes de agua subterránea. Los primitivos Egipcios y los Chinos perforaban agujeros para obtener el preciado líquido; el agua la extraían mediante cubos suspendidos de cuerdas o cadenas; a partir del siglo XII, se comenzó a desarrollar la perforación de pozos artesianos cuyo nombre proviene de Artois, Francia donde se logró con éxito la perforación de un pozo con la presión del agua suficiente para que se elevara hasta la superficie del terreno; poco antes de 1823, Levi Disbrow concluyó que los métodos que se utilizaban para la perforación de pozos de sal, podían adaptarse a la perforación de pozos de agua. A fines del siglo pasado, se implementó la utilización de la bomba centrífuga accionada con motor eléctrico; los tipos de bombas desarrollados en la actualidad son: de superficie, girostáticas y sumergidas; a partir de 1900, se ha realizado una gran cantidad de trabajo referente a aguas subterráneas (Johnson, 1975).

Euler, utilizando las leyes de Newton, estudió el movimiento de un fluido ideal en términos de las fuerzas (de presión y volumen) que lo producen y obtuvo la llamada "Ecuación de Euler":

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \cdot \nabla p + \mathbf{G}$$

y en coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G_x$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + G_y$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z$$

donde V_x , V_y , V_z son las componentes del vector velocidad \mathbf{V} , p son las fuerzas de presión, ρ es la densidad del fluido y \mathbf{G} es el campo de fuerzas (por ejemplo gravitacional) que produce fuerzas de volumen.

Bernoulli, integrando la ecuación de Euler sobre un hilo de corriente, obtuvo la "Ecuación de Bernoulli":

$$\int \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} \cdot d\mathbf{r} + \frac{V^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} + \Omega = \text{cte}$$

donde \mathbf{V} es el vector velocidad, $d\mathbf{r}$ es un elemento de longitud medido a lo largo de una línea de corriente ($d\mathbf{r}$ y \mathbf{V} paralelos), V es la magnitud de la velocidad, p son las fuerzas de presión, ρ es la densidad del fluido y Ω es la energía potencial (Roca, 1980).

La base de la teoría de los movimientos (flujos) de filtración es una experiencia muy simple desarrollada por Darcy que consiste en hacer circular agua por una muestra cilíndrica de un medio poroso (arena) encerrado en un tubo cuyos extremos están unidos a dos depósitos. Él descubrió que la tasa de flujo a través de un medio poroso es proporcional a la pérdida de la carga e inversamente proporcional a la longitud de la trayectoria de flujo. La ley de Darcy

se puede expresar en una dimensión:

$$\frac{Q}{A} = q = -K \frac{d\Phi}{dL}$$

donde Q es el gasto (m^3/s), A es la unidad de área, q es el gasto por unidad de área o descarga específica, K es la constante de proporcionalidad llamada conductividad hidráulica, Φ es la carga y L es la longitud de la trayectoria de flujo y en varias dimensiones:

$$\mathbf{q} = -\underline{K} \nabla \Phi$$

donde \mathbf{q} es el vector de descarga específica con componentes q_x, q_y, q_z ; $\nabla \Phi$ es el gradiente hidráulico con componentes $\partial \Phi / \partial x, \partial \Phi / \partial y, \partial \Phi / \partial z$ en las direcciones x, y, z respectivamente y \underline{K} es el tensor de conductividad hidráulica.

Poiseuille, basándose en la fórmula de Newton sobre las fuerzas de frotamiento viscoso, desarrolló una ley enteramente análoga a la ley de Darcy, donde se puede deducir que las fuerzas de fricción que se oponen a la filtración de un fluido a través de un medio poroso son debidas a su viscosidad.

En base a estas ecuaciones, Reynolds desarrolló las fórmulas para obtener los coeficientes de fricción en el cálculo de las pérdidas de carga (Schneebeil, 1966).

Cronológicamente, la hidráulica de pozos es uno de los capítulos más antiguos de la hidráulica subterránea puesto que los trabajos de Dupuit fueron publicados en 1863, solamente siete años después de las famosas memorias de Darcy. La fórmula elemental de Dupuit para calcular el flujo no confinado de agua subterránea es:

$$Q = K \frac{h_0^2 - h_L^2}{2L}$$

donde Q es el gasto (m^3/s), K es la conductividad hidráulica, h_0 es la altura del agua en $x=0$, h_L es la altura del agua en $x=L$, x es la variable distancia y L es la distancia que recorre el agua al fluir (Bedient y otros, 1994).

Forcheimer (1886) introdujo los conceptos de configuración y construcción de redes de flujo, el método de las imágenes y la teoría de funciones de variable compleja; fue el primero en resolver problemas de flujo de agua subterránea en formaciones productoras semi-infinitas con la frontera de un arroyo perenne y el problema de un pozo que descarga de una formación con recarga uniforme.

Badon Ghyben (1889) estableció las leyes de equilibrio entre el agua de mar y el agua dulce; relacionaron la carga de agua dulce sobre el nivel del mar (Φ_f) con la profundidad de la interfase bajo el nivel del mar (h_s) para un sistema en equilibrio estático, esto es, flujo estable de agua dulce horizontal y agua salada estacionaria. En la interfase, la presión debida a la columna sobre puesta de agua dulce debe ser equivalente a la debida a la columna de agua salada; así, siendo γ_f y γ_s los pesos específicos del agua dulce y salada respectivamente, la siguiente relación se debe cumplir:

$$h_s = \frac{\gamma_f}{\gamma_s - \gamma_f} \Phi_f$$

Thiem Günther (1906) desarrolló un método de campo para determinar el caudal y la permeabilidad de formaciones productoras mediante el bombeo en un pozo y el abatimiento resultante en un pozo de observación.

Meinzer (1923) realizó la evaluación de estudios recientes, en el marco de los principios y la metodología para investigaciones de la ocurrencia y distribución del agua subterránea; proveyó del primer manual a los geohidrólogos.

Theis (1935) desarrolló la ecuación para flujo no establecido hacia un pozo siendo una de las más importantes aportaciones en la evaluación de los recursos de aguas subterráneas.

Muskat (1935), Babbitt y Cadwell (1948), Wyckoff et. al. (1933) y Zanger (1935) desarrollaron modelos con la analogía eléctrica para la solución de trayectorias de flujo

complicadas.

Hubbert (1940) derivó la ley de Darcy de las ecuaciones de Navier-Stokes, e introdujo el concepto de fuerza potencial de su derivación matemática.

Jacob (1940) aclaró cualitativamente el concepto de coeficiente de almacenamiento al aplicarse a formaciones elásticas artesianas; (1946) dio solución al estado transitorio de un pozo en un sistema confinado artesiano.

Henry (1959), Bear y Dagan (1963) derivaron ecuaciones referentes a la intrusión salina en acuíferos de agua dulce.

Hantusch (1964) aportó soluciones a muchos problemas de hidráulica de pozos.

Walton (1967) analizó con computadora analógica (analogía eléctrica) la recarga inducida por infiltración del lecho de un río para distintos niveles piezométricos y condiciones del río.

En años recientes se han enfocado aspectos como la aplicación en un sentido más amplio de la ley de Darcy, la solución de problemas regionales y otras formas de flujo subterráneo; en la década de los 60's se estudiaron los sistemas de flujo hidrodinámico; en la geofísica se tuvo un suplemento a los métodos eléctricos-sísmicos con los magnéticos, los de gravedad, rayos gamma, neutrones. Los modelos matemáticos para computadora digital y los analógicos para análisis de sistemas de agua subterránea han obligado a realizar estudios de campo para relacionar la geología con la distribución y magnitud de la permeabilidad.

En 1968 se comenzaron a atender temas como: efectos de la urbanización, intrusión salina, corrosión de ademes y recarga artificial (Tinajero, 1982).

El uso de modelos numéricos de aguas subterráneas es un campo relativamente nuevo que no fue desarrollado de manera extensa hasta mediados de 1960. Desde entonces, el progreso significativo se ha basado en el desarrollo y aplicación de modelos numéricos para el manejo del recurso agua subterránea. El manejo aquí se define para incluir la planeación, implementación y adaptación del control de políticas y programas relacionados a la exploración, inventario, desarrollo y operación de recursos de agua de los acuíferos. A pesar de este progreso, aún existe un desequilibrio entre la necesidad, existencia y el uso actual de modelos de agua subterránea en su administración pero esto puede servir para mejorar el manejo de recursos de agua subterránea (Bachmat y otros, 1980).

La informática, aplicada a la hidrogeología en los últimos decenios y su desarrollo futuro, necesita de métodos y técnicas de adquisición y tratamiento de datos cuantitativos, precisos y numerosos. El empleo de modelos numéricos de simulación permite identificar más precisamente el sistema acuífero y evaluar el recurso del agua subterránea; también permite la planificación de su explotación. El establecimiento y uso de modelos reposan sobre la representación hecha por el hidrogeólogo de un modelo conceptual del sistema acuífero. Este modelo es una síntesis elaborada a partir de datos concretos recolectados en el terreno y de la experiencia adquirida. Esto es la expresión gráfica de los datos numéricos concernientes a la estructura y las funciones del depósito así como el comportamiento del sistema considerado.

II.3 Definición de modelo. Un modelo puede definirse como una versión simplificada de un sistema real de agua subterránea en el que se simula de manera aproximada el comportamiento general del acuífero.

II.4 Tipos de modelos. Según la forma de idealizar el sistema real, podemos tener básicamente dos tipos de modelos:

Modelos Físicos o de Laboratorio en los que podemos modelar el acuífero mediante un tanque de arena para simular directamente el flujo de agua subterránea o hacer una analogía del comportamiento del acuífero con un sistema de corriente eléctrica.

Modelos matemáticos en los que se simula el flujo de agua subterránea indirectamente por medio de una ecuación o un conjunto de ecuaciones que representan los procesos físicos que ocurren en el sistema además de las ecuaciones que describen las cargas o flujos en las fronteras del modelo (condiciones en la frontera). Para problemas que dependen del tiempo, también se debe incluir una ecuación que describa la distribución inicial de las cargas en el sistema.

II.5 Los modelos matemáticos. Un modelo matemático de agua subterránea es una herramienta diseñada para representar una versión simplificada de una situación de campo real; es un esfuerzo por interpretar nuestro entendimiento de los procesos físicos, químicos y biológicos y traducirlos a términos matemáticos. El modelo resultante será tan bueno como el entendimiento conceptual de los procesos. La meta de un modelo de este tipo es predecir el valor de una variable no conocida como la carga en un acuífero o la distribución de un químico presente en el acuífero en el tiempo y en el espacio.

Los modelos matemáticos pueden usarse como herramientas de predicción para determinar condiciones futuras o el impacto de una acción propuesta en las condiciones existentes en el subsuelo; en el estudio de los sistemas dinámicos y el entendimiento de los procesos (Bedient, 1994).

Un modelo representativo debe reproducir fielmente el comportamiento del acuífero: el estado del sistema, las acciones sobre él y las leyes que lo relacionan.

Para establecer un modelo, se requiere conocer algunos datos del acuífero a modelar

con un nodo en el centro donde se define la carga hidráulica para todo el bloque; las ecuaciones diferenciales se aproximan usando ecuaciones en diferencias relacionando cada bloque con los que están a su alrededor. Este método genera ecuaciones en grandes cantidades cuando las regiones tienen fronteras curvas o irregulares, haciendo difícil la escritura de los programas de computadora (Anguita y otros, 1972).

La discretización para el método de elementos finitos se realiza dividiendo la región en subregiones que pueden tener forma triangular o cuadrada y los nodos se toman en los vértices de los triángulos o cuadrados; el método utiliza una formulación integral para generar un sistema de ecuaciones algebraicas y usa funciones suaves continuas por partes para aproximar la o las cantidades desconocidas. El método de elementos finitos puede resumirse en cinco pasos básicos:

- Discretizar la región. Esto incluye la localización y numeración de los puntos nodos, así como la especificación de sus valores coordenados.
- Especificar la aproximación de la ecuación. El orden de la aproximación, lineal o cuadrática, debe especificarse y las ecuaciones deben escribirse en términos de los valores nodales desconocidos escribiendo una ecuación para cada elemento.
- Desarrollar el sistema de ecuaciones.
- Resolver el sistema de ecuaciones.
- Calcular cantidades de interés. Estas cantidades están relacionadas usualmente con la derivada del parámetro e incluyen los componentes de la presión, de flujo de calor o velocidades de fluido (Segerlind, 1984).

El proceso de modelación requiere de la elaboración de un modelo conceptual como primer y principal paso. El desarrollo del tratamiento informativo para la identificación de un sistema acuífero y el empleo de modelos numéricos distribuidos de simulación, obliga al hidrogeólogo a recabar datos cuantitativos y precisos. La síntesis de las informaciones es expresada por un modelo conceptual hidrogeológico que es la base de la modelación. El empleo de la simulación permite:

- Por prueba en régimen permanente, la identificación más precisa del sistema acuífero y la evaluación del recurso agua subterránea.

- Por uso en régimen transitorio, la planificación de la explotación del agua subterránea.

II.5.1 Toma de datos. La elaboración del modelo conceptual requiere de cuatro conjuntos de datos numéricos adquiridos en el terreno:

1) Hidrogeológicos: Los datos hidrogeológicos identifican el depósito y el dominio de espacio finito y continuo de un sistema acuífero multicasas; deben recabarse 3 conjuntos fijos de datos:

- Configuración del depósito (condiciones a los límites geológicos): superficie, techo, substratum y los límites laterales, facies o fallas.

- Configuración en el subsuelo: altitud y profundidad de las superficies en los límites geológicos.

- Estructura del depósito: características de los materiales que lo constituyen: físicos (petrología, sedimentaria y cristalina, granulometría, facies) y estructurales (tectónica y fisuración).

2) Hidrodinámicos: Condiciones a los límites hidrodinámicos:

- Potencial y flujo impuesto, superficies piezométricas.

- Parámetros hidrodinámicos: Coeficiente de Almacenamiento (S), Conductividad (K), Transmisividad (T), Difusividad (T/S), Nivel Piezométrico, Carga Hidráulica (h), Potencial Hidráulico (h_p), Gasto del acuífero, Velocidad efectiva, Velocidad de desplazamiento, Dispersión.

3) Hidrogcoquímicos: Geoquímica del depósito e hidrogcoquímica del agua subterránea (interacciones agua-roca).

4)Históricos: Variaciones temporales de los parámetros hidrodinámicos, hidrogeológicos e hidrogeoquímicos, variaciones piezométricas (Castany, 1983).

II.5.2 Preparación y ajuste. Para comprobar el modelo conceptual, se debe verificar que su fundamentación esté respetando el comportamiento inicial del acuífero.

Una vez tomados los datos hidrogeológicos, hidrodinámicos e hidrogeoquímicos, éstos se aplican al modelo y los resultados arrojados deben compararse con los datos históricos para cerciorarse de que se comportan de manera similar; si no se obtiene suficiente similitud, se modifican parámetros y variables para lograr una buena correlación entre lo calculado y lo observado ajustándose lo más posible a la realidad presentada. Esta etapa tiene una vital importancia ya que la predicción que se busca estará basada en ella.

II.5.3 Explotación del modelo en la toma de decisiones. Una vez ajustado el modelo, se analizan los resultados obtenidos y se proponen soluciones al problema que se tenga; pueden intervenir en este paso algunos otros factores como son económicos, políticos, legales o sociales.

Generalmente, el uso de modelos de acuíferos es con el fin de simular su comportamiento ante distintas alternativas de utilización de aguas subterráneas y tratar de elegir la más conveniente para optimizar el recurso. En ocasiones, se pretende conocer solamente la respuesta del acuífero ante una alternativa única, para ver si ésta es factible.

Los modelos de acuíferos también se utilizan, aunque de manera menos frecuente, para estudiar:

- Drenajes agrícolas.
- Redes de filtración en presas.

- Efecto de pantallas de inyección y drenajes en presas.
- Predicción de la elevación de niveles en acuíferos conectados con embalses, que pueden crear salinización o encharcamiento de suelos.
- Efecto del almacenamiento en laderas, en acuíferos o embalses.
- Movimiento de contaminantes en acuíferos (Anguita y otros, 1972).

III. EL MODELO SHARP

El modelo SHARP fue desarrollado por Hedef I. Essaid, quien labora en U.S. GEOLOGICAL SURVEY en Menlo Park, California, Estados Unidos y es el resultado de una investigación concluida en 1990.

SHARP es un modelo cuasi tridimensional, de diferencias finitas que simula el flujo de agua dulce y salada separadas por una interfase aguda en sistemas acuíferos costeros de capas. El modelo acopla múltiples acuíferos separados por capas confinantes, con propiedades de medios porosos espacialmente variables. El acuífero superior puede ser confinado, no confinado o semiconfinado con recarga distribuida regionalmente. Las variaciones temporales en la recarga y en el bombeo son consideradas para periodos múltiples de bombeo. Las condiciones de frontera que pueden ser simuladas en el modelo son: condiciones prescritas de flujo, cargas constantes de agua dulce y/o cargas constantes de frontera de agua salada, y límites dependientes de la carga de flujo.

Para cada acuífero, se resuelven las ecuaciones de flujo de agua dulce y salada integradas verticalmente; estas dos ecuaciones son igualadas con las condiciones de frontera y de la interfase. El flujo entre acuíferos se calcula aplicando la ley de Darcy. El sistema resultante de ecuaciones diferenciales parciales no lineales igualadas se discretiza usando un esquema implícito de diferencias finitas. El sistema discretizado de ecuaciones se resuelve usando el procedimiento fuertemente implícito (SIP). Las posiciones de la cima y la base de la interfase dentro de la malla de bloques discretizados de diferencias finitas son encontradas usando extrapolación lineal de las elevaciones de la interfase calculadas en los puntos de la malla.

El modelo SHARP facilita la simulación regional de las condiciones costeras de agua subterránea en sistemas de capas, e incluye los efectos de la dinámica del agua salada sobre el sistema de flujo de agua dulce. El programa está escrito en FORTRAN 77 (Essaid, 1990).

III.1 Fundamentación matemática del modelo. Los modelos de intrusión salina generalmente han estado limitados a problemas de acuíferos sencillos, aunque algunos han sido desarrollados para geometrías más complicadas. SHARP es un modelo de diferencias finitas cuasi tridimensional que simula flujo acoplado de agua dulce y agua salada separadas por una interfase aguda en sistemas costeros de capas; puede ser usado para ambos estudios, de área (regional) y de sección transversal.

Para cada acuífero en un sistema costero de capas, deben ser considerados dos dominios de flujo: agua dulce y agua salada (Fig. 1). Los dos dominios se mezclan porque comparten una frontera común en la interfase. Dentro de cada dominio de flujo la ecuación de continuidad debe satisfacerse:

$$S_f \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q}_f \quad \text{dominio de agua dulce} \quad (1a)$$

$$S_s \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q}_s \quad \text{dominio de agua salada} \quad (1b)$$

donde:

$$\Phi_f = z + \frac{p_f}{\gamma_f} \quad \text{carga de agua dulce (L);}$$

$$\Phi_s = z + \frac{p_s}{\gamma_s} \quad \text{carga de agua salada (L);}$$

$$z \quad \text{elevación (L);}$$

$$p_f, p_s \quad \text{presión de fluido de agua dulce y salada (ML⁻¹T⁻²);}$$

$$\gamma_f, \gamma_s \quad \text{peso específico del agua dulce y salada (ML⁻²T⁻²);}$$

$$S_f, S_s \quad \text{almacenamiento específico del agua dulce y salada (L⁻¹);}$$

$$\mathbf{q}_f, \mathbf{q}_s \quad \text{descarga específica del agua dulce y salada (LT⁻¹).$$

Las ecuaciones (1a) y (1b) pueden ser integradas sobre la dimensión vertical dentro de sus respectivos dominios. En la vecindad de la interfase, la frontera inferior del dominio de

agua salada es el fondo del acuífero, el cual tiene una elevación de ζ_0 . La interfase es la frontera superior del dominio de agua salada y su elevación está dada por ζ_1 . El dominio de agua dulce está acotado en la base por la interfase (ζ_1). En el caso de un acuífero confinado, la elevación de la base del acuífero (ζ_2) es la frontera superior. Para un acuífero no confinado, la cima del dominio de agua dulce (ζ_2) está dado por la elevación del nivel de agua.

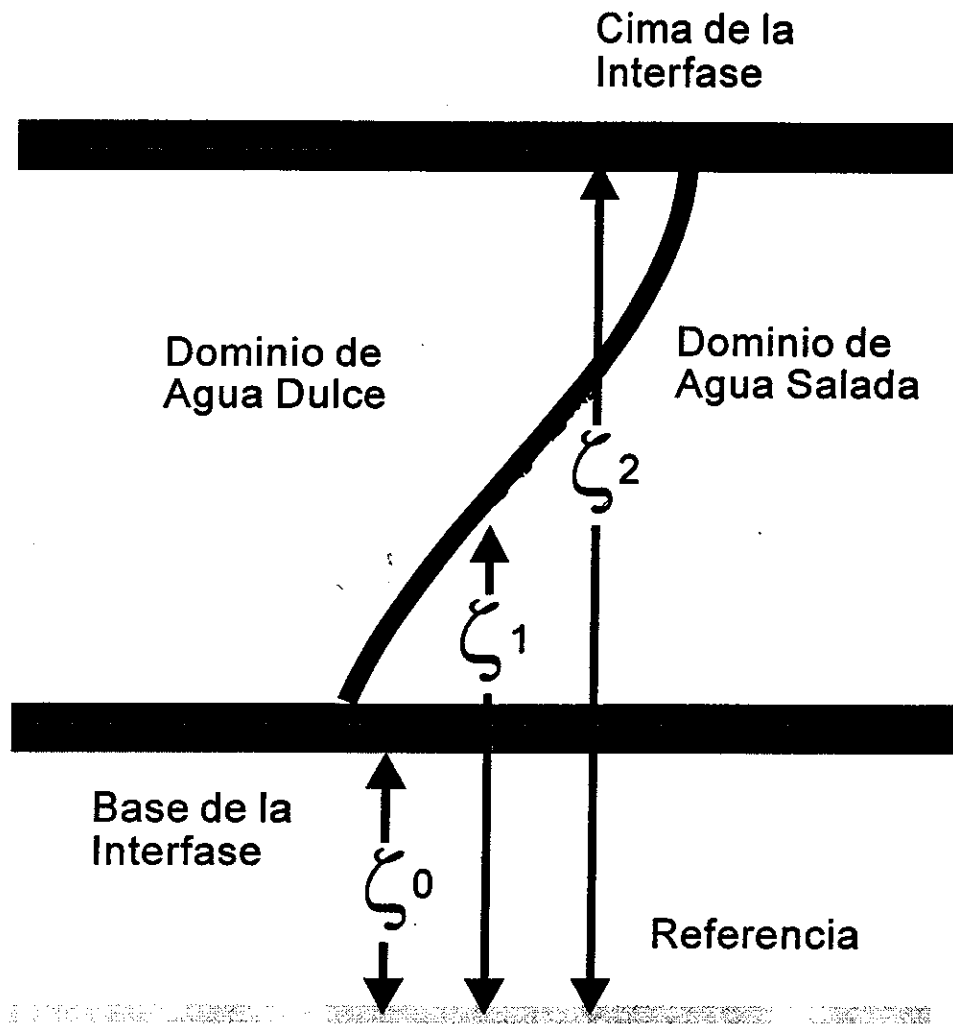


Figura 1. Dominios de flujo de agua dulce y agua salada en un acuífero costero.

La integración vertical de las ecuaciones de flujo de agua dulce y agua salada implica la aproximación de Dupuit de líneas equipotenciales verticales y flujo horizontal dentro del acuífero. Esta aproximación reduce el problema a dos dimensiones espaciales (X y Y). Para un acuífero confinado, la integración de la ecuación de flujo de agua dulce de la interfase (ζ_1) a la cima del acuífero (ζ_2) y la sustitución de la Ley de Darcy nos da:

De la ecuación (1a):

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} (\nabla \cdot \mathbf{q}_f + S_f \frac{\partial \Phi_f}{\partial t}) dz = 0 \quad (2)$$

El primer término de la integral es:

$$\begin{aligned} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \nabla \cdot \mathbf{q}_f dz &= \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \left(\frac{\partial}{\partial x} q_{fx} + \frac{\partial}{\partial y} q_{fy} + \frac{\partial}{\partial z} q_{fz} \right) dz \\ \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \nabla \cdot \mathbf{q}_f dz &= \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\partial}{\partial x} q_{fx} dz + \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\partial}{\partial y} q_{fy} dz + q_{fz}|_{\zeta_2} - q_{fz}|_{\zeta_1} \end{aligned} \quad (3)$$

Por otro lado, por la regla de Leibnitz:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q_{fx} dz &= \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\partial}{\partial x} q_{fx} dz + q_{fx}|_{\zeta_2} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} - q_{fx}|_{\zeta_1} \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q_{fy} dz &= \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\partial}{\partial y} q_{fy} dz + q_{fy}|_{\zeta_2} \frac{\partial \zeta_2}{\partial y} - q_{fy}|_{\zeta_1} \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} \end{aligned}$$

Despejando el primer término del lado derecho de cada una de las dos ecuaciones anteriores tenemos:

$$\begin{aligned} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\partial}{\partial x} q_{fx} dz &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q_{fx} dz - q_{fx}|_{\zeta_2} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + q_{fx}|_{\zeta_1} \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \\ \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\partial}{\partial y} q_{fy} dz &= \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q_{fy} dz - q_{fy}|_{\zeta_2} \frac{\partial \zeta_2}{\partial y} + q_{fy}|_{\zeta_1} \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} \end{aligned}$$

Sustituyendo el lado derecho de las dos expresiones anteriores en (3):

$$\begin{aligned} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \nabla \cdot \mathbf{q}_f dz = & \frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q_{fx} dz - q_{fx}|_{\zeta_2} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + q_{fx}|_{\zeta_1} \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q_{fy} dz - q_{fy}|_{\zeta_2} \frac{\partial \zeta_2}{\partial y} + q_{fy}|_{\zeta_1} \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} \\ & + q_{fz}|_{\zeta_2} - q_{fz}|_{\zeta_1} \end{aligned}$$

Si $\nabla'(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} x + \frac{\partial(\cdot)}{\partial y} y$

tenemos:

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \nabla \cdot \mathbf{q}_f dz = \nabla' \cdot \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \mathbf{q}_f dz - \mathbf{q}_f|_{\zeta_2} \cdot \nabla' \zeta_2 + \mathbf{q}_f|_{\zeta_1} \cdot \nabla' \zeta_1 + q_{fz}|_{\zeta_2} - q_{fz}|_{\zeta_1} \quad (4)$$

Para desarrollar el primer término del lado derecho de esta última ecuación, usamos la ley de Darcy en términos de la presión:

$$\mathbf{q}_f = -\frac{\mathbf{k}_f}{\mu} (\gamma_f \nabla \Phi_f - \gamma_f \nabla z + \rho g \nabla z) \quad (5)$$

Como $p = \gamma_f \Phi_f - \gamma_f z$:

$$\mathbf{q} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu} (\nabla p + \rho g \nabla z)$$

o:

$$\mathbf{q}_f = -\mathbf{K}_f \nabla \Phi_f \quad (6)$$

donde:

$$\mathbf{K}_f = \frac{\mathbf{k}_f}{\mu} \gamma_f$$

Si el espesor de agua dulce es:

$$B_f = \zeta_2 - \zeta_1,$$

$$B_f q_f' = \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q_f dz$$

donde

$$q_f' \equiv \frac{1}{B_f} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q_f dz \equiv - \underline{\underline{K}}_f \cdot \nabla' \Phi_f$$

es el flujo de agua dulce promediado verticalmente (LT^{-1}) y sustituyendo (6) en (4):

$$\nabla' \cdot \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q_f dz = \nabla' \cdot B_f q_f' = \nabla' \cdot (-B_f \underline{\underline{K}}_f \nabla' \Phi_f) \quad (7)$$

Sustituyendo (7) en (4), tenemos que (5) queda:

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \nabla \cdot q_f dz = \nabla' \cdot (-B_f \underline{\underline{K}}_f \nabla' \Phi_f) - q_f|_{\zeta_2} \cdot \nabla' \zeta_2 + q_f|_{\zeta_1} \cdot \nabla' \zeta_1 + q_{fz}|_{\zeta_2} - q_{fz}|_{\zeta_1} \quad (8)$$

El segundo término de (2) es:

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} S_f \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} dz = S_f \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} dz \quad (9)$$

Por otro lado, por la regla de Leibnitz:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \Phi_f dz = S_f \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} dz + \Phi_f|_{\zeta_2} \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} - \Phi_f|_{\zeta_1} \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \quad (10)$$

y por la regla de la cadena:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \Phi_f dz &= \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\Phi}_f B_f = \tilde{\Phi}_f \frac{\partial B_f}{\partial t} + B_f \frac{\partial \tilde{\Phi}_f}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \Phi_f dz &= \tilde{\Phi}_f \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} - \tilde{\Phi}_f \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + B_f \frac{\partial \tilde{\Phi}_f}{\partial t} \end{aligned} \quad (11)$$

donde:

$$\tilde{\Phi}_f = \frac{1}{B_f} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \Phi_f dz \cong \Phi_f$$

es la carga de agua dulce promediada verticalmente (L).

Igualando (10) y (11):

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} dz = B_f \frac{\partial \tilde{\Phi}_f}{\partial t}$$

De esta manera, (9) queda:

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} S_f \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} dz = S_f B_f \frac{\partial \tilde{\Phi}_f}{\partial t} \quad (12)$$

ya que, por suposición de Dupuit de líneas equipotenciales verticales:

$$\Phi_f|_{\zeta_2} = \tilde{\Phi}_f = \Phi_f|_{\zeta_1}$$

Si sustituimos (8) y (12) en la primera integral (2), obtenemos la siguiente aproximación:

$$\begin{aligned} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} (\nabla \cdot \mathbf{q}_f + S_f \frac{\partial \Phi_f}{\partial t}) dz \cong \nabla' \cdot (-B_f \underline{\mathbf{K}}_f' \cdot \nabla' \tilde{\Phi}_f) + S_f B_f \frac{\partial \tilde{\Phi}_f}{\partial t} \\ - \mathbf{q}_f' \Big|_{\zeta_2} \cdot \nabla' \zeta_2 + q_{fz}|_{\zeta_2} + \mathbf{q}_f' \Big|_{\zeta_1} \cdot \nabla' \zeta_1 - q_{fz}|_{\zeta_1} = 0 \end{aligned} \quad (13a)$$

donde:

$$\mathbf{q}' = q_x \mathbf{1}_x + q_y \mathbf{1}_y \quad ;$$

$$q_{fz}$$

componente vertical del flujo de agua dulce (LT^{-1});

$$\underline{\mathbf{K}}_f' = \underline{\mathbf{K}}_f'(x, y)$$

conductividad hidráulica del agua dulce promediada verticalmente (LT^{-1}).

Similarmente, la ecuación de flujo de agua salada integrada verticalmente, es:

$$\int_{\zeta_0}^{\zeta_1} (\nabla \cdot \mathbf{q}_s + S_s \frac{\partial \Phi_s}{\partial t}) dz \cong \nabla \cdot (-B_s \underline{\underline{K}}_s' \cdot \nabla \Phi_s) + S_s B_s \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} \quad (13b)$$

$$-q_s|_{\zeta_1} \cdot \nabla \zeta_1 + q_{sz}|_{\zeta_1} + q_s|_{\zeta_0} \cdot \nabla \zeta_0 - q_{sz}|_{\zeta_0} = 0$$

donde:

$$\tilde{\Phi}_s = \frac{1}{B_s} \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \Phi_s dz \cong \Phi_s \quad \text{carga de agua salada promediada verticalmente (L);}$$

$$\mathbf{q}_s' \cong \frac{1}{B_s} \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \mathbf{q}_s dz \cong -\underline{\underline{K}}_s' \cdot \nabla \Phi_s \quad \text{flujo de agua salada promediada verticalmente (LT}^{-1}\text{);}$$

$$B_s = \zeta_1 - \zeta_0 \quad \text{espesor de la zona de agua salada (L);}$$

$$q_{sz} \quad \text{componente vertical del agua salada (LT}^{-1}\text{);}$$

$$\underline{\underline{K}}_s' = \underline{\underline{K}}_s'(x, y) \quad \text{conductividad hidráulica del agua salada promediada verticalmente (LT}^{-1}\text{).}$$

III.1.1 Términos de frontera. Los últimos cuatro términos que aparecen en las ecuaciones (13a) y (13b) representan las condiciones a la frontera en la cima y base de cada dominio. Estos términos están dados por las condiciones a la frontera en la interfase y en la cima y base del acuífero. Para satisfacer la continuidad de la presión en la interfase, la presión del fluido en el dominio de agua dulce debe igualar la presión de fluido en el dominio de agua salada:

$$p_f = (\Phi_f - \zeta_1)\gamma_f = p_s = (\Phi_s - \zeta_1)\gamma_s \quad (14)$$

donde ζ_1 es la elevación de la interfase. Resolviendo para la elevación de la interfase:

$$\zeta_1 = (1 + \delta)\Phi_s - \delta\Phi_f \quad (15)$$

donde $\delta = \gamma_f / (\gamma_s - \gamma_f)$.

La geometría de la interfase puede ser descrita en términos de la elevación z y de las cargas de agua dulce y agua salada:

$$F \equiv z - \zeta_1 = z - (1 + \delta)\Phi_s + \delta\Phi_f = 0 \quad (16)$$

La interfase es una superficie móvil, su velocidad depende de las velocidades del agua en ambos lados de la interfase. Debido a que la interfase es una superficie material, y no hay cambio en F cuando la interfase se mueve, la derivada material de F es igual a cero (Bear, 1979):

$$n \frac{DF}{Dt} = n \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{q}_f \cdot \nabla F = n \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{q}_s \cdot \nabla F = 0 \quad (17)$$

donde F ha sido multiplicado por n , la porosidad efectiva. Desarrollando la ecuación (17) y usando las ecuaciones (15) y (16), puede demostrarse que:

$$\begin{aligned} -\mathbf{q}_f' |_{\zeta_1} \cdot \nabla' \zeta_1 + q_{fz} |_{\zeta_1} &= -\mathbf{q}_s' |_{\zeta_1} \cdot \nabla' \zeta_1 + q_{sz} |_{\zeta_1} = n(1 + \delta) \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} - n\delta \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} \quad (18) \\ \text{(de 13a)} & \quad \text{(de 13b)} \end{aligned}$$

los términos restantes:

$$-\mathbf{q}_f' |_{\zeta_2} \cdot \nabla' \zeta_2 + q_{fz} |_{\zeta_2} \quad \text{de (13a),}$$

$$-\mathbf{q}_s' |_{\zeta_0} \cdot \nabla' \zeta_0 + q_{sz} |_{\zeta_0} \quad \text{de (13b),}$$

representan las condiciones en la frontera en la cima y base del acuífero respectivamente. Si las fronteras son impermeables, estos términos son igual a cero. Para el caso de un acuífero no confinado, la frontera superior es una frontera libre y la disminución del nivel de agua está dada por:

$$n \partial \Phi_f / \partial t.$$

Si las fronteras son permeables, estos términos igualarán la filtración a través de las capas confinantes superior e inferior (Essaid, 1990).

III.1.2 Términos de filtración. La filtración a través de una capa confinante puede ser calculada por la aplicación de la Ley de Darcy en una dimensión (Fig. 2) si se hacen las siguientes suposiciones (Bredehoeft y Pinder, 1970):

- 1) Los efectos del almacenamiento dentro de la capa confinante pueden despreciarse.
- 2) El flujo a través de la capa confinante es esencialmente vertical.

Cuando la conductividad del acuífero es 2 o más ordenes de magnitud más grande que la conductividad de la capa confinante, las líneas de flujo son cercanamente horizontales en los acuíferos y verticales a través de las capas confinantes (Freeze y Cherry, 1979).

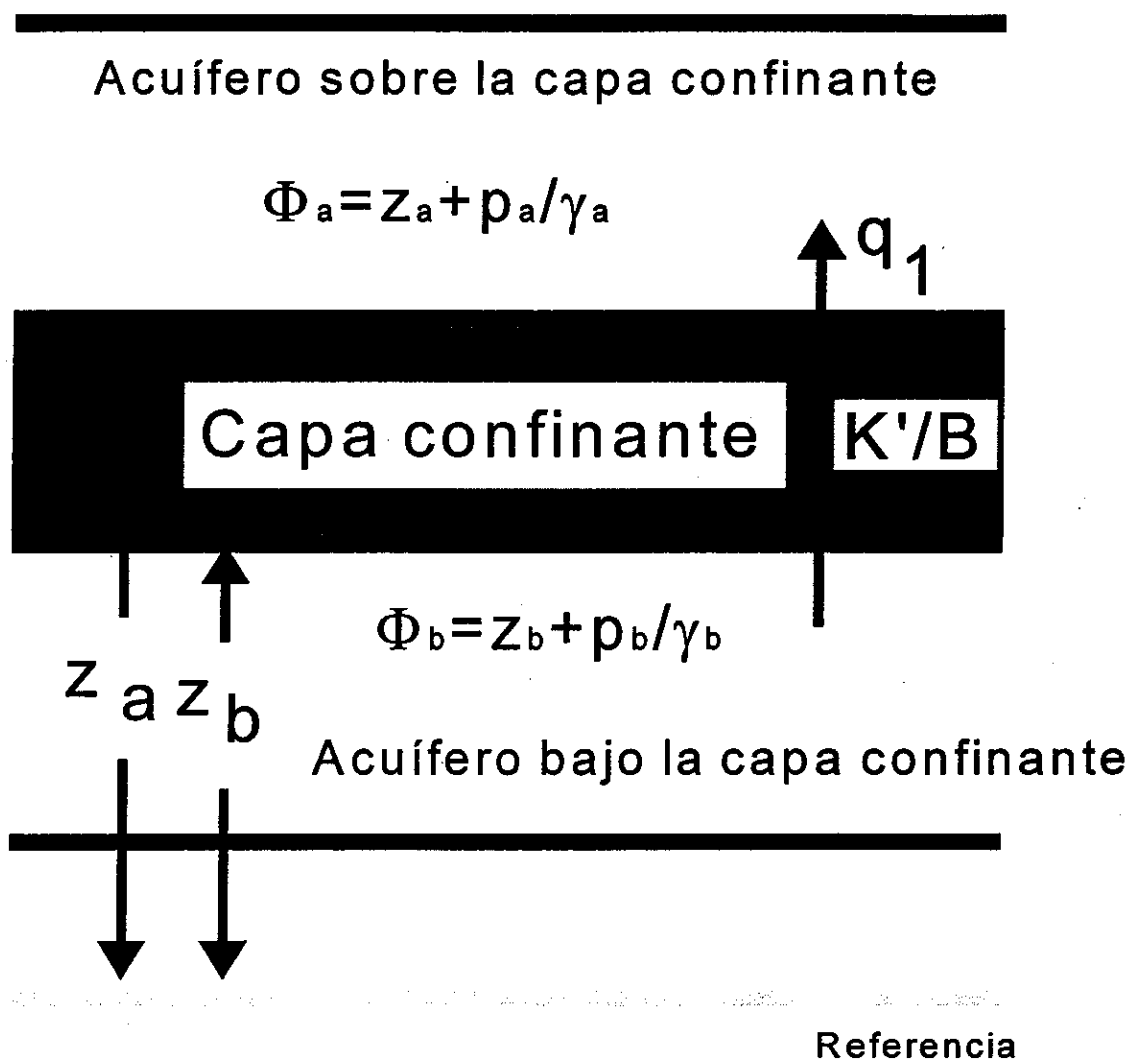


Figura 2. Filtración a través de una capa confinante.

Si el agua en ambos lados de la capa confinante tiene la misma densidad, la ley de Darcy puede formularse en términos de las diferencias de carga hidráulica a través de la capa. Cuando la densidad es diferente, los gradientes de densidad vertical son importantes y la Ley de Darcy debe formularse en términos de la presión:

$$q_1 = - \frac{k'}{\mu} \left(\frac{P_a - P_b}{\Delta z} + \rho g \right) \quad (19)$$

donde:

q_1	filtración vertical positiva hacia arriba (LT^{-1});
k'	permeabilidad vertical de la capa confinante (L^2);
μ	viscosidad dinámica ($ML^{-1}T^{-1}$);
P_a, P_b	presión del fluido arriba y abajo de la capa confinante respectivamente ($ML^{-1}T^{-2}$);
ρ	densidad del fluido (ML^{-3});
Δz	espesor de la capa confinante (L);
g	aceleración gravitacional ($ML^{-1}T^{-1}$).

Usando las definiciones para carga hidráulica ($\Phi = z + p/\gamma$), peso específico ($\gamma = \rho g$), y conductividad hidráulica de agua dulce en la capa confinante ($K' = k' \rho_f g / \mu$), la ecuación (19) puede ser re-escrita como:

$$q_1 = - \frac{K'}{B' \gamma_f} [\gamma_a (\Phi_a - z_a) - \gamma_b (\Phi_b - z_b) + \gamma B'] \quad (20)$$

donde:

$B' = z_a - z_b$	espesor de la capa confinante (L);
Φ_a, Φ_b	cargas hidráulicas arriba y abajo de la capa confinante respectivamente (L);
z_a, z_b	elevaciones de la cima y base de la capa confinante (L);

γ_f peso específico del agua dulce ($\text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}$).

Cuando el agua dulce ocurre en un lado de la capa confinante y el agua salada ocurre en el otro, la distribución de la densidad dentro de la capa confinante depende de la dirección del flujo. Esto es desconocido mientras la ecuación no se resuelva, pero, por simplificación, el término final en la ecuación (20) ha sido aproximado por un promedio de los pesos específicos arriba de la capa confinante (γ_a) y abajo (γ_b):

$$\gamma \approx \bar{\gamma} = (\gamma_a + \gamma_b) / 2 \quad (21)$$

Sustituyendo la ecuación (21), la forma general del término de filtración es:

$$q_1 = -\frac{K'}{B'} \left[\frac{\gamma_a}{\gamma_f} \Phi_a - \frac{\gamma_b}{\gamma_f} \Phi_b + \frac{(\gamma_b - \gamma_a)}{\gamma_f} \frac{(z_b + z_a)}{2} \right] \quad (22)$$

y K'/B' es lo filtrado de la capa confinante (T^{-1}). Los primeros dos términos en la ecuación (22) representan las cargas equivalentes de agua dulce arriba y abajo de la capa confinante. El tercer término incorpora el efecto de la gravedad en el agua contenida en la capa confinante. Para el caso de aguas con densidad igual arriba y abajo de la capa confinante, esta ecuación se reduce a:

$$q_1 = -\frac{K'}{B'} (\Phi_a - \Phi_b) \quad (23)$$

III.1.3 Las ecuaciones integradas. Introduciendo las condiciones a la frontera y tomando en cuenta los términos fuente-sumidero, las ecuaciones integradas verticalmente para flujo de agua dulce y agua salada respectivamente son:

$$\begin{aligned} S_f B_f \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} + n\alpha \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} + \left[n\delta \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} - n(1+\delta) \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} \right] \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(B_f K_{fx} \frac{\partial \Phi_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(B_f K_{fy} \frac{\partial \Phi_f}{\partial y} \right) + Q_f + Q_{1f} \end{aligned} \quad (24a)$$

$$S_s B_s \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} + \left[n(1+\delta) \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} - n\delta \frac{\partial \Phi_f}{\partial t} \right] \quad (24b)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(B_s K_{sx} \frac{\partial \Phi_s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(B_s K_{sy} \frac{\partial \Phi_s}{\partial y} \right) + Q_s + Q_{1s}$$

donde:

K_{fx}, K_{sx}	conductividades hidráulicas del agua dulce y salada en la dirección X (LT^{-1});
K_{fy}, K_{sy}	conductividades hidráulicas del agua dulce y salada en la dirección Y (LT^{-1});
Q_f, Q_s	términos fuente-sumidero de agua dulce y salada (LT^{-1});
Q_{1f}, Q_{1s}	términos de filtración de agua dulce y salada (LT^{-1}) dados por la ecuación (20).

$\alpha=1$ para un acuífero no confinado, $\alpha=0$ para un acuífero confinado (Essaid, 1990).

Las ecuaciones (24a) y (24b) representan dos ecuaciones diferenciales parciales parabólicas acopladas que deben ser resueltas simultáneamente para la carga de agua dulce (Φ_f) y para la carga de agua salada (Φ_s). Una vez que se obtienen estos valores, la elevación de la interfase (ζ_1) puede calcularse a partir de la ecuación (15):

$$\zeta_1 = (1 + \delta) \Phi_s - \delta \Phi_f$$

En regiones fuera de la interfase, sólo un tipo de fluido (agua dulce o salada) está presente en el acuífero.

III.1.4 Forma numérica de las ecuaciones de flujo de agua dulce y agua salada. Las derivadas continuas espacial y temporal de las ecuaciones de flujo de agua dulce y agua salada se discretizan utilizando métodos de diferencias finitas. La discretización espacial se obtiene utilizando una malla de diferencias finitas de bloque centrado que permite el espaciado variable de la malla. Para asegurar estabilidad, se ha adoptado un esquema implícito retrasado en el tiempo.

En el siguiente desarrollo de las aproximaciones de diferencias finitas, los términos en las ecuaciones de flujo han sido multiplicados por el área del bloque de la malla. Los subíndices espaciales se indican únicamente cuando difieren de i, j , o k , por ejemplo, la carga de agua dulce en el bloque $(i, j-1, k)$ se representa como $\Phi_{f,j-1}$ (Essaid, 1990).

III.1.5 Aproximaciones de diferencias finitas de las derivadas espacial y temporal. La aproximación de segundo orden para la derivada espacial en la dirección X en el nodo de la malla (i, j, k) y en el nivel de tiempo n está dada por:

$$A \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(B_{\lambda} K_{\lambda x} \frac{\partial \Phi_{\lambda}}{\partial x} \right) \right]^n \cong T_{\lambda,j+1/2}^n \Delta y (\Phi_{\lambda,j+1} - \Phi_{\lambda})^n - T_{\lambda,j-1/2}^n \Delta y (\Phi_{\lambda} - \Phi_{\lambda,j-1})^n \quad (25)$$

donde $\lambda = 'f'$ para flujo de agua dulce y $'s'$ para flujo de agua salada y A es el área del bloque en la malla ($A = \Delta x \Delta y$). Los términos de transmisividad (T) en las fronteras del bloque están dados por:

$$T_{\lambda,j+1/2}^n = B_{\lambda,j+1/2}^n \left(\frac{K_{\lambda}}{\Delta x} \right)_{j+1/2} \quad (26 a)$$

$$T_{\lambda,j-1/2}^n = B_{\lambda,j-1/2}^n \left(\frac{K_{\lambda}}{\Delta x} \right)_{j-1/2} \quad (26 b)$$

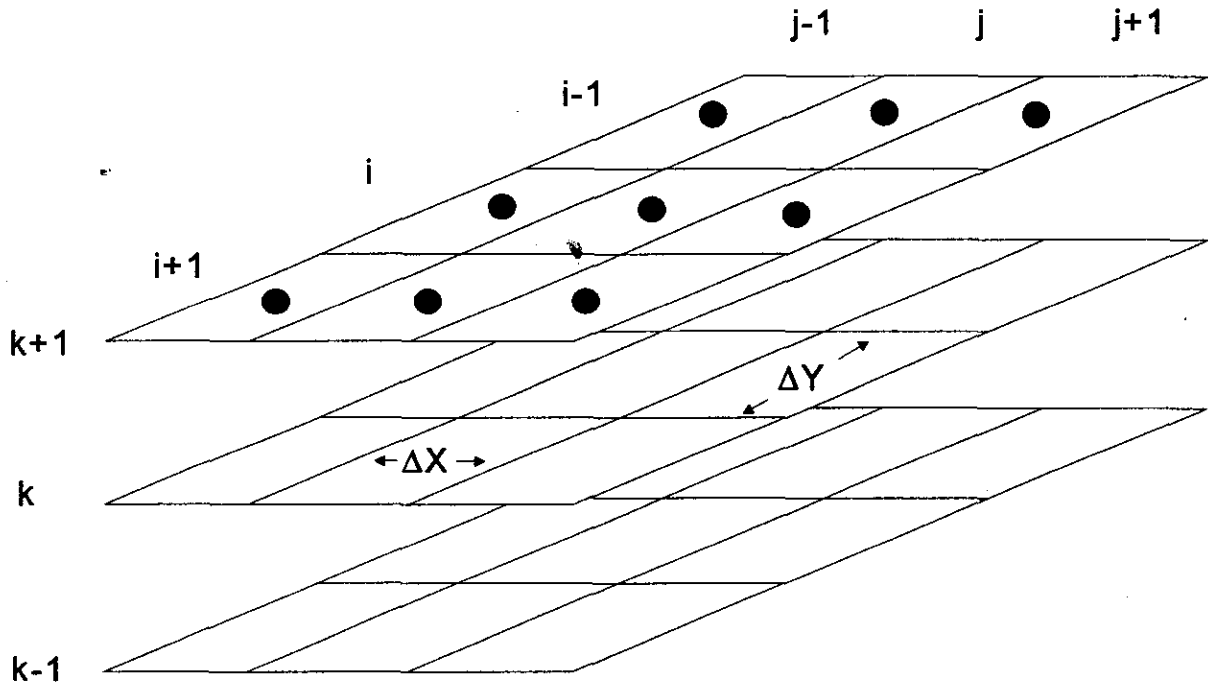


Figura 3. Malla de diferencias finitas de bloque centrado.

Los espesores (B) en las fronteras del bloque son interpolados linealmente en base a los valores nodales adyacentes y los términos de conductividad (K) son estimados usando la media armónica de los valores nodales. Las aproximaciones de diferencia central para la derivada espacial en la dirección Y se hacen de la misma manera y el resultado es:

$$A \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(B_{\lambda} K_{\lambda y} \frac{\partial \Phi_{\lambda}}{\partial y} \right) \right]^n \cong T_{\lambda, i+1/2}^n \Delta x (\Phi_{\lambda, i+1} - \Phi_{\lambda})^n - T_{\lambda, i-1/2}^n \Delta x (\Phi_{\lambda} - \Phi_{\lambda, i-1})^n \quad (27)$$

Las derivadas temporales de los potenciales de agua dulce y agua salada en las ecuaciones (24a) y (24b) se aproximan usando diferencias hacia atrás:

$$\frac{\partial \Phi_{\lambda}}{\partial t} \cong \frac{\Phi_{\lambda}^n - \Phi_{\lambda}^{n-1}}{\Delta t} \quad (28)$$

III.1.6 Fuentes y sumideros. Las fuentes (o sumideros) de potencial de agua dulce y agua salada en un bloque son bombeo (o inyección), recarga y filtración de las capas confinantes de arriba o de abajo. La proporción de agua dulce o agua salada extraída de un pozo depende de la posición de la interfase en relación a la elevación del intervalo oculto del pozo (Fig. 4). La tasa de extracción de agua dulce en un nodo está determinada por la descomposición lineal de la extracción total del pozo basada en la proporción del intervalo abierto del pozo que penetra la zona de agua dulce:

$$P_f^n \equiv \frac{Th_f^n}{Th_t} P_t \quad (29)$$

donde:

P_f^n bombeo de agua dulce del nodo i,j en el nivel de tiempo n (L^3/T);

Th_f^n longitud del intervalo abierto que penetra la zona de agua dulce en el nivel de tiempo n (L);

Th_t intervalo abierto total del pozo (L);

P_t bombeo total del pozo (L^3/T).

El bombeo de agua salada del pozo al nivel de tiempo n (P_s^n) está dado por:

$$P_s^n \equiv P_t - P_f^n \quad (30)$$

Los valores positivos de P_t representan extracciones del pozo y los valores negativos representan inyecciones de agua dentro del pozo. Usando las ecuaciones (29) y (30), los términos fuente-sumidero en (24a) y (24b) son:

$$A Q_f \equiv \alpha N \Delta x \Delta y - \left\{ \frac{Th_f P_t}{Th_t} \right\}^n \quad (31 a)$$

$$A Q_s \equiv \left\{ P_t - \frac{Th_f P_t}{Th_t} \right\}^n \quad (31 b)$$

donde N es la tasa de recarga (LT^{-1}). La recarga no es permitida en bloques de malla confinados donde $\alpha=0$ (Essaid, 1990).

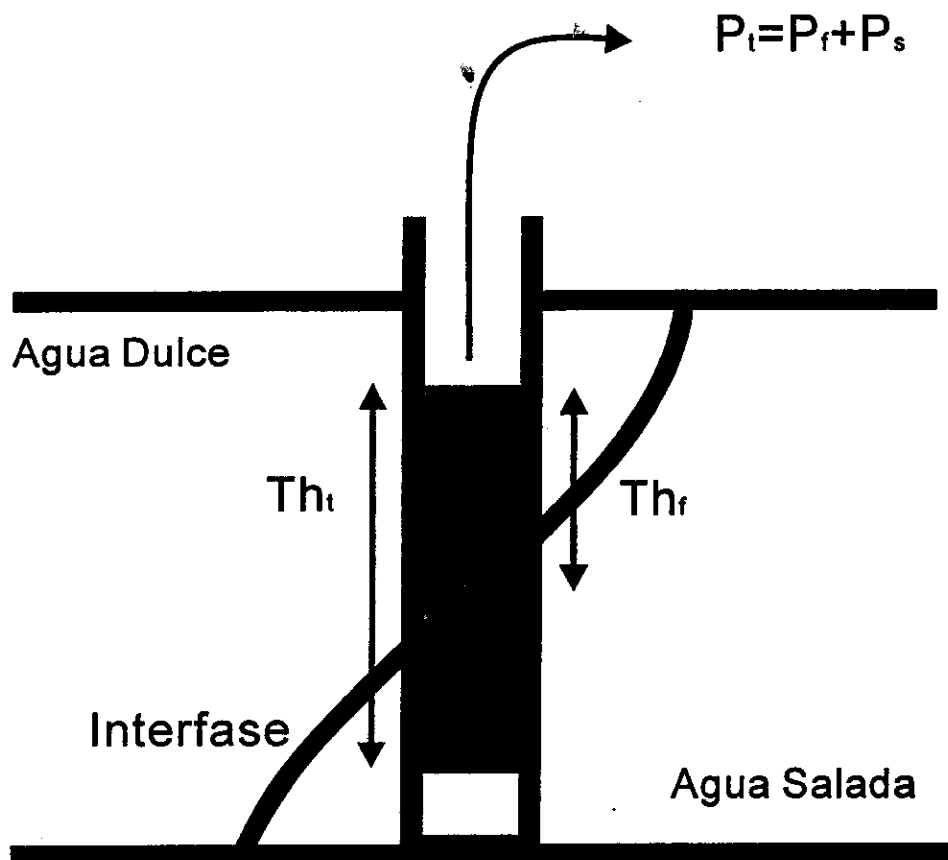


Figura 4. Un pozo penetrando agua dulce y agua salada en un acuífero (Th_t es el intervalo abierto total del pozo, Th_r es la longitud del intervalo abierto penetrando agua dulce).

III.1.7 Trayectoria de la cima y base de la interfase. Para desarrollar un modelo de interfase aguda para flujo de agua dulce y agua salada en acuíferos costeros de capas, es necesaria la representación de la interfase móvil dentro de un sistema discretizado. La posición de la cima de la interfase (la intersección de la interfase con la cima del acuífero) y la base de la interfase (la intersección de la interfase con la base del acuífero) no siempre coincidirán con las fronteras del bloque o elemento. Shamir y Dagan (1971) lograron esto para una sección transversal vertical usando una malla móvil. En cada paso de tiempo la nueva

posición de la base de la interfase fue calculada usando una extrapolación lineal, y la rezonificación de la malla fue hecha para alinear la frontera del bloque con la base de la interfase. Esta misma aproximación fue usada por Bear y Kapuler (1981) para el caso de dos acuíferos separados por una capa impermeable. Wilson y Sa da Costa (1982) incorporaron un algoritmo indirecto de la trayectoria de la base a un modelo de malla fija de elemento finito. Otros modelos de interfase aguda se han hecho sin intentar seguir las posiciones de la cima y base de la interfase. SHARP incorpora un algoritmo de la trayectoria de la cima y base basándose en una extrapolación ponderada del declive de la interfase en bloques de diferencias finitas que contengan la cima y base de la interfase.

Para determinar el almacenamiento neto de agua dulce y agua salada dentro de un bloque, deben conocerse los puntos de agua dulce y agua salada en contacto con la cima y base del acuífero; esto se obtiene determinando las posiciones de la cima y base de la interfase dentro de la malla de diferencias finitas para cada acuífero (Fig. 5). La cima de la interfase se localiza proyectando linealmente la interfase en las direcciones X y Y, basándose en el declive de la interfase, hasta que se intersecte con la cima del acuífero. Similarmente, en la base de la interfase, la interfase se proyecta hasta que se intersecte con la base del acuífero. La proyección de la cima se lleva a cabo en partes donde hay transición de un bloque que contiene algo de agua dulce a un bloque que no contiene agua dulce. Similarmente, la proyección de la base se lleva a cabo donde hay transición de un bloque que contiene algo de agua salada a un bloque que no contiene agua salada (Essaid, 1990).

En la vecindad de la cima y base de la interfase, la aproximación de diferencias finitas del declive de la interfase en las direcciones X y Y puede obtenerse derivando la ecuación (15) con respecto a X y Y. El declive de la interfase se aproxima basándose en las derivadas de la carga de agua dulce y agua salada como sigue:

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = (1+\delta) \frac{\partial \Phi_s}{\partial x} - \delta \frac{\partial \Phi_f}{\partial x} \cong (1+\delta) \left[(1-\omega) \frac{\partial \Phi_s}{\partial x} j+1/2 + \omega \frac{\partial \Phi_s}{\partial x} j-1/2 \right] - \delta \left[(1-\omega) \frac{\partial \Phi_f}{\partial x} j+1/2 + \omega \frac{\partial \Phi_f}{\partial x} j-1/2 \right] \quad (32 a)$$

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial y} = (1+\delta) \frac{\partial \Phi_s}{\partial y} - \delta \frac{\partial \Phi_f}{\partial y} \cong (1+\delta) \left[(1-\omega) \frac{\partial \Phi_s}{\partial y} i+1/2 + \omega \frac{\partial \Phi_s}{\partial y} i-1/2 \right] - \delta \left[(1-\omega) \frac{\partial \Phi_f}{\partial y} i+1/2 + \omega \frac{\partial \Phi_f}{\partial y} i-1/2 \right] \quad (32 b)$$

donde:

$$\frac{\partial \Phi_\lambda}{\partial x} j+1/2 = \frac{\Phi_{\lambda j+1} - \Phi_\lambda}{0.5(\Delta x_{j+1} + \Delta x)}$$

y

$$\frac{\partial \Phi_\lambda}{\partial x} j-1/2 = \frac{\Phi_\lambda - \Phi_{\lambda j-1/2}}{0.5(\Delta x + \Delta x_{j-1})}$$

son las derivadas de las cargas de agua dulce y agua salada enfrente y detrás de la cima y base de la interfase en la dirección X. Las derivadas en la dirección Y se calculan de una manera similar.

La ponderación del factor ω es necesaria para prevenir cambios bruscos en el declive cuando la cima o base de la interfase cruza de un bloque a otro, ya que el declive puede cambiar rápidamente de $j-1/2$ a $j+1/2$. Para obtener un movimiento leve de la interfase, ω varía de 0 a 1 cuando ésta se mueve. La importancia de la derivada se incrementa cuando la cima o base de la interfase se mueve más allá del intervalo sobre el cual es calculada. Por ejemplo, para la proyección de la cima de la interfase en la dirección positiva X (indicada con un subíndice + e ilustrada en la Figura 5), el factor ponderante está dado por:

$$\begin{aligned} \omega_+ &= 1 - 2(FX_{j+1}) && \text{para } FX_{j+1} \leq 0.5 \\ \omega_+ &= 0 && \text{para } FX_{j+1} > 0.5, \end{aligned} \quad (33)$$

donde FX_{j+1} es la distancia a la cima de la interfase en el bloque $i,j+1,k$ expresada así en un radio de Δx_{j+1} , y el declive de la interfase se obtiene de la ecuación (32a).

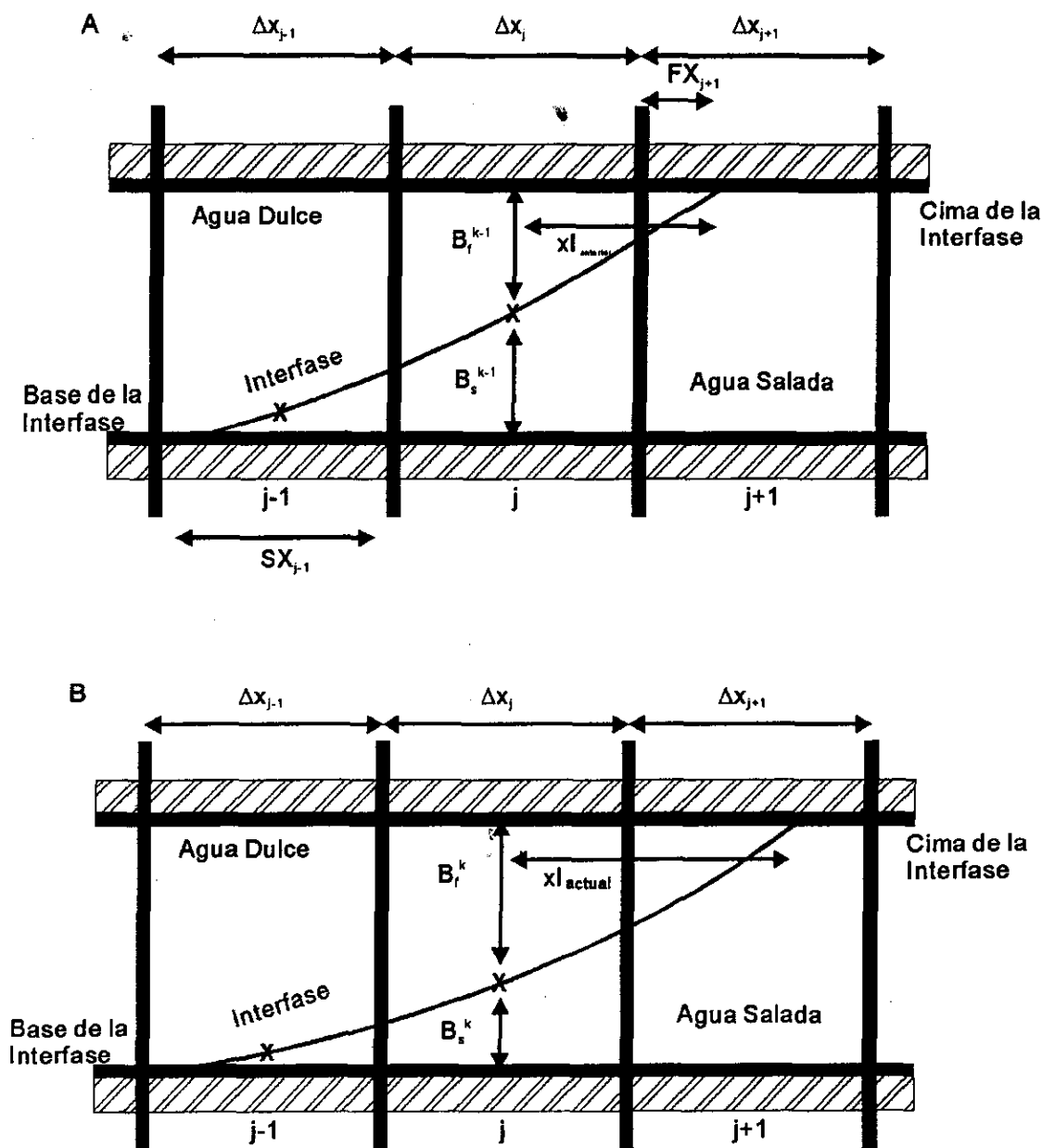


Figura 5. Proyecciones de la cima y base de la interfase en las direcciones positiva y negativa X (las X's representan las elevaciones de la interfase calculadas en el centro de los bloques de diferencias finitas).

- La interfase proyectada en la iteración $k-1$, y los valores FX y SX usados en los cálculos de la proyección de la interfase para la iteración k .
- La nueva posición de la interfase proyectada en el nivel de iteración k .

La nueva posición de la cima de la interfase se obtiene proyectando la interfase, basándose en su declive, hasta que intersecte a la cima del acuífero. El declive de la cima del acuífero en la dirección positiva X está dado por:

$$\left[\frac{\partial Z_{\text{cima}}}{\partial x} \right]_+ = \frac{Z_{\text{cima}_{j+1}} - Z_{\text{cima}_j}}{0.5(\Delta x_j + \Delta x_{j+1})} \quad (34)$$

La nueva distancia proyectada en la dirección positiva X, medida del centro del bloque i,j a la cima de la interfase, para la iteración en curso es entonces calculada usando las ecuaciones (32) y (34) como sigue:

$$x1_{\text{actual}} = \frac{B_f}{\left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \right)_+ - \left(\frac{\partial Z_{\text{cima}}}{\partial x} \right)_+} \quad (35)$$

donde B_f es el espesor de agua dulce en el bloque i,j. La distancia proyectada final es un promedio ponderado de los valores anteriores y actuales:

$$x1 = \text{WFAC} * x1_{\text{actual}} + (1 - \text{WFAC}) * x1_{\text{anterior}} \quad (36)$$

donde $x1_{\text{anterior}}$ es la posición de la interfase proyectada de la iteración previa y WFAC es un factor ponderante especificado por el usuario. Un valor WFAC de 0.5 dará igual ponderación para ambos valores, un valor más grande de 0.5 dará a la nueva posición de la interfase un peso más grande. El promedio de los valores anteriores y actuales refina el movimiento de la cima de la interfase con el tiempo. Generalmente, es recomendable utilizar un valor de 0.5, ya que valores más grandes que éste pueden llevar a oscilaciones en las posiciones de la cima y la base, resultando en una solución inestable.

Siguiendo la proyección de la interfase, los coeficientes de transmisividad en la frontera del bloque son reajustados basándose en los nuevos espesores interpolados de agua dulce y agua salada en las fronteras del bloque. La nueva posición de la cima de la interfase proyectada es expresada entonces como una fracción del radio del bloque Δx (FXN).

Para $x_1 \leq 0.5 \Delta x_j$:

$$FXN_j = (x_1 + 0.5 \Delta x_j) / \Delta x_j ,$$

$$FXN_{j+1} = 0.0 ,$$

y para $x_1 > 0.5 \Delta x_j$,

$$FXN_j = 1.0 ,$$

$$FXN_{j+1} = (x_1 - 0.5 \Delta x_j) / \Delta x_{j+1} .$$

Este procedimiento se repite en la dirección negativa X con:

$$\omega_- = 2(FX_{j-1}) \text{ para } FX_{j-1} \leq 0.5 ,$$

$$\omega_- = 1 \text{ para } FX_{j-1} > 0.5 ,$$

para obtener proyecciones de la interfase donde se extiende pasando el centro de un bloque en la dirección negativa X. La proyección de la interfase se repite entonces en las direcciones Y positiva y negativa para obtener FYN.

La base de la interfase se proyecta de manera similar, pero con un esquema de ponderación diferente que resulta en un movimiento más estable de la base de la interfase. Las ecuaciones en la dirección positiva X son:

$$\omega = \frac{x_{1 \text{ anterior}}}{0.5(\Delta x_j + \Delta x_{j+1})} \quad (37)$$

donde $x_{1 \text{ base}}$ se toma de la posición de la interfase proyectada de la iteración previa, y el declive de la interfase se calcula usando la ecuación (32b). El declive de la base del acuífero en la dirección positiva X está dado por:

$$\left[\frac{\partial Z_{\text{base}}}{\partial x} \right]_+ = \frac{Z_{\text{base } j+1} - Z_{\text{base } j}}{0.5(\Delta x_j + \Delta x_{j+1})} \quad (38)$$

La nueva distancia proyectada en la dirección positiva X para esta iteración está dada por:

$$x_{1 \text{ actual}} = \frac{B_s}{\left(\frac{\partial Z_{\text{base}}}{\partial x} \right)_+ - \left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \right)_+} \quad (39)$$

donde B_s es el espesor de la zona de agua salada. La ecuación (39) es usada para calcular SX_N , la distancia proyectada de la base de la interfase expresada como una fracción de Δx . El procedimiento completo se repite en la dirección negativa X (como se muestra en la Figura 5), y en las direcciones positiva y negativa Y para obtener SY_N .

Cuando se completan las proyecciones de la cima y base de la interfase en las direcciones X y Y , se calculan las fracciones de la parte alta y baja de un bloque en contacto con agua dulce y agua salada. En cada bloque de la malla, la fracción de la parte alta del bloque en contacto con agua dulce es ($FAREA$) y la fracción restante en contacto con agua salada es ($1-FAREA$). La fracción de la parte baja del bloque en contacto con agua salada está dada por ($SAREA$) y ($1-SAREA$) representa el área de agua dulce. Así, si $FAREA=0$, el bloque contiene únicamente agua salada; si $SAREA=0$, el bloque contiene solamente agua dulce; si $FAREA=SAREA=1$, la interfase pasa a través del bloque y ambas, agua dulce y agua salada, están presentes; si $0<FAREA<1$, la cima de la interfase está dentro del bloque; si $0<SAREA<1$, la base de la interfase está dentro del bloque.

Los factores área de agua dulce y agua salada del bloque ($FAREA$ Y $SAREA$) son calculados combinando las proyecciones en las direcciones X y Y (FX_N , FY_N , SX_N , y SY_N) de tal manera que asegure una variación suave en $FAREA$ y $SAREA$ (entre 0 y 1) cuando la interfase se mueve. Esto se logra de la siguiente manera: si FX_N y FY_N son menores o iguales a 0.5, entonces:

$$FAREA = [1 - (FX_N * FY_N)^{1/2}] (FX_N + FY_N), \quad (40)$$

el cual da un valor de $FAREA$ que varía entre 0 y 0.5, por otro lado, si FX_N y FY_N son mayores que 0.5:

$$FAREA = (FX_N * FY_N) \left[1 + \frac{1}{(FX_N * FY_N + 0.75)^7} \right] \quad (41)$$

y FAREA varía entre 0.5 y 1. Para el caso especial de sólo un factor de proyección que sea menor que 0.5, se usa la ecuación (40) y resulta que FAREA puede ser mayor que 0.5. El exponente 7 en el denominador de la ecuación (41) ha sido escogido para proveer una transición suave del caso de un factor de proyección menor que 0.5 a ambos factores mayores que 0.5. Similarmente, si SXN o SYN son mejores o iguales a 0.5, entonces:

$$SAREA = [1 - (SXN * SYN)^{1/2}] (SXN + SYN), \quad (42)$$

de otra forma:

$$SAREA = (SXN * SYN) \left[1 + \frac{1}{(SXN * SYN + 0.75)^7} \right] \quad (43)$$

Usando las fracciones de área, FAREA y SAREA, puede calcularse la filtración a través de los acuitardos de arriba y abajo (Essaid, 1990).

III.1.8 Cálculos de filtración. Una vez que han sido determinadas las posiciones de la cima y base de la interfase, pueden calcularse los términos de filtración en cada bloque. Dos métodos están disponibles para repartir la filtración entre las capas del modelo. Los dos métodos son idénticos en el caso de problemas de una capa pero difieren para problemas de varias capas, de tal manera que la filtración es asignada cuando el agua dulce en un acuífero cubre el agua salada en otro acuífero, o viceversa.

En el método 1 de filtración (mezcla completa), se supone que cuando el agua dulce se filtra en el agua salada o el agua salada se filtra en el agua dulce, la cantidad de filtración es pequeña en relación a la cantidad de agua en el lugar, el agua se mezcla instantáneamente y se incorpora a la zona de flujo que se mezcla. Esto significa que cuando el agua dulce se filtra en el agua salada, viene a ser parte del dominio del agua salada, y viceversa para el agua salada filtrándose dentro del agua dulce. Esta suposición es razonable para tasas bajas de filtración; pero, si hay un flujo vertical significativo en el sistema de una clase de agua a la otra

clase, esto no siempre trae buenos resultados. Por ejemplo, si hay un flujo considerable de agua dulce en una capa a agua salada en la capa superior, este método no se utiliza por el hecho de que el agua salada en la capa de arriba podría eventualmente ser rebasada por el agua dulce. También, si el bombeo profundo reduce las cargas de agua dulce significativamente en áreas que tengan agua salada en el acuífero superior, la filtración hacia abajo de agua salada puede ser inducida, actuando como una fuente de agua.

El método 2 (mezcla restringida) limita la mezcla de agua dulce y agua salada. En este método, no se permite que el agua salada se filtre en la zona de agua dulce, ni la filtración hacia abajo de agua dulce en el agua salada. La filtración hacia arriba de agua dulce es distribuida entre las zonas superiores de agua dulce y agua salada basándose en la cantidad de agua dulce en el bloque superior que es representada con el valor de FAREA. Si FAREA es igual a 1 en el bloque superior, toda la filtración de agua dulce va a la zona superior de agua dulce. Si FAREA es igual a 0.5, la mitad va a la zona de agua dulce y la otra mitad se incorpora a la zona de agua salada. Cuando FAREA es igual a 0.0, toda la filtración de agua dulce se incorpora a la zona superior de agua salada. En las Tablas I y II se resumen los términos de filtración de agua dulce y agua salada para un bloque.

Finalmente, la filtración neta de agua dulce y agua salada en un bloque está dada por la suma de las filtraciones a través de la parte alta y baja:

$$AQ_{f1} \cong (q_{f1_t} + q_{f1_b}) \Delta x \Delta y \quad (44 a)$$

$$AQ_{s1} \cong (q_{s1_t} + q_{s1_b}) \Delta x \Delta y \quad (44 b)$$

La filtración positiva representa flujo de agua hacia adentro de una capa y la filtración negativa representa flujo fuera de la capa.

Tabla I. Términos de filtración para el método 1 (mezcla completa).

A través de la cima	FAREA > 1-SAREA _{k+1}	FAREA < 1-SAREA _{k+1}
Filtración de agua dulce $q_{fi} =$	$(1-SAREA_{k+1})q_m + (FAREA - (1-SAREA_{k+1}))q_{fa}$	$(FAREA)q_m$
Filtración de agua salada $q_{si} =$	$(1-FAREA)q_m$	$(1-FAREA-SAREA_{k+1})q_{fa} + (SAREA_{k+1})q_m$
A través de la base	FAREA _{k-1} > 1-SAREA	FAREA _{k-1} < 1-SAREA
Filtración de agua dulce $q_{fb} =$	$(1-SAREA)q_m$	$(FAREA_{k-1})q_m + (1-FAREA_{k-1}-SAREA)q_{sb}$
Filtración de agua salada $q_{sb} =$	$(FAREA_{k-1} - (1-SAREA))q_{sb} + (1-FAREA_{k-1})q_m$	$(SAREA)q_m$

Tabla II. Términos de filtración para el método 2 (mezcla restringida).

A través de la cima	FAREA > 1-SAREA _{k+1}	FAREA < 1-SAREA _{k+1}
Filtración de agua dulce $q_{fi} =$	$(1-SAREA_{k+1})q_m + \psi(FAREA - (1-SAREA_{k+1}))q_{fa}$	$(FAREA)q_m$
Filtración de agua salada $q_{si} =$	$(1-FAREA)q_m$	$(SAREA_{k+1})q_m$
A través de la base	FAREA _{k-1} > 1-SAREA	FAREA _{k-1} < 1-SAREA
Filtración de agua dulce $q_{fb} =$	$(1-SAREA)q_m + \psi(FAREA(FAREA_{k-1} - (1-SAREA)))q_{sb}$	$(FAREA_{k-1})q_m$
Filtración de agua salada $q_{sb} =$	$\psi(1-FAREA)(FAREA_{k-1} - (1-SAREA))q_{sb} + (1-FAREA_{k-1})q_m$	$(SAREA)q_m$

Explicación:

$$q_m = \left(\frac{K'}{B'} \right) (\Phi_{k+1} - \Phi_f)$$

$$q_{fa} = \left(\frac{K'}{B'} \right) \left(\left(\frac{\gamma_s}{\gamma_f} \Phi_{k+1} - \Phi_f \right) - \frac{z_a + z_b}{2\delta} \right)$$

$$q_{sa} = \left(\frac{K'}{B'} \right) (\Phi_{k+1} - \Phi_s)$$

$$q_{fb} = \left(\frac{K'}{B'} \right) \left(\left(\Phi_{k+1} - \frac{\gamma_s}{\gamma_f} \Phi_s \right) + \frac{z_a + z_b}{2\delta} \right)$$

$$\delta = \frac{\gamma_f}{\gamma_s - \gamma_f}$$

$$q_{mb} = \left(\frac{K'}{B'} \right)_{k-1} (\Phi_{k-1} - \Phi_f)$$

$$q_{sb} = \left(\frac{K'}{B'} \right)_{k-1} \left(\left(\Phi_{k-1} - \frac{\gamma_s}{\gamma_f} \Phi_s \right) + \left(\frac{z_a + z_b}{2\delta} \right)_{k-1} \right)$$

$$q_{sa} = \left(\frac{K'}{B'} \right)_{k-1} (\Phi_{k-1} - \Phi_s)$$

$$q_{fb} = \left(\frac{K'}{B'} \right)_{k-1} \left(\left(\frac{\gamma_s}{\gamma_f} \Phi_{k-1} - \Phi_f \right) - \left(\frac{z_a + z_b}{2\delta} \right)_{k-1} \right)$$

$\psi=1$ cuando la dirección de la filtración es de agua dulce a agua salada sobreyacente, $\psi=0$ cuando la dirección de la filtración es de agua salada sobreyacente a agua dulce. Para todos los términos de flujo, un valor positivo indica flujo hacia dentro de la capa acuífera k, y un valor negativo indica flujo hacia fuera de la capa acuífera k.

III.1.9 Ecuaciones de flujo discretizadas. Sustituyendo las aproximaciones de diferencias finitas dadas por las ecuaciones (25), (27), (28), (31a,b), (44a,b) en las ecuaciones (24a) y (24b) y reacomodando, las ecuaciones de diferencias finitas de agua dulce y agua salada en cada nodo para un tiempo n están expresadas por:

$$\begin{aligned}
 & T_{fx,j+1/2}^n \Delta y (\Phi_{f,j+1} - \Phi_f)^n - T_{fx,j-1/2}^n \Delta y (\Phi_f - \Phi_{f,j-1})^n + T_{fy,i+1/2}^n \Delta x (\Phi_{f,i+1} - \Phi_f)^n \\
 & - T_{fy,i-1/2}^n \Delta x (\Phi_f - \Phi_{f,i-1})^n + \left\{ \left[\frac{S_f B_f^n + n(\alpha + (\text{SAREA})\delta)}{\Delta t} \right] (\Phi_f^n - \Phi_f^{n-1}) \right. \\
 & \left. + \frac{(\text{SAREA})n(1+\delta)}{\Delta t} (\Phi_s^n - \Phi_s^{n-1}) + (1-\alpha)Q_{fi}^n + \alpha N \right\} \Delta x \Delta y - \left\{ \frac{Th_f P_t}{Th_t} \right\}^n = 0
 \end{aligned} \tag{45 a}$$

$$\begin{aligned}
 & T_{sx,j+1/2}^n \Delta y (\Phi_{s,j+1} - \Phi_s)^n - T_{sx,j-1/2}^n \Delta y (\Phi_s - \Phi_{s,j-1})^n + T_{sy,i+1/2}^n \Delta x (\Phi_{s,i+1} - \Phi_s)^n \\
 & - T_{sy,i-1/2}^n \Delta x (\Phi_s - \Phi_{s,i-1})^n + \left\{ \left[\frac{S_s B_s^n + (\text{FAREA})n(1+\delta)}{\Delta t} \right] (\Phi_s^n - \Phi_s^{n-1}) \right. \\
 & \left. + \frac{(\text{FAREA})n\delta}{\Delta t} (\Phi_f^n - \Phi_f^{n-1}) + Q_{si}^n + \alpha N \right\} \Delta x \Delta y - \left\{ P_t - \frac{Th_f P_t}{Th_t} \right\}^n = 0
 \end{aligned} \tag{45 b}$$

Introduciendo FAREA y SAREA en las ecuaciones, los términos de almacenamiento en la interfase se hacen cero cuando la interfase no está presente en el bloque.

Reacomodando y agrupando términos, estas dos ecuaciones pueden consolidarse en una forma más compacta con todos los valores desconocidos del lado izquierdo y los valores conocidos del lado derecho:

$$Z\Phi_{k-1}^n + B\Phi_{i-1}^n + D\Phi_{j-1}^n + E\Phi^n + F\Phi_{j+1}^n + H\Phi_{i+1}^n + S\Phi_{k+1}^n = Q' \quad (46)$$

donde:

Z, B, D, E, F, H y S coeficientes de las submatrices 2×2 con la forma $\begin{bmatrix} Z^1 & Z^2 \\ Z^3 & Z^4 \end{bmatrix}$;

$\Phi' = \begin{bmatrix} \Phi_f \\ \Phi_s \end{bmatrix}$ valores desconocidos de la carga; y

$Q' = \begin{bmatrix} Q^1 \\ Q^2 \end{bmatrix}$ valores conocidos del gasto.

La ecuación (46) es no-lineal cuando los valores de los coeficientes Z, B, D, E, F, H y S dependen de la posición de la interfase. Sus valores cambian con el tiempo y no se conocen hasta que la solución se obtenga.

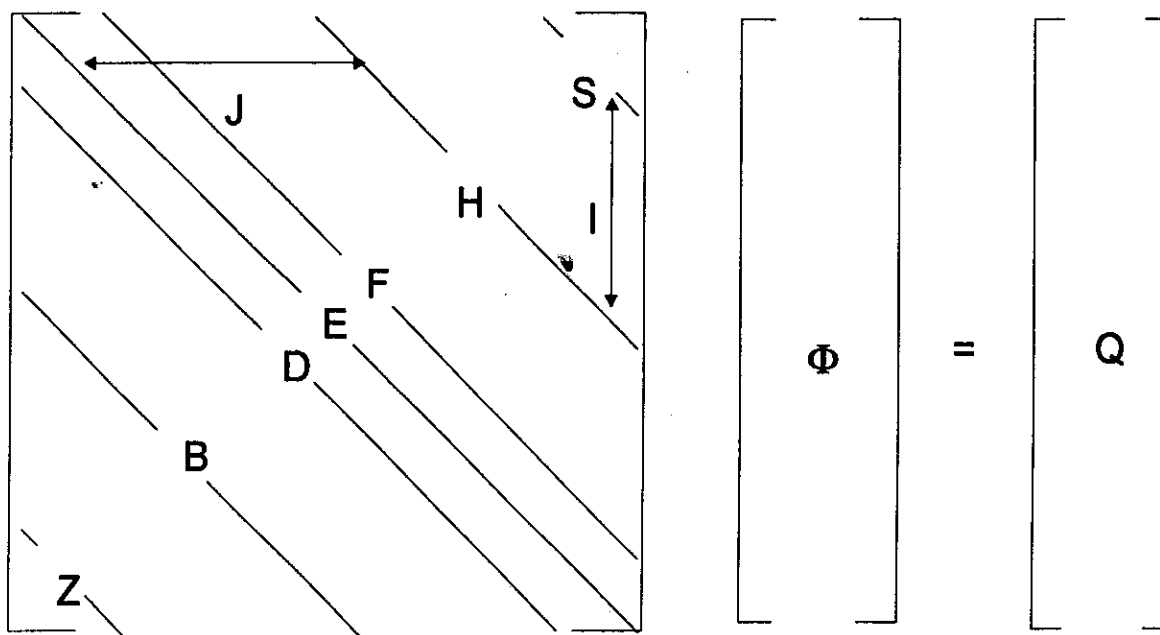
El sistema de M ecuaciones acopladas representando el flujo de agua dulce y agua salada en cada nodo puede expresarse en notación matricial como:

$$A\Phi^n = Q, \quad (47)$$

donde:

- M número de nodos en el sistema;
- A una matriz de bloque septadiagonal de los coeficientes de las submatrices Z, B, D, E, F, H y S ;
- Φ^n un vector columna bloque de las cargas desconocidas de agua dulce y agua salada en el tiempo n ;
- Q un vector columna bloque conteniendo los valores conocidos.

La estructura de estas matrices se muestra en la Figura 6.



MATRIZ A

Figura 6: El sistema de ecuaciones de flujo acopladas de agua dulce y agua salada en forma matricial (I=número de renglones, J=número de columnas).

III.1.10 Solución de las ecuaciones de flujo acopladas. Para reducir el error total e incrementar la precisión de la solución durante los cálculos, la ecuación matricial es expresada en forma residual sustrayendo $A\Phi^{n-1}$ de ambos lados:

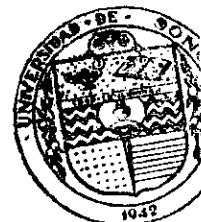
$$A [\Phi^n - \Phi^{n-1}] = Q - A\Phi^{n-1}, \quad (48)$$

$$A\xi^n = R^{n-1},$$

donde:

$$\begin{aligned} \xi^n &= \Phi^n - \Phi^{n-1} \\ R^{n-1} &= Q - A\Phi^{n-1} \end{aligned}$$

el cambio en la carga de $n-1$ a n ;
el residuo del lado derecho.



la iteración proceda y la solución converja, ξ^m y R^{m-1} se acercan a cero.

La no linealidad de la ecuación (46) es incorporada directamente al procedimiento de solución usando iteraciones de Picard. Las ecuaciones son linealizadas con la técnica de solución iterativa evaluando los coeficientes en el nivel de iteración previo. Como se mencionó antes, los coeficientes de la matriz A son dependientes del tiempo y cambian con la posición de la interfase. Los valores de estos coeficientes se actualizan al final de cada iteración basándose en la nueva posición de la interfase y entonces se usan en los cálculos del siguiente nivel de iteración (Essaid, 1990).

III.2.1 Convergencia del SIP. El nivel de convergencia del esquema SIP puede mejorarse con la elección apropiada de los valores para los parámetros de iteración y con la introducción de un factor de relajación. Stone (1986), Weinstein y otros (1970) y Trescott y otros (1976) han mostrado que el SIP converge más rápidamente que otras técnicas iterativas cuando hay considerable anisotropía, heterogeneidad e irregularidad en la geometría del acuífero. Meijerink y Van der Vorst (1977), concluyeron que el método de gradiente conjugado preconditionado puede converger más rápidamente que el SIP; aún así, este método no ha sido adaptado al modelo SHARP.

III.2.2 Parámetros de iteración. Para estudiar la convergencia del algoritmo SIP, Stone (1968) aplicó el análisis de error de Von Neumann a un problema simple bidimensional, homogéneo, isotrópico de geometría rectangular suponiendo que las dimensiones del problema fueran lo suficientemente grandes para que la influencia de las condiciones en la frontera fueran despreciadas. De este análisis, él concluyó que fue mejor usar un ciclo de iteración con parámetros dentro del rango de cero a uno, ya que los valores cercanos a uno tienden a disminuir los errores de baja frecuencia más rápidamente, mientras los valores cercanos a cero disminuyen los errores de alta frecuencia más rápidamente. El

parámetro mínimo es siempre fijo igual a cero, pero el máximo valor depende del problema. Un valor muy grande causará divergencia, y un valor muy pequeño llevará a una convergencia baja. Weinstein y otros (1969, 1970) encontraron que es mejor calcular el parámetro de iteración SIP máximo (ω_{\max}) usando la ecuación para el parámetro mínimo ADIP (procedimiento implícito de dirección alternante) para un problema homogéneo de una fase con bloques de malla rectangular:

$$1 - \omega_{\max} = \min_{\text{sobre la malla}} \left[\frac{\pi^2}{2J^2(1+\rho)}, \frac{\pi^2}{2I^2\left(1+\frac{1}{\rho}\right)} \right] \quad (50)$$

donde:

$$\rho = \frac{K_{fy} \Delta x^2}{K_{fx} \Delta y^2};$$

J = número de columnas; e

I = número de renglones.

Los parámetros intermedios son espaciados geométricamente, basándose en el valor de ω_{\max} :

$$1 - \omega_m = (1 - \omega_{\max})^{m / (M-1)}, \quad (51)$$

donde:

$$m = 1, 2, 3, \dots, M-1$$

M = número de parámetros de iteración en un ciclo.

Stone (1968) recomendó utilizar el mismo parámetro en iteraciones sucesivas normales y reversas; aún así, Weinstein y otros (1970) encontraron que esto no es de ventaja en la solución de problemas bidimensionales de multifases. Weinstein y otros (1970) también utilizaron los mismos parámetros para todas las fases y capas y recomendaron que si una

secuencia de parámetros causara divergencia, $(1-\omega_{\max})$ debería ser multiplicada por un factor (WITER) de dos a diez. Los lineamientos presentados por Weinstein y otros (1970) han sido implementados en SHARP. El número de parámetros de iteración (NITP) es especificado por el usuario. Generalmente, entre cuatro y diez parámetros son suficientes. El factor WITER también es especificado por el usuario. Para problemas que son altamente anisotrópicos o que tienen un espaciamiento en la malla altamente variable, WITER puede necesitar ser considerablemente mayor de diez para asegurar convergencia.

III.2.3 Factor de relajación. Un factor de relajación (RFAC) multiplicando los términos residuo en el lado derecho de la ecuación (49) puede introducirse para acelerar el nivel de convergencia:

$$(A+B)\xi^m = \text{RFAC} * R^{m-1}.$$

Un factor entre uno y dos conduce a una sobre-relajación de la solución, aumentando los incrementos del cambio de carga para cada iteración. Para problemas altamente no lineales, la sub-relajación o la disminución en el incremento del cambio de carga por iteración por un factor entre cero y uno, generalmente mejorará la convergencia. La sub-relajación puede ser necesaria para prevenir la dispersión o la oscilación en la solución (Essaid, 1990).

III.3 Descripción del programa. El programa de computadora SHARP consta de un programa principal y quince subrutinas. El programa principal, llamado MAIN, es una rutina que controla el flujo general y la estructura de ejecución del modelo. La rutina MAIN llama a la subrutina INPUT para leer los parámetros de entrada del modelo y obtiene nuevos arreglos. Para efectuar nuevas corridas del modelo, se utilizan las elevaciones de la interfase para determinar el tipo de nodo: sólo agua dulce (F), sólo agua salada (S) o agua dulce mezclada con agua salada (M) iniciándose aquí los factores de proyección de la interfase (FX,

FY, SX, SY). Para continuar la corrida, los factores de proyección de la interfase son leídos por la subrutina INPUT. Los parámetros de iteración que se usan en el algoritmo SIP se calculan con la subrutina IPARAM y las conductividades hidráulicas en los límites de la malla de bloques ($i \pm \frac{1}{2}, j \pm \frac{1}{2}$) las calcula la subrutina KMEAN.

Cada periodo de bombeo se inicia llamando PUMPER (un punto de entrada secundario en INPUT) para leer los intervalos de tiempo, las especificaciones de bombeo y la recarga para ese periodo. En este momento, los cálculos de los intervalos de tiempo comienzan; las cargas de los intervalos de tiempo previos se guardan y la subrutina SIP entra para resolver las ecuaciones de flujo de agua dulce y salada.

Si el número máximo de intervalos de tiempo permitido es alcanzado sin haber completado un intervalo de tiempo, la subrutina OUTPUT interviene para calcular el balance de masa e imprimir los resultados del intervalo de tiempo, terminando la ejecución del programa. Si se alcanza el estado estable, entonces OUTPUT imprime los resultados y se inicia un nuevo periodo de bombeo; si se alcanza el último periodo de bombeo, la ejecución del programa se termina; si ninguna de estas condiciones se logra, pero el número de intervalos de tiempo entre las impresiones se alcanza, OUTPUT imprime los resultados y se inicia un nuevo intervalo de tiempo. De otra manera, la subrutina OUTPUT imprime la información de iteración de intervalos de tiempo, ejecuta los cálculos de balance acumulativo de masa, y se inicia un nuevo intervalo de tiempo. Si se alcanza el fin de un periodo de bombeo, se inicia uno nuevo; si el último periodo de bombeo se completa, OUTPUT es llamado y se terminan los cálculos.

El último paso del programa, cuando ha sido completada la simulación, es escribir en un archivo las cargas hidráulicas simuladas y las elevaciones de la interfase en nodos de observación, para cada intervalo de tiempo.

Una descripción de cada subrutina es como sigue:

-INPUT. Los datos requeridos por la rutina MAIN son leídos e impresos por esta subrutina; estos datos son: título de la simulación, dimensiones de la malla, información de iteraciones e intervalos de tiempo, criterios de clausura y propiedades del fluido; después se leen las ubicaciones de los nodos de observación y se especifica la inicialización para una corrida común (NCONT, TSEC, NINT); enseguida, se leen las propiedades del acuífero, la carga inicial de agua dulce y los valores de elevación de la interfase.

-READ. Esta subrutina es llamada desde INPUT para leer y escribir arreglos de 2 y 3 dimensiones con los datos.

-IPARAM. Es llamada por el programa principal para calcular los parámetros de iteración que se utilizan en el algoritmo de solución SIP.

-KMEAN. Calcula los términos de conductividad hidráulica de agua dulce en las direcciones X y Y en los límites de la malla de bloques basándose en las medias armónicas de los valores en los nodos adyacentes; las conductividades hidráulicas del agua salada se calculan a partir de las conductividades del agua dulce y las densidades y viscosidades del fluido.

-SIP. Esta subrutina es llamada desde la rutina principal en cada intervalo de tiempo para resolver las ecuaciones de flujo del agua dulce y salada usando el algoritmo de solución SIP. Aquí, se llama a la subrutina TCOEF para evaluar las nuevas elevaciones de la interfase y los tipos de nodo. La subrutina FACTOR es llamada para evaluar los coeficientes SIP y para factorizar la matriz; estos resultados son usados para resolver los cambios de cargas de agua dulce y salada; los cambios máximos de carga de agua dulce y salada para la iteración se almacenan, y los valores de carga hidráulica se actualizan. Si se alcanza la convergencia, los valores de los nodos de observación se almacenan y el control se transfiere al programa MAIN; si no es así, el procedimiento de iteración se repite.

-TCOEF. Esta subrutina se llama al principio de cada iteración para actualizar los coeficientes de transmisividad y las posiciones proyectadas de la interfase utilizando las nuevas elevaciones de la interfase, los tipos de nodo, los espesores de agua dulce y salada y los nuevos coeficientes de transmisividad.

-FACTOR. La subrutina FACTOR es llamada desde SIP para calcular los

residuos (R^{k-1}) y factorizar la matriz modificada ($A+B$). La matriz ($A+B$) se descompone en sus correspondientes matrices triangulares superiores (U) y triangulares inferiores (L); para simplificar los cálculos se usan cinco subrutinas:

- ASSIGN. Asigna valores a una submatriz 2×2 .

- MULT. Multiplica dos submatrices.

- INV. Calcula la inversa de una submatriz.

- MAT1 y

- MAT2 Llevan los cálculos de submatrices que se usan repetidamente en el algoritmo SIP.

- RESULTS. Los resultados del último intervalo de tiempo se mandan a un archivo que pueda ser leído subsecuentemente en el modelo; estos resultados son: cargas de agua dulce, elevaciones de la interfase y los factores de proyección de la cima y base de la interfase.

- OUTPUT. Se llama desde el programa principal al fin de cada intervalo de tiempo para imprimir los resultados completos, ya sea que se logre una solución de estado estable o se alcance el intervalo de tiempo final; también puede ser requerida desde SIP para imprimir los resultados de la última iteración cuando una solución no converge dentro de un número máximo de iteraciones permitidas.

- MASBAL. Esta subrutina es llamada desde OUTPUT para calcular los intervalos y los balances de masa acumulativos del acuífero de agua dulce y salada dentro y fuera de cada capa a través de nodos de carga constante de agua dulce, nodos de carga constante de agua salada, recarga, bombeo y flujo.

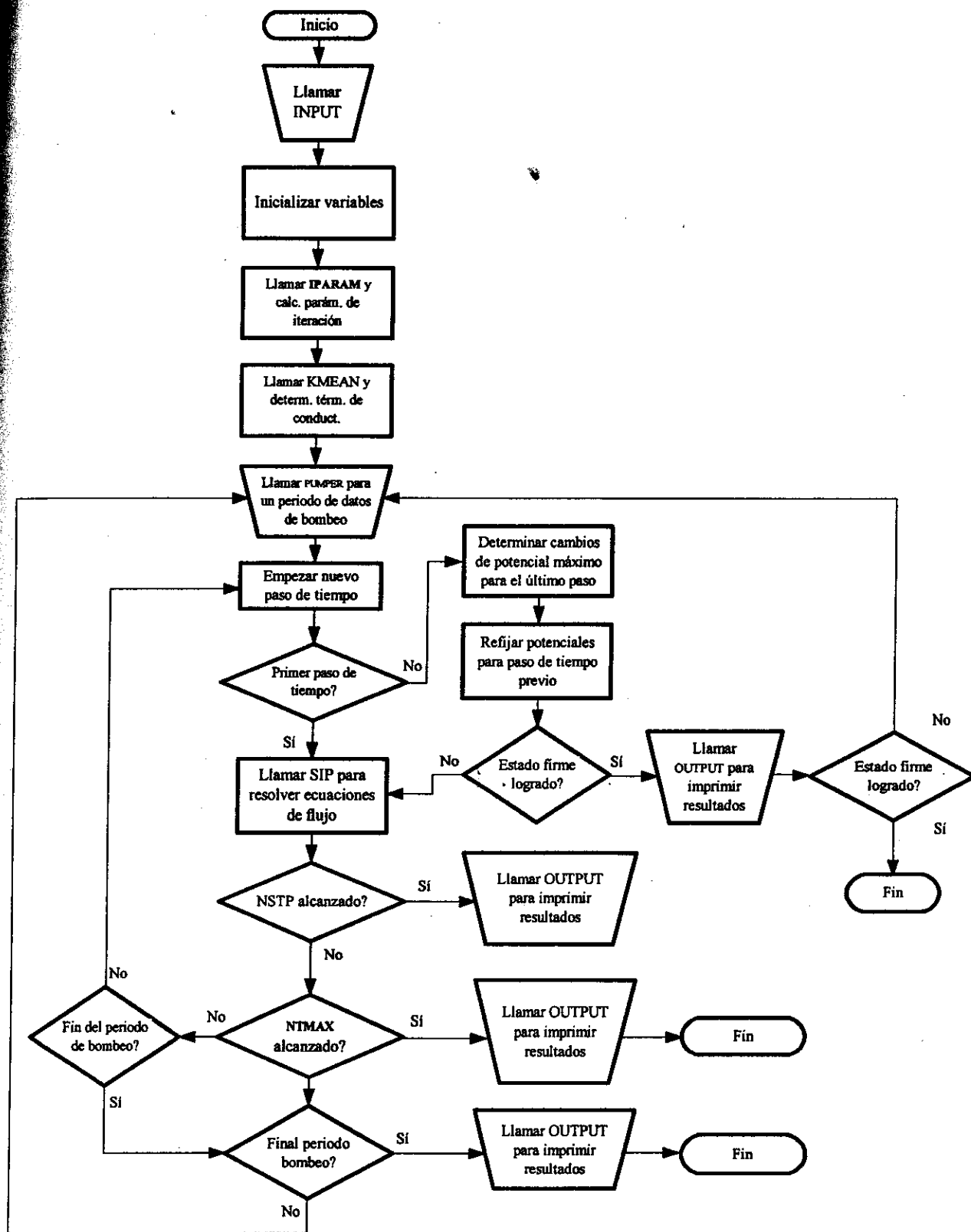


Figura 7. Diagrama de flujo para el programa principal (MAIN).

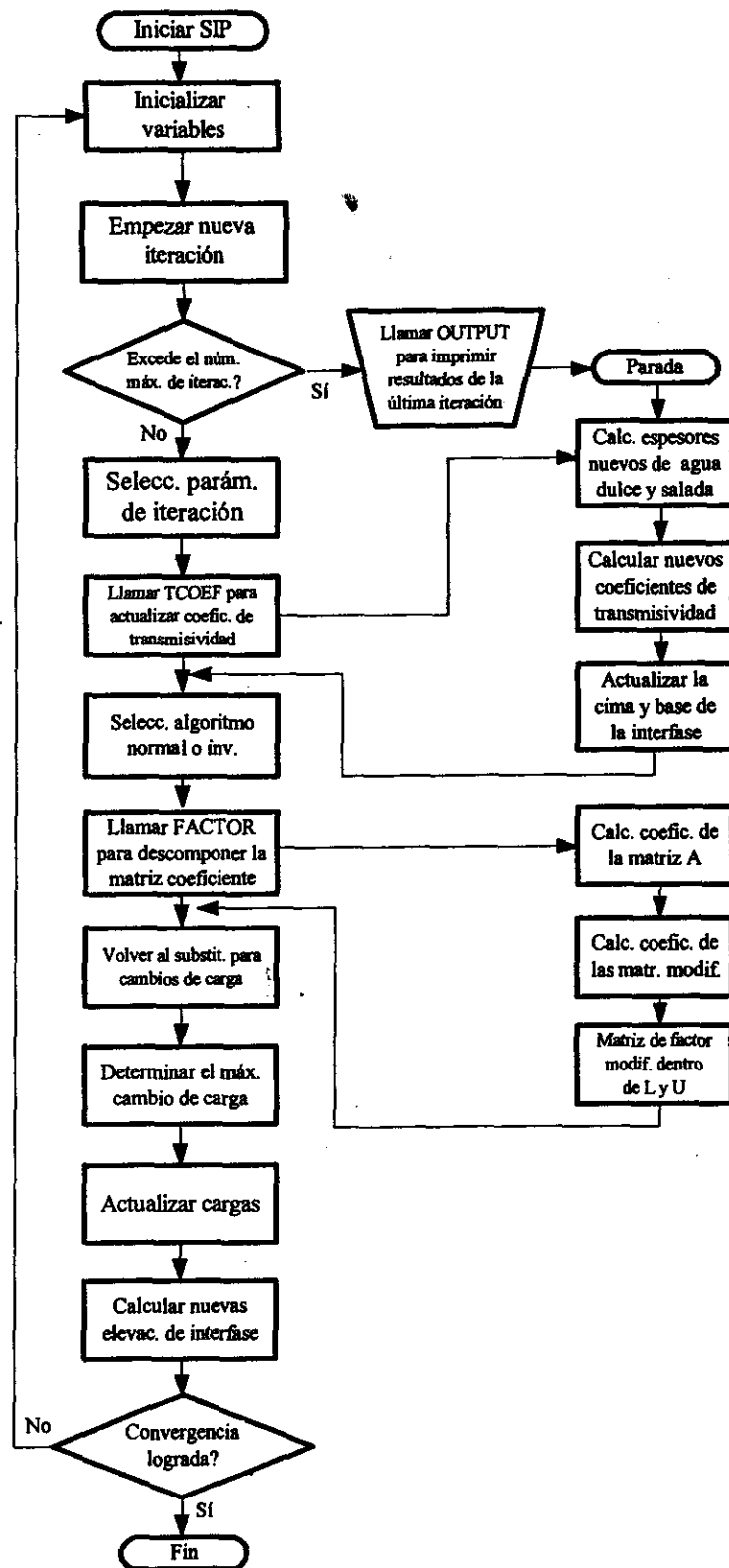


Figura 8. Diagrama de flujo para las subrutinas SIP, TCOEF y FACTOR

IV. ELABORACIÓN DEL MODELO CONCEPTUAL PARA EL ACUÍFERO DEL VALLE DE GUAYMAS

IV.1 Características generales de la zona de estudio. La Cuenca del Río Mátape se localiza en la parte centro-oeste de Sonora y pertenece a la Región Hidrológica No. 9 comprendiendo un área aproximada de 9,043 km² (Figura 9). El dren principal de la cuenca es el Río Mátape, el cual tiene su nacimiento al noreste del poblado de Mátape, desde donde inicia su trayectoria de 82 km hasta descargar sus aguas en la Presa Ignacio L. Alatorre. La disponibilidad de agua superficial en la cuenca es del orden de los 120.62 Mm³ anuales derivados a partir de un volumen medio anual precipitado de 3,092 Mm³ calculándose un coeficiente de escurrimiento de 3.9 % (INEGI, 1993).

El Valle de Guaymas corresponde al Distrito de Riego No. 84 y se encuentra en la planicie de la Cuenca del Mátape; colinda al Norte con la Sierra San Antonio, al Este con la Sierra del Bacatete, al Sur con el Golfo de California y al Oeste con la Sierra Santa Úrsula (Figura 9).

La región del valle a estudiar está delimitada por las coordenadas:

28° 14' 44" Lat. N	27° 52' 56" Lat. N
110° 47' 45" Long. W	110° 47' 45" Long. W
27° 52' 56" Lat. N	27° 52' 56" Lat. N
110° 29' 25" Long. W	110° 29' 25" Long. W

El cultivo principal en el Valle de Guaymas es el trigo, seguido de maíz, soya y algodón (Figura 10). En los recorridos efectuados por el valle, se pudieron observar grandes extensiones sembradas de cítricos (naranja, toronja, mandarina, etc).

Según el censo de pozos del valle en 1987, existían 276 captaciones de agua subterránea: 241 pozos, 34 norias y 1 mixto de los cuales 6 estaban inactivos y 270 activos. Del total de pozos, 159 (57.61 %) son para fines agrícolas, 105 (38.04 %) para usos doméstico y abrevadero y 12 (4.35 %) para agua potable (Montes de Oca, 1989).

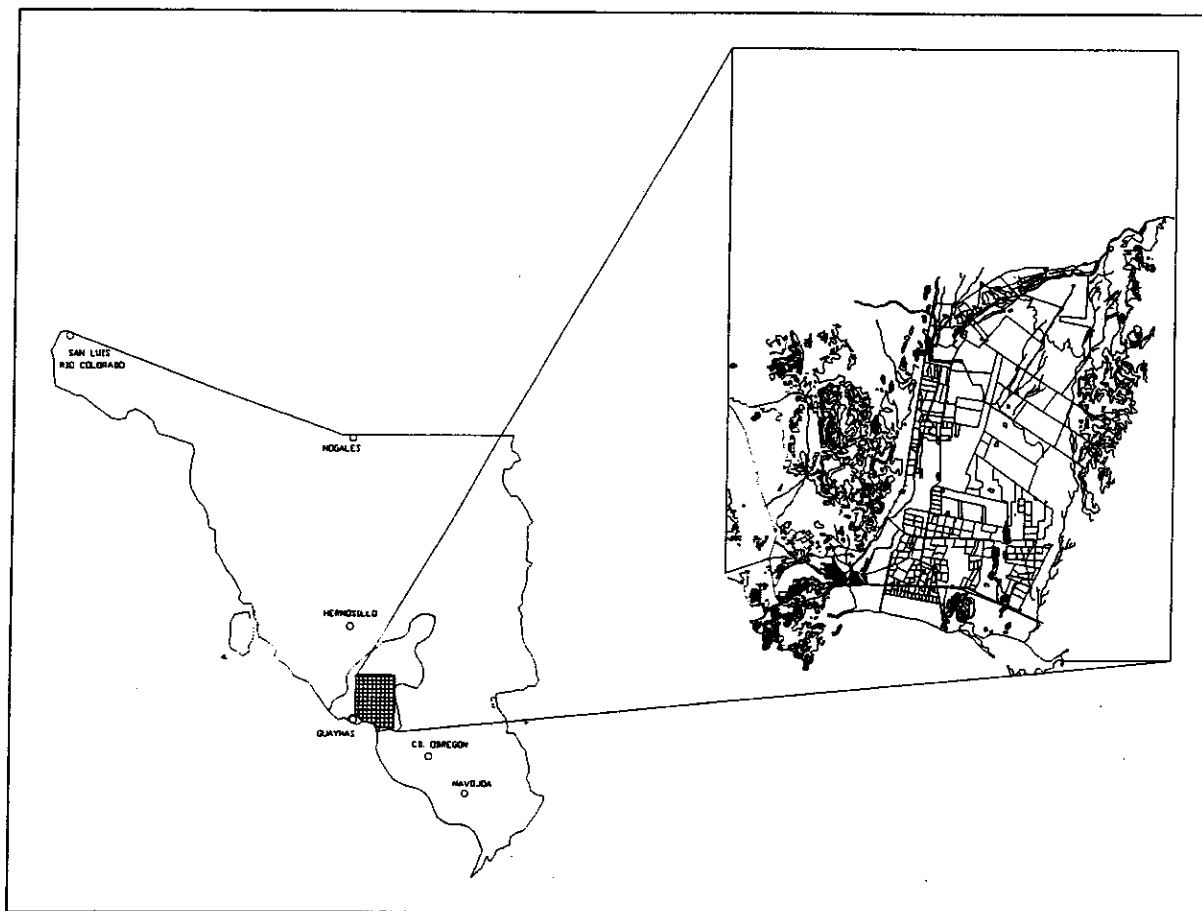


Figura 9. Localización de la Cuenca del Río Mátape y del Valle de Guaymas.

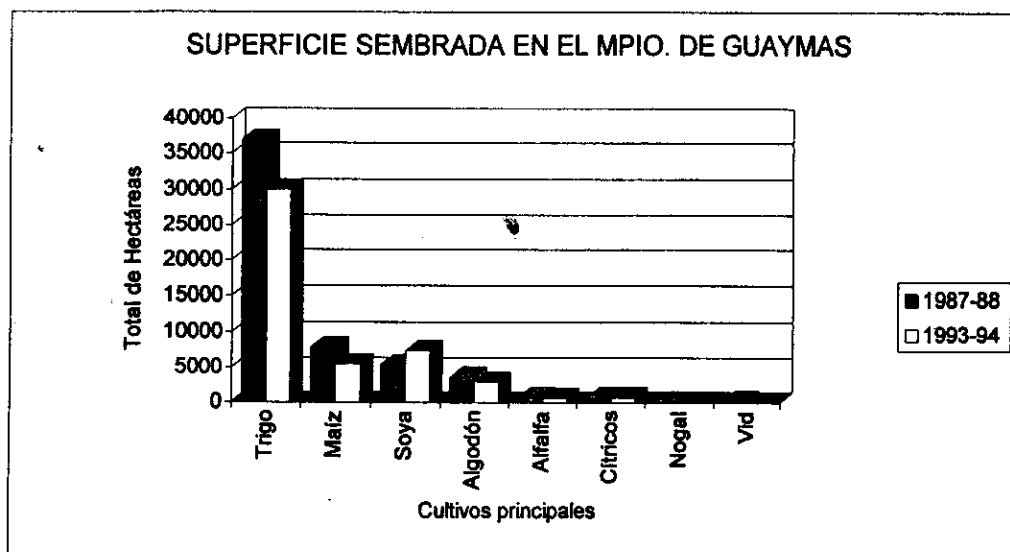


Figura 10. Superficie sembrada de los principales cultivos en el Valle de Guaymas, Sonora.

Según INEGI (1993), existen alrededor de 159 pozos operando en el valle, alcanzando una extracción media anual de 157.5 Mm^3 , que considerando una recarga anual de 100 Mm^3 , provoca un déficit aproximado de 57.5 Mm^3 .

IV.2 Geometría del acuífero. Los sedimentos del Valle de Guaymas descansan sobre una depresión rectangular alargada de Norte a Sur de aproximadamente $15 \times 45 \text{ km}$.

Herrera y otros (1985), elaboraron un estudio que consistió en hacer varias perforaciones de exploración profunda y un estudio geofísico en el que se utilizaron técnicas de gravimetría, magnetometría y telúrica para definir el basamento y geoelectrica para los rellenos, cubriendo la mayor parte del Valle de Guaymas y la mitad del de Cruz de Piedra.

En la Figura 11 se reproduce la composición y la estructura geológica del basamento determinado en este estudio geofísico en el que se demuestra que el fondo del acuífero tiene

una geometría irregular con canales y cuencas más o menos profundas. La parte más profunda de más de 1,000 m está al Norte del valle. Para propósitos del modelado, se puede considerar una profundidad media del basamento.

El basamento es de tipo granítico y sobre él se pueden encontrar rocas volcánicas andesíticas, basálticas o sedimentos con diversos tamaños de partículas. Sobre los materiales anteriores, existe un paquete de sedimentos producto de ríos, lagos y mares que constituye la parte superior del acuífero. Este material presenta buena permeabilidad. En algunas zonas el acuífero descansa sobre arcilla plástica de espesor importante (40-200 m) de baja permeabilidad. Perforaciones profundas a más de 300 m de profundidad, detectaron agua de mala calidad por lo que se ha abandonado la idea de explotar un posible acuífero inferior (Herrera y otros, 1985; López, 1993).

El acuífero será considerado en este modelo por una malla que está formada por 260 nodos cuadrados cada uno de 2 km de lado abarcando un área total de 1 200 km²; cuenta con fronteras de carga variable al Norte, de carga constante al Sur e impermeables o de carga nula al Este y Oeste (Figura 12).

IV.3 Parámetros hidrogeológicos del acuífero. Según ICG (1975), la transmisividad en la parte superior del acuífero varía entre $0.11 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ al Sureste del valle y $10.2 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ en la porción este. La parte intermedia del acuífero tiene valores de transmisividad entre $5.31 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ en la porción noroeste y $37.9 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ en su parte central. Los coeficientes de almacenamiento se encuentran entre 2.2×10^{-4} y 960×10^{-4} .

Los niveles estáticos de los pozos en el Valle de Guaymas se miden regularmente en el mes de Septiembre o Noviembre de cada año durante un paro de bombeo instituido por la CNA. Conociendo la elevación de los brocales de los pozos se pueden obtener las cotas sobre el nivel del mar de los niveles estáticos, para elaborar planos de curvas equipiezométricas que sirven de base a la calibración de los modelos matemáticos.

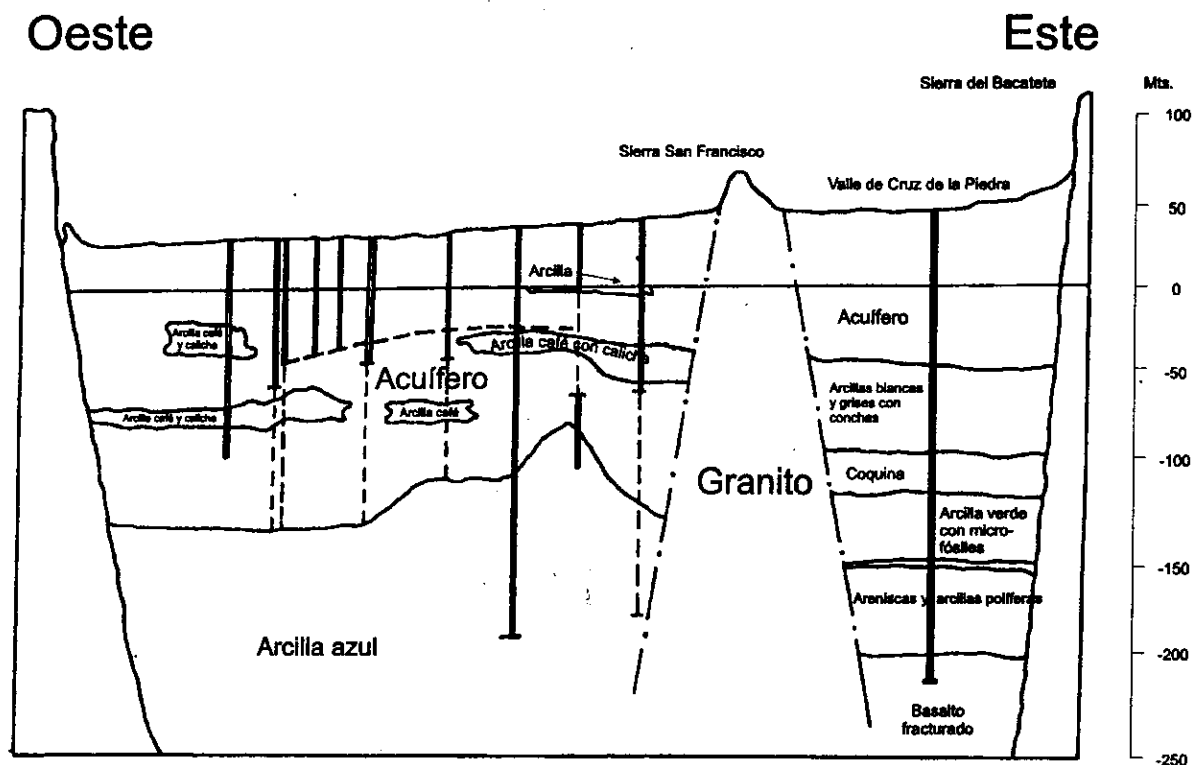


Figura 11. Composición y estructura geológica del acuífero del Valle de Guaymas.

Gidrotec (1981) elaboró un modelo matemático del acuífero utilizando planos de niveles antes de que se iniciara el bombeo en el valle. La mayor parte de los pozos se perforaron en la década de los 50's reportándose para 1957, niveles freáticos inferidos con carga hidráulica de 23 m s n m. Para 1967 los niveles estáticos ya habían descendido bajo el nivel del mar y para 1985, los más bajos se acercaban a la cota de -60 m s n m.

Según INEGI (1993), en el periodo comprendido de 1967 a 1988 se registraron abatimientos que van de 10 a 40 m, lo que sitúa el nivel estático a profundidades que fluctúan

entre los 26 m en el Sur de la zona y los 119 m en la porción noroeste; el abatimiento más fuerte (40 m) en este periodo se presentó en las regiones de Ortiz y Maytorena.

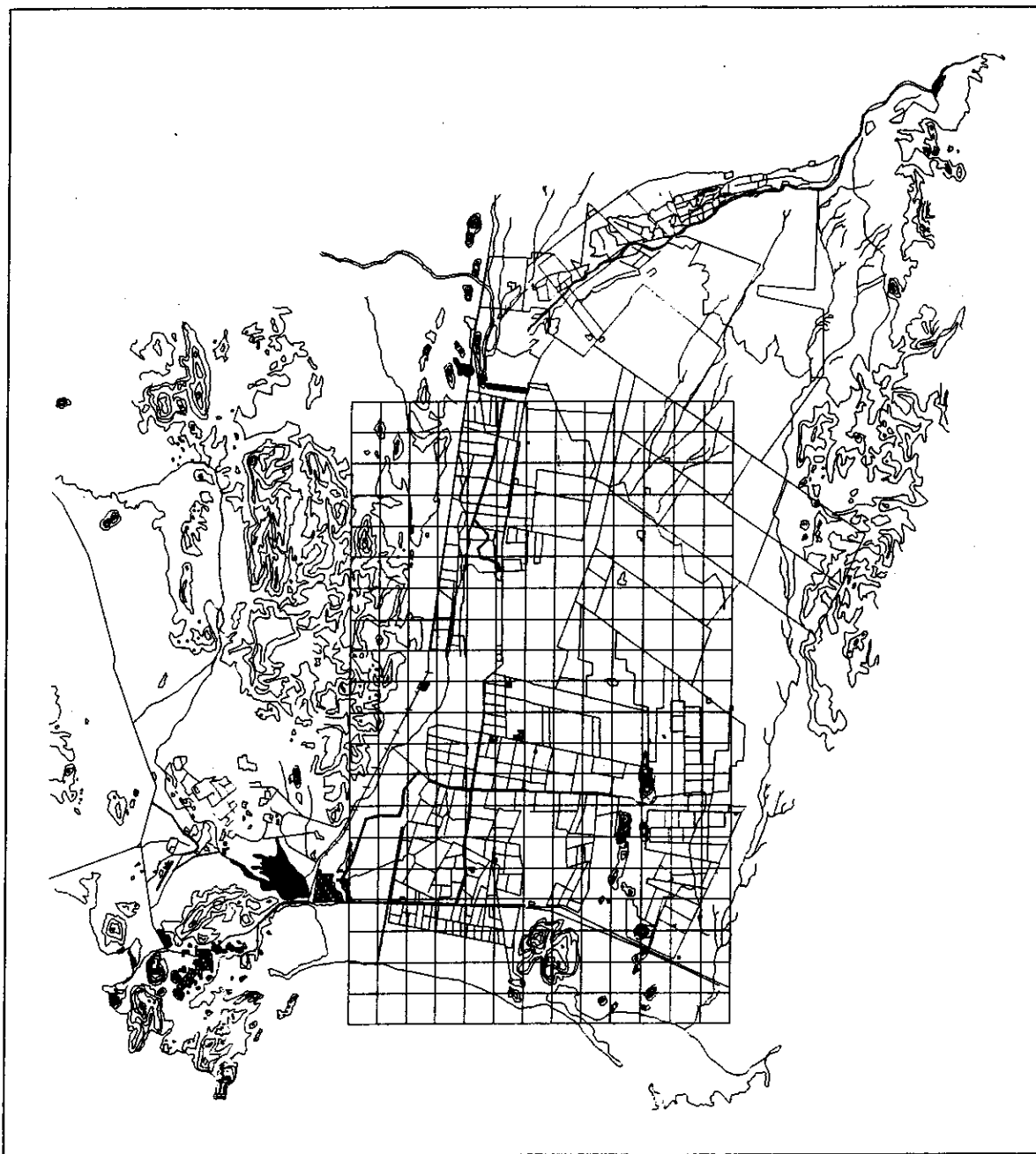


Figura 12. Región del Valle de Guaymas a estudiar en el modelo.

IV.4. Régimen de bombeo. El Valle de Guaymas se ha enfrentado a una sobre-explotación desde el inicio de su aprovechamiento debido a que se extrae anualmente una cantidad de agua muy superior a la recarga anual estimada, repercutiendo en el descenso de los niveles piezométricos y provocando la intrusión salina. En la Figura 13 se muestra una gráfica de extracciones anuales para uso agrícola e industrial de 1967 a 1995, en la que se aprecia claramente el déficit anual de agua en el acuífero (Córdova y Salmón, 1997).

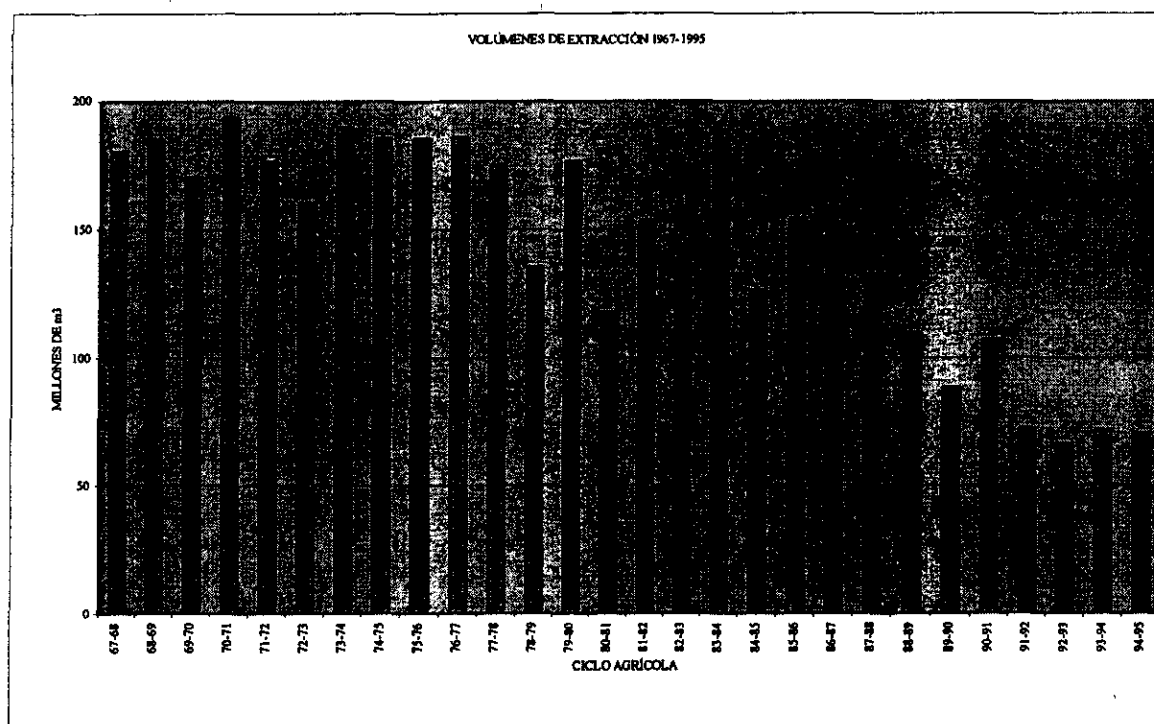


Figura 13. Extracciones anuales en el Valle de Guaymas de 1967 a 1995.

VI. CONCLUSIONES

1. Debido a la escasez de agua superficial en el Estado de Sonora, el recurso agua subterránea ha tomado gran importancia y es explotado en 41 zonas hidrogeológicas con una extracción de $2,855.4 \text{ Mm}^3/\text{a}$ y una recarga media anual de $2,501 \text{ Mm}^3/\text{a}$, provocando una sobre explotación del recurso.
2. El acuífero costero del Valle de Guaymas presenta problemas irreversibles tales como el abatimiento de los niveles piezométricos y la contaminación por intrusión salina, debido a la poca recarga que recibe y a la sobre explotación.
3. Para conocer a fondo el acuífero, fue necesario realizar trabajo de campo consistente en: muestreo del agua subterránea, levantamientos topográficos, mediciones de los niveles estáticos (piezometría) y levantamientos de perfiles geofísicos (magnetometría), entre otros.
4. El modelo conceptual permitirá conocer la geometría del acuífero, sus parámetros hidrogeológicos, el comportamiento de las extracciones y direcciones de flujo subterráneo, información que alimentará al modelo.
5. Con la aplicación de este modelo se podrán simular regionalmente las condiciones costeras de agua subterránea y determinar el avance de la intrusión salina en el acuífero del Valle de Guaymas.
6. Los acuíferos se han venido estudiando durante las últimas décadas usando diferentes técnicas, principalmente analíticas, analógicas y numéricas, tomando estas últimas un auge a partir del desarrollo computacional.
7. Un modelo matemático es una herramienta poderosa que sirve para simular y predecir el comportamiento de un sistema hidrológico, apoyado en datos históricos y actuales.

8. El modelo matemático SHARP desarrollado por Hedef I. Essaid es un modelo casi tridimensional, de diferencias finitas que simula el flujo de agua dulce y salada separadas por una interfase aguda en sistemas acuíferos costeros de capas.

9. En el modelo SHARP se describe matemáticamente el fenómeno hidrodispersivo utilizando una ecuación de flujo para cada dominio de agua dulce y agua salada; estas ecuaciones se integran verticalmente y se acoplan obteniendo un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales; éste se discretiza usando un esquema implícito de diferencias finitas. El sistema de ecuaciones acopladas que representan el flujo de agua dulce y agua salada en cada nodo, se agrupa mediante una ecuación en notación matricial y se resuelve con el procedimiento fuertemente implícito (SIP).

VI. RECOMENDACIONES

El agua en nuestro Estado es realmente escasa por lo que se deben conjuntar esfuerzos entre autoridades, usuarios y universidades para lograr un mejor control de este recurso indispensable para el desarrollo de cualquier comunidad.

Las universidades cuentan con suficientes recursos humanos e infraestructura física capaces de apoyar en la solución de los problemas a los que se enfrenta nuestro Estado; dichos recursos se encuentran disponibles para brindar servicio a la comunidad.

Es recomendable que los organismos encargados de la búsqueda, control y administración del agua, se apoyen en programas computacionales como el estudiado en este trabajo para que la toma de decisiones sea plenamente justificada.

Para facilitar los trabajos de investigación sobre el tema del agua, dichos organismos deberían poner a disposición del público en general la información generada y recabada por ellos.

APÉNDICE:
EJEMPLO DE UNA CORRIDA DEL PROGRAMA *SHARP*

En este capítulo se ejemplificará un modelo de área de capa simple de una parte de la costa sureste de Oahu, Hawai. La isla Oahu fue producida por el crecimiento de dos volcanes que se juntaron. Flujos delgados estratificados de lava basáltica forman el acuífero principal en el cual el agua dulce flota arriba del agua salada. Tierra adentro, el acuífero es no confinado y hacia la costa el agua subterránea está confinada por una cubierta de arrecife y depósitos sedimentarios marinos, permitiendo que las cargas de agua dulce tierra adentro construyan y desarrollen lentes gruesos de agua dulce.

En este ejemplo, una parte de la costa se simula como un acuífero semiconfinado con un fondo libre. La parte de los flujos de lava se trata como un modelo de capa simple no confinada tierra adentro, pero confinada por la cubierta cerca y fuera de la costa (Figura 14).

El área modelada se extiende alrededor de 20 millas fuera de la playa para abarcar la condición de frontera fuera de la costa. Para extender el modelo a esta distancia, así como para permitir una discretización más fina fuera de la costa, se utiliza un espaciamiento variable de la malla. El área está acotada lateralmente por diques relativamente impermeables; para localizar con exactitud el dique frontera del lado derecho, se utiliza espaciamiento variable de la malla en la dirección X.

La malla utilizada en esta simulación es de 28 renglones por 8 columnas; hay un pozo de bombeo en el nodo 13,14,1 y la recarga está especificada en los bloques no confinados tierra adentro. Las fronteras laterales y del fondo son de no flujo, y en las áreas con cubierta, se usa una frontera dependiente de la carga con cargas equivalentes de agua dulce especificadas para las áreas fuera de la costa; esto especifica las condiciones de frontera para ambos dominios de flujo de agua dulce y salada y permite la filtración de agua dulce a través de la cubierta hacia el mar.

La simulación se inicia como una corrida nueva, calculando las elevaciones iniciales de la interfase de la relación Ghyben-Herzberg. Para acelerar la aproximación a la solución de estado estable, se utilizan un coeficiente de almacenamiento y una porosidad pequeños (0.0001). Se usan las opciones de entrada/salida por default y se especifica el método 1 de filtración. Para esta simulación, se utilizan un factor de relajación de 0.8, un factor ponderante de la interfase de 0.5 y un factor ponderante de iteración de 1.0. El número máximo de iteraciones permitidas por intervalo de tiempo es de 60 y la posición de la interfase se fija después de 50 iteraciones (NUP). Durante los primeros intervalos de tiempo, la solución no converge dentro de las 50 iteraciones, causando que la posición de la interfase quede fija; sin embargo, en los intervalos de tiempo subsecuentes, la solución converge en menos de 50 iteraciones y no se fija la interfase.

El cambio de las cargas de agua dulce y agua salada de la etapa de tiempo 4 a la etapa de tiempo 5 es menor que el criterio de estado estable (0.000001), y se da la salida para la solución de estado estable. Es importante confirmar que se ha obtenido una solución real de estado estable revisando el balance de masa y las cargas de agua salada. En el estado estable, el cambio de almacenamiento y las cargas de agua salada deben ser cercanos a cero, lo cual se satisface en esta simulación.

El error del balance de masa está expresado como un porcentaje relativo al influjo total y al cambio de almacenamiento. El balance de masa de agua dulce indica que 8.979 pies³/seg de agua dulce entran al sistema como recarga, 1 pie³/seg de agua dulce es bombeada fuera del acuífero y 7.979 pies³/seg dejan el acuífero por filtración a través de la cima del acuífero (filtración a través de la cubierta hacia el mar). El error del balance de masa de agua dulce en relación al influjo total es muy pequeño ($3.4 \times 10^{-6} \%$), indicando una solución exacta. El error relativo al cambio de almacenamiento parece ser grande debido a que el cambio de almacenamiento en estado estable es muy pequeño. No hay influjo de agua salada al sistema, y por tanto, el error del balance de masa de agua salada no se reporta. Al igual que en el caso del agua dulce, el error en relación al cambio de almacenamiento es grande. A continuación se muestran los archivos de entrada y salida para la simulación de este ejemplo.

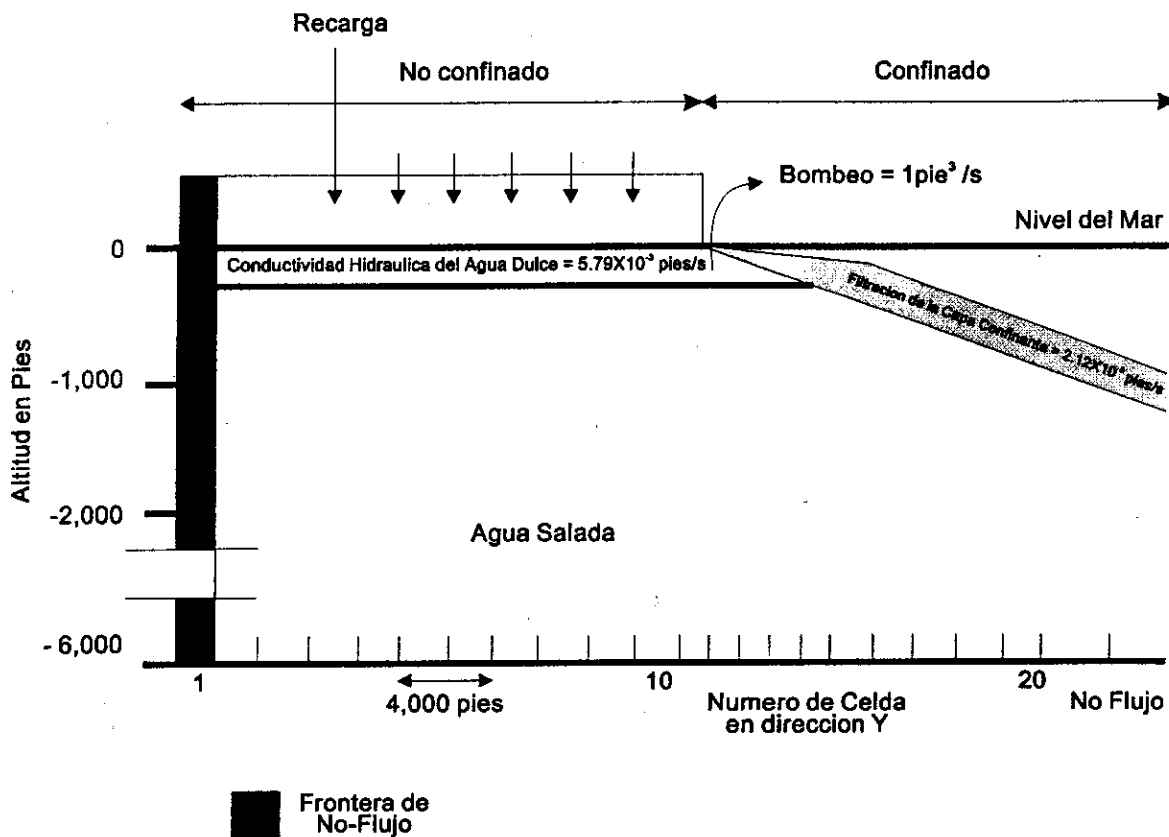


Figura 14. Sección transversal mostrando la geometría del modelo.

ARCHIVO DE ENTRADA

```

28 8 1 10 60 6 1 1 50 0 0
0.100E-05 0.100E-05 0.80 0.5 1.0 62.4100 63.97025 2.09E-05 2.09E-05
0 0.0 1 SIMULACIÓN DE NUEVA CORRIDA
10 4 1 LOCALIZACIÓN DEL BLOQUE DE OBSERVACIÓN
0 0.100E-02 FKX
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 0.00
0.00 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 0.00
0.00 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 0.00
0.00 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 0.00
0.00 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 0.00
0.00 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 0.00
0.00 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 5.79 0.00

```


0.650E+04 0.650E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04
 0.650E+04 0.650E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04
 0.650E+04 0.650E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04 0.350E+04
 0.650E+04 0.650E+04 0.650E+04 0.650E+04 0.650E+04 0.650E+04 0.650E+04 0.650E+04

1-0.600E+04

ZBOT

0 1.00

PHIF

0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	14.73666	14.72435	14.69776	14.69058	14.68993	0.00000
0.00000	14.62849	14.64578	14.62728	14.59585	14.58804	14.58745	0.00000
0.00000	14.47214	14.45803	14.42619	14.39189	14.38526	14.38487	0.00000
0.00000	14.18175	14.15061	14.11768	14.08651	14.08082	14.08042	0.00000
0.00000	13.78930	13.75558	13.72692	13.71053	13.70655	13.70611	0.00000
0.00000	13.31096	13.29549	13.26575	13.25028	13.24609	13.24553	0.00000
0.00000	12.79268	12.76784	12.72685	12.69833	12.69146	12.69086	0.00000
0.00000	12.24402	12.17205	12.09534	12.03961	12.02980	12.02910	0.00000
0.00000	11.67991	11.51296	11.36790	11.25449	11.22933	11.22824	0.00000
0.00000	11.23644	10.76127	10.49894	10.13175	10.07038	10.06757	0.00000
0.00000	0.00000	10.13260	9.96250	9.80279	9.76959	9.76798	0.00000
0.00000	0.00000	9.50360	9.42700	9.47479	9.46919	9.46888	0.00000
0.00000	0.00000	9.31360	9.30150	9.47479	9.46919	9.46888	0.00000
0.00000	0.00000	9.12149	9.17606	9.50000	9.50000	9.50000	0.00000
0.00000	0.00000	9.12149	9.17606	9.25000	9.25000	9.25000	0.00000
0.00000	0.00000	9.53750	9.52750	9.00000	9.00000	9.00000	0.00000
0.00000	0.00000	9.00000	9.00000	9.00000	9.00000	9.00000	0.00000
0.00000	0.00000	8.50000	8.50000	8.50000	8.50000	8.50000	0.00000
0.00000	0.00000	8.00000	8.00000	8.00000	8.00000	8.00000	0.00000
0.00000	0.00000	7.50000	7.50000	7.50000	7.50000	7.50000	0.00000
0.00000	0.00000	7.00000	7.00000	7.00000	7.00000	7.00000	0.00000
0.00000	0.00000	6.50000	6.50000	6.50000	6.50000	6.50000	0.00000
0.00000	0.00000	6.00000	6.00000	6.00000	6.00000	6.00000	0.00000
0.00000	0.00000	5.50000	5.50000	5.50000	5.50000	5.50000	0.00000
0.00000	0.00000	5.00000	5.00000	5.00000	5.00000	5.00000	0.00000
0.00000	0.00000	4.50000	4.50000	4.50000	4.50000	4.50000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

1 2.12E-08

AQL

0 1.000

HEAD

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.25	1.25	1.25	0.00
0.00	0.00	1.25	1.25	3.75	3.75	3.75	0.00

0.00	0.00	1.50	1.50	4.00	4.00	4.00	0.00
0.00	0.00	1.75	1.75	4.25	4.25	4.25	0.00
0.00	0.00	2.00	2.00	4.50	4.50	4.50	0.00
0.00	0.00	3.50	3.50	6.00	6.00	6.00	0.00
0.00	0.00	5.50	5.50	8.00	8.00	8.00	0.00
0.00	0.00	7.50	7.50	10.00	10.00	10.00	0.00
0.00	0.00	12.00	12.00	14.50	14.50	14.50	0.00
0.00	0.00	17.25	17.25	20.00	20.00	20.00	0.00
0.00	0.00	29.25	29.25	32.00	32.00	32.00	0.00
0.00	0.00	47.50	47.50	47.50	47.50	47.50	0.00
0.00	0.00	47.50	47.50	47.50	47.50	47.50	0.00
0.00	0.00	47.50	47.50	47.50	47.50	47.50	0.00
0.00	0.00	47.50	47.50	47.50	47.50	47.50	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

1.000

BATH

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	-50.	-50.	-50.	0.00
0.00	0.00	-50.	-50.	-150.	-150.	-150.	0.00
0.00	0.00	-60.	-60.	-160.	-160.	-160.	0.00
0.00	0.00	-70.	-70.	-170.	-170.	-170.	0.00
0.00	0.00	-80.	-80.	-180.	-180.	-180.	0.00
0.00	0.00	-140.	-140.	-240.	-240.	-240.	0.00
0.00	0.00	-220.	-220.	-320.	-320.	-320.	0.00
0.00	0.00	-300.	-300.	-400.	-400.	-400.	0.00
0.00	0.00	-480.	-480.	-580.	-580.	-580.	0.00
0.00	0.00	-690.	-690.	-800.	-800.	-800.	0.00
0.00	0.00	-1170.	-1170.	-1280.	-1280.	-1280.	0.00
0.00	0.00	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	0.00
0.00	0.00	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	0.00
0.00	0.00	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	0.00
0.00	0.00	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

IWT

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

```

0.200E+04 0.200E+04 0.200E+04 0.200E+04 0.200E+04 0.600E+03 0.120E+03 0.120E+03    DX
0.200E+04 0.200E+04 0.200E+04 0.200E+04 0.200E+04 0.200E+04 0.200E+04 0.200E+04
0.200E+04 0.200E+04    DY
0.150E+04 0.100E+04 0.100E+04 0.100E+04 0.100E+04 0.100E+04 0.150E+04 0.200E+04 0.200E+04
0.200E+04 0.200E+04 0.350E+04 0.675E+04 1.0125E+04 1.6187E+04 2.4780E+04 2.4780E+04 2.4780E+04
15778800.    1. 20454. 10 1    INFORMACIÓN DEL PERIODO DE BOMBEO
13 4 1 1.000 -280. -290.    INFORMACIÓN DEL POZO DE BOMBEO

```

74

0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100

ARCHIVO DE SALIDA

NÚMERO DE RENGLONES = 28

NÚMERO DE COLUMNAS = 8

NÚMERO DE ACUÍFEROS = 1

NÚMERO DE ETAPAS DE TIEMPO ENTRE LAS IMPRESIONES DE SALIDA = 10

NÚMERO MÁXIMO DE ITERACIONES = 60

NÚMERO DE PARÁMETROS DE ITERACIÓN = 6

NÚMERO DE PERIODOS DE BOMBEO = 1

INTERFASE FIJADA DESPUÉS DE 50 ITERACIONES

PARÁMETRO DE LAS OPCIONES DE ENTRADA Y SALIDA = 0 (0=USAR DEFAULTS, 1=LEER EL ARREGLO DE OPCIONES)

PARÁMETRO DE LA OPCIÓN DE FILTRACIÓN = 0 (0=MEZCLA RESTRINGIDA, 1=MEZCLA COMPLETA)

CRITERIO DE CONVERGENCIA = 0.1000E-05

CRITERIO DE ESTADO ESTABLE = 0.1000E-05

FACTOR DE RELAJACIÓN = 0.8000

FACTOR PONDERANTE = 0.5000

FACTOR DE PARÁMETRO DE ITERACIÓN = 1.000

GRAVEDAD ESPECÍFICA DEL AGUA DULCE = 62.41

GRAVEDAD ESPECÍFICA DEL AGUA SALADA = 63.97

VISCOSIDAD DEL AGUA DULCE = 0.2090E-04

VISCOSIDAD DEL AGUA SALADA = 0.2090E-04

NUEVA CORRIDA

ELEVACIONES INICIALIZADAS DE LA INTERFASE A-DEL*PHIF

LOCALIZACION DE 1 NODO DE OBSERVACIÓN:

10 4 1

OPCIONES ESPECIFICADAS DE ENTRADA Y SALIDA:

1: 1=IMPRIMIR PARÁMETROS DE ENTRADA DEL ACUÍFERO, 0=NO IMPRIMIR

1: 1=IMPRIMIR LA ENTRADA DEL PERIODO DE BOMBEO DEL POZO Y DATOS DE RECARGA, 0=NO IMPRIMIR

1: 1=IMPRIMIR LAS CARGAS DE AGUA DULCE CALCULADAS, 0=NO IMPRIMIR

1: 1=IMPRIMIR LAS CARGAS DE AGUA SALADA CALCULADAS, 0=NO IMPRIMIR

1: 1=IMPRIMIR LAS ELEVACIONES DE LA INTERFASE CALCULADAS, 0=NO IMPRIMIR

0: 1=IMPRIMIR LOS FACTORES FAREA CALCULADOS, 0=NO IMPRIMIR

0: 1=PRINT CALCULATED SAREA FACTORS, 0=DO NOT PRINT

1: 1=IMPRIMIR EL MAPA F-M-S, 0=NO IMPRIMIR

1: 1=ESCRIBIR LOS VALORES DE FILTRACIÓN DEL BLOQUE EN EL ARCHIVO, 0=NO ESCRIBIR EN EL ARCHIVO

0: 1=IMPRIMIR LA INFORMACIÓN DE LA ITERACIÓN EN LA PANTALLA, 0=NO IMPRIMIR

0: 0=RE-ESCRIBIR LOS ÚLTIMOS RESULTADOS EN EL ARCHIVO DESPUÉS DE CADA ETAPA DE TIEMPO, 1=ESCRIBIR LOS RESULTADOS EN EL ARCHIVO CADA NÚMERO DE ETAPAS DE TIEMPO ENTRE LAS IMPRESIONES DE SALIDA

PARÁMETROS DEL ACUÍFERO PARA LA CAPA 1

CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA DEL AGUA DULCE EN LA DIRECCIÓN X

1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
3	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
4	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
5	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
6	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
7	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
8	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
9	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
10	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
11	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
13	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
14	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
15	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
16	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
17	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
18	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
19	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
20	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
21	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
22	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
23	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
24	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
25	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
26	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
27	0.0000	0.0000	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.5790E-02	0.0000
28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA DEL AGUA DULCE EN LA DIRECCIÓN Y 0.5790E-02

COEFICIENTE DE ALMACENAMIENTO ESPECÍFICO DEL AGUA DULCE 0.1000E-08

COEFICIENTE DE ALMACENAMIENTO ESPECÍFICO DEL AGUA SALADA 0.1000E-08

POROSIDAD EFECTIVA 0.1000E-03

ESPESOR DEL ACUÍFERO

1	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.
2	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.
3	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.
4	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.
5	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.
6	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.
7	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.
8	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.
9	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.

10	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.
11	6500.	6500.	6500.	6500.	6000.	6000.	5900.
12	6500.	6500.	6000.	6000.	6000.	6000.	5900.
13	6500.	6500.	6000.	6000.	5900.	5900.	5730.
14	6500.	6500.	5910.	5910.	5810.	5810.	5900.
15	6500.	6500.	5820.	5820.	5720.	5720.	5500.
16	6500.	6500.	5730.	5730.	5630.	5630.	5900.
17	6500.	6500.	5620.	5620.	5520.	5520.	5400.
18	6500.	6500.	5460.	5460.	5360.	5360.	5100.
19	6500.	6500.	5280.	5280.	5180.	5180.	4800.
20	6500.	6500.	5100.	5100.	5000.	5000.	4650.
21	6500.	6500.	4920.	4920.	4820.	4820.	4500.
22	6500.	6500.	4710.	4710.	4600.	4600.	4200.
23	6500.	6500.	4230.	4230.	4120.	4120.	3500.
24	6500.	6500.	3500.	3500.	3500.	3500.	3500.
25	6500.	6500.	3500.	3500.	3500.	3500.	3500.
26	6500.	6500.	3500.	3500.	3500.	3500.	3500.
27	6500.	6500.	3500.	3500.	3500.	3500.	3500.
28	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.	6500.

ELEVACIÓN DE LA BASE DEL ACUÍFERO
-6000.

CARGA INICIAL DE AGUA DULCE

1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	14.74	14.72	14.70	14.69	14.69
3	0.0000	14.63	14.65	14.63	14.60	14.59	14.59
4	0.0000	14.47	14.46	14.43	14.39	14.39	14.38
5	0.0000	14.18	14.15	14.12	14.09	14.08	14.08
6	0.0000	13.79	13.76	13.73	13.71	13.71	13.71
7	0.0000	13.31	13.30	13.27	13.25	13.25	13.25
8	0.0000	12.79	12.77	12.73	12.70	12.69	12.69
9	0.0000	12.24	12.17	12.10	12.04	12.03	12.03
10	0.0000	11.68	11.51	11.37	11.25	11.23	11.23
11	0.0000	11.24	10.76	10.50	10.13	10.07	10.07
12	0.0000	0.0000	10.13	9.962	9.803	9.770	9.768
13	0.0000	0.0000	9.504	9.427	9.475	9.469	9.469
14	0.0000	0.0000	9.314	9.302	9.475	9.469	9.469
15	0.0000	0.0000	9.121	9.176	9.500	9.500	9.500
16	0.0000	0.0000	9.121	9.176	9.250	9.250	9.250
17	0.0000	0.0000	9.538	9.528	9.000	9.000	9.000
18	0.0000	0.0000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000
19	0.0000	0.0000	8.500	8.500	8.500	8.500	8.500
20	0.0000	0.0000	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000
21	0.0000	0.0000	7.500	7.500	7.500	7.500	7.500
22	0.0000	0.0000	7.000	7.000	7.000	7.000	7.000
23	0.0000	0.0000	6.500	6.500	6.500	6.500	6.500
24	0.0000	0.0000	6.000	6.000	6.000	6.000	6.000
25	0.0000	0.0000	5.500	5.500	5.500	5.500	5.500
26	0.0000	0.0000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
27	0.0000	0.0000	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500
28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ELEVACIÓN INICIAL DE LA INTERFASE

1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

2	0.0000	0.0000	-589.5	-589.0	-587.9	-587.6	-587.6	0.0000
3	0.0000	-585.1	-585.8	-585.1	-583.8	-583.5	-583.5	0.0000
4	0.0000	-578.9	-578.3	-577.0	-575.7	-575.4	-575.4	0.0000
5	0.0000	-567.3	-566.0	-564.7	-563.5	-563.2	-563.2	0.0000
6	0.0000	-551.6	-550.2	-549.1	-548.4	-548.3	-548.2	0.0000
7	0.0000	-532.4	-531.8	-530.6	-530.0	-529.8	-529.8	0.0000
8	0.0000	-511.7	-510.7	-509.1	-507.9	-507.7	-507.6	0.0000
9	0.0000	-489.8	-486.9	-483.8	-481.6	-481.2	-481.2	0.0000
10	0.0000	-467.2	-460.5	-454.7	-450.2	-449.2	-449.1	0.0000
11	0.0000	-449.5	-430.5	-420.0	-405.3	-402.8	-402.7	0.0000
12	0.0000	0.0000	-405.3	-398.5	-392.1	-390.8	-390.7	0.0000
13	0.0000	0.0000	-380.1	-377.1	-379.0	-378.8	-378.8	0.0000
14	0.0000	0.0000	-372.5	-372.1	-379.0	-378.8	-378.8	0.0000
15	0.0000	0.0000	-364.9	-367.0	-380.0	-380.0	-380.0	0.0000
16	0.0000	0.0000	-364.9	-367.0	-370.0	-370.0	-370.0	0.0000
17	0.0000	0.0000	-381.5	-381.1	-360.0	-360.0	-360.0	0.0000
18	0.0000	0.0000	-360.0	-360.0	-360.0	-360.0	-360.0	0.0000
19	0.0000	0.0000	-340.0	-340.0	-340.0	-340.0	-340.0	0.0000
20	0.0000	0.0000	-320.0	-320.0	-320.0	-320.0	-320.0	0.0000
21	0.0000	0.0000	-300.0	-300.0	-300.0	-300.0	-300.0	0.0000
22	0.0000	0.0000	-280.0	-280.0	-280.0	-280.0	-280.0	0.0000
23	0.0000	0.0000	-260.0	-260.0	-260.0	-260.0	-260.0	0.0000
24	0.0000	0.0000	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	0.0000
25	0.0000	0.0000	-220.0	-220.0	-220.0	-220.0	-220.0	0.0000
26	0.0000	0.0000	-200.0	-200.0	-200.0	-200.0	-200.0	0.0000
27	0.0000	0.0000	-180.0	-180.0	-180.0	-180.0	-180.0	0.0000
28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CARGAS INICIALES DE AGUA SALADA

1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000	0.0000
3	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000	-0.1137E-12	0.0000	-0.1137E-12	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	0.0000	-0.1137E-12	0.0000	0.0000
5	0.0000	-0.1137E-12	0.1137E-12	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	0.0000	0.0000
6	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000	-0.1137E-12	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	0.0000
8	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000
9	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000
10	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000	-0.1137E-12	0.0000
11	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000	-0.1137E-12	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000
13	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000	-0.1137E-12	0.0000
14	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000	-0.1137E-12	0.0000
15	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000
16	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000
17	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000
18	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000
19	0.0000	0.0000	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	-0.1137E-12	0.0000
20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.0000	0.0000	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	0.0000
22	0.0000	0.0000	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	0.0000
23	0.0000	0.0000	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	0.0000
24	0.0000	0.0000	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	0.0000
25	0.0000	0.0000	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	0.0000
26	0.0000	0.0000	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	0.0000

27	0.0000	0.0000	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	-0.5684E-13	0.0000
28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

FILTRACIONES DEL ACUITARDO (K"/B")
0.2120E-07

CARGA EN EL ACUÍFERO SOBREYACIENTE

1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.250	1.250	1.250	0.0000
14	0.0000	0.0000	1.250	1.250	3.750	3.750	3.750	0.0000
15	0.0000	0.0000	1.500	1.500	4.000	4.000	4.000	0.0000
16	0.0000	0.0000	1.750	1.750	4.250	4.250	4.250	0.0000
17	0.0000	0.0000	2.000	2.000	4.500	4.500	4.500	0.0000
18	0.0000	0.0000	3.500	3.500	6.000	6.000	6.000	0.0000
19	0.0000	0.0000	5.500	5.500	8.000	8.000	8.000	0.0000
20	0.0000	0.0000	7.500	7.500	10.00	10.00	10.00	0.0000
21	0.0000	0.0000	12.00	12.00	14.50	14.50	14.50	0.0000
22	0.0000	0.0000	17.25	17.25	20.00	20.00	20.00	0.0000
23	0.0000	0.0000	29.25	29.25	32.00	32.00	32.00	0.0000
24	0.0000	0.0000	47.50	47.50	47.50	47.50	47.50	0.0000
25	0.0000	0.0000	47.50	47.50	47.50	47.50	47.50	0.0000
26	0.0000	0.0000	47.50	47.50	47.50	47.50	47.50	0.0000
27	0.0000	0.0000	47.50	47.50	47.50	47.50	47.50	0.0000
28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

BATIMETRÍA

1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-50.00	-50.00	-50.00	0.0000
14	0.0000	0.0000	-50.00	-50.00	-150.0	-150.0	-150.0	0.0000
15	0.0000	0.0000	-60.00	-60.00	-160.0	-160.0	-160.0	0.0000
16	0.0000	0.0000	-70.00	-70.00	-170.0	-170.0	-170.0	0.0000
17	0.0000	0.0000	-80.00	-80.00	-180.0	-180.0	-180.0	0.0000
18	0.0000	0.0000	-140.0	-140.0	-240.0	-240.0	-240.0	0.0000

19	0.0000	0.0000	-220.0	-220.0	-320.0	-320.0	-320.0	0.0000
20	0.0000	0.0000	-300.0	-300.0	-400.0	-400.0	-400.0	0.0000
21	0.0000	0.0000	-480.0	-480.0	-580.0	-580.0	-580.0	0.0000
22	0.0000	0.0000	-690.0	-690.0	-800.0	-800.0	-800.0	0.0000
23	0.0000	0.0000	-1170.	-1170.	-1280.	-1280.	-1280.	0.0000
24	0.0000	0.0000	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	0.0000
25	0.0000	0.0000	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	0.0000
26	0.0000	0.0000	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	0.0000
27	0.0000	0.0000	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	-1900.	0.0000
28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CÓDIGO PARA LA CAPA SUPERIOR (1-NODO NO CONFINADO, 0-NODO CONFINADO)

1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0

DELTA X

2000.	2000.	2000.	2000.	2000.	600.0	120.0	120.0
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

DELTA Y

2000.	2000.	2000.	2000.	2000.	2000.	2000.	2000.	2000.	2000.
1500.	1000.	1000.	1000.	1000.	1000.	1500.	2000.	2000.	2000.
2000.	3500.	6750.	0.1012E+05	0.1619E+05	0.2478E+05	0.2478E+05	0.2478E+05	0.2478E+05	

PARÁMETROS DE ITERACIÓN:

ECUACIÓN DE AGUA DULCE: .0000 .9570 .9981 .9999 1.000 1.000

PERIODO DE BOMBEO 1

ETAPA DE TIEMPO INICIAL (SEG)= 0.1578E+08
 FACTOR DE MULTIPLICACIÓN PARA DELTA T= 1.000
 LONGITUD DEL PERIODO DE BOMBEO (DÍAS)= 0.2045E+05
 NÚMERO MÁXIMO DE ETAPAS DE TIEMPO= 10
 NÚMERO DE POZOS ACTIVOS= 1

NODOS DE BOMBEO:

I J K BOMBEO CIMA PANTALLA BASE PANTALLA

13 4 1 1.000 -280.0 -290.0

RECARGA

1 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 2 0.1000E-07 0.1000E-07 0.9000E-07 0.9700E-07 0.7500E-07 0.6760E-07 0.3600E-07 0.3600E-07
 3 0.1000E-07 0.1200E-06 0.1140E-06 0.1000E-06 0.7000E-07 0.6000E-07 0.3800E-07 0.3300E-07
 4 0.1000E-07 0.1240E-06 0.1140E-06 0.9000E-07 0.6200E-07 0.6000E-07 0.5200E-07 0.2700E-07
 5 0.1000E-07 0.1050E-06 0.6760E-07 0.6000E-07 0.3330E-07 0.3330E-07 0.2030E-07 0.2030E-07
 6 0.1000E-07 0.8650E-07 0.3800E-07 0.3650E-07 0.4970E-07 0.4970E-07 0.2670E-07 0.3400E-07
 7 0.1000E-07 0.2900E-07 0.5000E-07 0.3500E-07 0.4970E-07 0.4970E-07 0.1840E-07 0.1840E-07
 8 0.1000E-07 0.2500E-07 0.4500E-07 0.4000E-07 0.4500E-07 0.4040E-07 0.1630E-07 0.1320E-07
 9 0.1000E-07 0.4500E-07 0.2540E-07 0.2600E-07 0.3000E-07 0.4040E-07 0.2120E-07 0.5900E-08
 10 0.1000E-07 0.1600E-07 0.1720E-07 0.3500E-07 0.3000E-07 0.1510E-07 0.2120E-07 0.2120E-07
 11 0.1000E-07 0.8600E-08 0.1510E-07 0.1510E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 12 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 13 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 14 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 15 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 16 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 17 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 18 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 19 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 20 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 21 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 22 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 23 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 24 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 25 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 26 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 27 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07
 28 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07 0.1000E-07

ETAPA DE TIEMPO 1

	SEGUNDOS	HORAS	DÍAS	AÑOS
TAMAÑO DE LA ETAPA DE TIEMPO:	0.1578E+08	4383.	182.6	0.5000
TIEMPO DE PERIODO DE BOMBEO:	0.1578E+08	4383.	182.6	0.5000
TIEMPO DE SIMULACIÓN TOTAL:	0.1578E+08	4383.	182.6	0.5000

CAMBIO MÁXIMO DE CARGA DE AGUA DULCE:

0.6508 0.2995 0.9971 1.357 0.6734 0.2476 0.6640E -01 0.1621
 0.1427 0.1115 0.2869E-01 0.2119E-01 0.6646E-02 0.3227E-01 0.9569E-02 0.5877E-01
 0.4315E-01 0.1452E-01 0.2436E-02 0.1173E-01 0.8951E-02 0.1973E-01 0.9869E-02 0.2029E-02
 0.4931E-03 0.4165E-02 0.1591E-02 0.7814E-02 0.4815E-02 0.1351E-02 0.2526E-03 0.1524E-02
 0.8791E-03 0.2821E-02 0.1591E-02 0.3990E-03 0.8196E-04 0.5699E-03 0.2746E-03 0.1062E-02
 0.6253E-03 0.1661E-03 0.3250E-04 0.2110E-03 0.1110E-03 0.3922E-03 0.2264E-03 0.5862E-04
 0.1172E-04 0.7849E-04 0.5869E-04 0.5953E-04 0.1510E-04 0.2790E-05 0.1007E-05 0.1095E-04
 0.7564E-05 0.6274E-05 0.8986E-06

CAMBIO MÁXIMO DE CARGA DE AGUA SALADA:

0.3086E-05 0.2250E-04 0.2236E-02 0.1763E-01 0.4982E-02 0.7243E-04 0.9547E-04 0.3859E-03
 0.7973E-03 0.4679E-03 0.5008E-03 0.1623E-04 0.4996E-04 0.9853E-04 0.1150E-03 0.7365E-03
 0.5743E-03 0.7263E-05 0.6959E-05 0.4803E-04 0.8676E-04 0.1424E-03 0.1473E-03 0.2305E-05
 0.4541E-05 0.1582E-04 0.1266E-04 0.7526E-04 0.6680E-04 0.8891E-06 0.1307E-05 0.6268E-05
 0.8386E-05 0.2392E-04 0.2274E-04 0.3065E-06 0.5512E-06 0.2259E-05 0.2485E-05 0.9583E-05
 0.8806E-05 0.1180E-06 0.1934E-06 0.8511E-06 0.1032E-05 0.3440E-05 0.3210E-05 0.4312E-07
 0.7380E-07 0.3141E-06 0.5071E-06 0.1396E-05 0.2529E-06 0.8121E-08 0.7755E-08 0.7228E-07
 0.1193E-06 0.1950E-06 0.9872E-08

ETAPA DE TIEMPO 2

	SEGUNDOS	HORAS	DÍAS	AÑOS
TAMAÑO DE LA ETAPA DE TIEMPO:	0.1578E+08	4383.	182.6	0.5000
TIEMPO DE PERIODO DE BOMBEO:	0.3156E+08	8766.	365.2	1.000
TIEMPO DE SIMULACIÓN TOTAL:	0.3156E+08	8766.	365.2	1.000

CAMBIO MÁXIMO DE CARGA DE AGUA DULCE:

0.7347E-03 0.3701E-02 0.2681E-01 0.6498E-01 0.3909E-01 0.9040E-02 0.3279E-02 0.1499E-01
 0.1152E-01 0.2180E-01 0.1084E-01 0.2252E-02 0.5394E-03 0.4873E-02 0.1736E-02 0.9094E-02
 0.5664E-02 0.1616E-02 0.2952E-03 0.1759E-02 0.1028E-02 0.3231E-02 0.1810E-02 0.4501E-03
 0.9230E-04 0.6538E-03 0.3075E-03 0.1213E-02 0.7154E-03 0.1911E-03 0.3700E-04 0.2406E-03
 0.1264E-03 0.4446E-03 0.2560E-03 0.6623E-04 0.1315E-04 0.8903E-04 0.4441E-04 0.1648E-03
 0.9602E-04 0.2524E-04 0.4950E-05 0.3286E-04 0.1681E-04 0.6078E-04 0.3521E-04 0.9185E-05
 0.1812E-05 0.1214E-04 0.9084E-05 0.9271E-05 0.2377E-05 0.4581E-06

CAMBIO MÁXIMO DE CARGA DE AGUA SALADA:

0.5681E-04 0.3210E-03 0.2241E-02 0.7197E-02 0.1777E-02 0.3998E-04 0.3979E-04 0.2041E-03
 0.7214E-03 0.3438E-03 0.1639E-03 0.5878E-05 0.9704E-05 0.1296E-04 0.1995E-04 0.8617E-04
 0.7541E-04 0.1125E-05 0.1517E-05 0.7464E-05 0.1174E-04 0.2616E-04 0.2599E-04 0.3560E-06
 0.6446E-06 0.2576E-05 0.2806E-05 0.1100E-04 0.1009E-04 0.1356E-06 0.2206E-06 0.9689E-06
 0.1176E-05 0.3906E-05 0.3641E-05 0.4902E-07 0.8437E-07 0.3551E-06 0.4065E-06 0.1473E-05
 0.1361E-05 0.1828E-07 0.3064E-07 0.1317E-06 0.1549E-06 0.5387E-06 0.4998E-06 0.6722E-08
 0.1141E-07 0.4855E-07 0.7935E-07 0.2177E-06 0.3987E-07 0.1262E-08

ETAPA DE TIEMPO 3

	SEGUNDOS	HORAS	DÍAS	AÑOS
TAMAÑO DE LA ETAPA DE TIEMPO:	0.1578E+08	4383.	182.6	0.5000
TIEMPO DEL PERIODO DE BOMBEO:	0.4734E+08	0.1315E+05	547.9	1.500
TIEMPO DE SIMULACIÓN TOTAL:	0.4734E+08	0.1315E+05	547.9	1.500

CAMBIO MÁXIMO DE LA CARGA DE AGUA DULCE:

0.5195E-04 0.1719E-03 0.1276E-02 0.3205E-02 0.1984E-02 0.4638E-03 0.1622E-03 0.7518E-03
 0.5747E-03 0.1111E-02 0.5560E-03 0.1173E-03 0.2773E-04 0.2467E-03 0.8939E-04 0.4605E-03
 0.2861E-03 0.8140E-04 0.1490E-04 0.8910E-04 0.5182E-04 0.1638E-03 0.9185E-04 0.2289E-04
 0.4685E-05 0.3311E-04 0.1561E-04 0.6140E-04 0.3620E-04 0.9662E-05 0.1871E-05 0.1218E-04
 0.6389E-05 0.2251E-04 0.1296E-04 0.3355E-05 0.6660E-06

CAMBIO MÁXIMO DE LA CARGA DE AGUA SALADA:

0.3108E-05 0.1706E-04 0.1093E-03 0.3529E-03 0.8700E-04 0.1989E-05 0.1948E-05 0.9934E-05
 0.3473E-04 0.1612E-04 0.8281E-05 0.2904E-06 0.4821E-06 0.6670E-06 0.1032E-05 0.4341E-05
 0.3820E-05 0.5674E-07 0.7719E-07 0.3771E-06 0.5873E-06 0.1331E-05 0.1318E-05 0.1801E-07
 0.3260E-07 0.1305E-06 0.1424E-06 0.5567E-06 0.5109E-06 0.6863E-08 0.1118E-07 0.4905E-07
 0.5938E-07 0.1979E-06 0.1844E-06 0.2483E-08 0.4270E-08

ETAPA DE TIEMPO 4

	SEGUNDOS	HORAS	DÍAS	AÑOS
TAMAÑO DE LA ETAPA DE TIEMPO:	0.1578E+08	4383.	182.6	0.5000
TIEMPO DEL PERIODO DE BOMBEO:	0.6312E+08	0.1753E+05	730.5	2.000
TIEMPO DE SIMULACIÓN TOTAL:	0.6312E+08	0.1753E+05	730.5	2.000

CAMBIO MÁXIMO DE LA CARGA DE AGUA DULCE:

0.2263E-05 0.7824E-05 0.5932E-04 0.1510E-03 0.9407E-04 0.2193E-04 0.7664E-05 0.3558E-04
 0.2720E-04 0.5265E-04 0.2641E-04 0.5582E-05 0.1317E-05 0.1169E-04 0.4246E-05 0.2181E-04
 0.1354E-04 0.3852E-05 0.7053E-06

CAMBIO MÁXIMO DE LA CARGA DE AGUA SALADA:

0.1538E-06 0.8427E-06 0.5361E-05 0.1739E-04 0.4233E-05 0.9800E-07 0.9564E-07 0.4838E-06
 0.1691E-05 0.8000E-06 0.3940E-06 0.1402E-07 0.2318E-07 0.3152E-07 0.4986E-07 0.2051E-06
 0.1806E-06 0.2694E-08 0.3662E-08

ESTADO ESTABLE ALCANZADO EN:

ETAPA DE TIEMPO 5

	SEGUNDOS	HORAS	DÍAS	AÑOS
TAMAÑO DE LA ETAPA DE TIEMPO:	0.1578E+08	4383.	182.6	0.5000
TIEMPO DEL PERIODO DE BOMBEO:	0.7889E+08	0.2191E+05	913.1	2.500
TIEMPO DE SIMULACIÓN TOTAL:	0.7889E+08	0.2191E+05	913.1	2.500

CAMBIO MÁXIMO DE LA CARGA DE AGUA DULCE: 0.4592E-06

CAMBIO MÁXIMO DE LA CARGA DE AGUA SALADA: 0.7557E-08

ACUÍFERO 1

BALANCE DE MASA:

	AGUA DULCE		AGUA SALADA	
	TASA ETAPA DE TIEMPO	VOLUMEN ACUMUL.	TASA ETAPA DE TIEMPO	VOLUMEN ACUMUL.
CAMBIO EN ALMACEN. FUENTES	0.6918E-10	0.9071E+06	-0.6142E-10	-0.8896E+06

RECARGA	8.979	0.7084E+09		
NODOS CARGA CONST.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
INYECCIÓN	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
FILTRACIÓN AD POR LA CIMA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
FILTRACIÓN AD POR LA BASE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
FILTRACIÓN AS POR LA CIMA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
FILTRACIÓN AS POR LA BASE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
TOTAL	8.979	0.7084E+09	0.0000	0.0000
SUMIDEROS				
NODOS CARTA CONST.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BOMBEO	1.000	0.7889E+08	0.0000	0.0000
FLITRACIÓN POR LA CIMA	7.979	0.6286E+09	0.6164E-05	0.8897E+06
FILTRACIÓN POR LA BASE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
TOTAL	8.979	0.7075E+09	0.6164E-05	0.8897E+06
FUENTES-SUMIDEROS	0.3061E-06	0.9069E+06	-0.6164E-05	-0.8897E+06
ERROR RELATIVO (%)				
INFLUJO	-0.3408E-05	0.2579E-04	0.0000	0.0000
ALMACENAMIENTO	-0.4424E+06	0.2014E-01	-0.1004E+08	-0.1064E-01

CARGAS DE AGUA DULCE

1	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
2	11111.	11111.	15.703	15.691	15.666	15.659	15.659	11111.
3	11111.	15.601	15.617	15.600	15.570	15.563	15.563	11111.
4	11111.	15.455	15.441	15.411	15.379	15.373	15.373	11111.
5	11111.	15.183	15.154	15.123	15.094	15.089	15.088	11111.
6	11111.	14.817	14.786	14.759	14.744	14.740	14.740	11111.
7	11111.	14.373	14.358	14.331	14.317	14.313	14.313	11111.
8	11111.	13.895	13.870	13.833	13.808	13.802	13.802	11111.
9	11111.	13.395	13.321	13.251	13.206	13.199	13.198	11111.
10	11111.	12.893	12.711	12.582	12.500	12.484	12.483	11111.
11	11111.	12.580	12.077	11.875	11.742	11.725	11.724	11111.
12	11111.	11111.	11.428	11.288	11.289	11.289	11.289	11111.
13	11111.	11111.	11.011	10.851	10.974	10.988	10.989	11111.
14	11111.	11111.	10.677	10.600	10.699	10.719	10.720	11111.
15	11111.	11111.	10.366	10.333	10.441	10.468	10.469	11111.
16	11111.	11111.	10.069	10.057	10.200	10.246	10.247	11111.
17	11111.	11111.	9.7139	9.7022	11111.	11111.	11111.	11111.
18	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
19	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
20	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
21	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
22	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
23	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
24	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
25	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
26	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
27	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
28	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.

CARGAS DE AGUA SALADA

1	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
2	11111.	11111.	0.15917E-05	0.15936E-05	0.15949E-05	0.15961E-05	0.15962E-05	11111.
3	11111.	0.15852E-05	0.15891E-05	0.15905E-05	0.15918E-05	0.15929E-05	0.15930E-05	11111.
4	11111.	0.15804E-05	0.15823E-05	0.15832E-05	0.15843E-05	0.15854E-05	0.15854E-05	11111.

5	11111.	0.15702E-05	0.15715E-05	0.15720E-05	0.15729E-05	0.15740E-05	0.15740E-05	11111.
6	11111.	0.15560E-05	0.15569E-05	0.15570E-05	0.15576E-05	0.15586E-05	0.15587E-05	11111.
7	11111.	0.15380E-05	0.15385E-05	0.15380E-05	0.15383E-05	0.15392E-05	0.15393E-05	11111.
8	11111.	0.15169E-05	0.15164E-05	0.15150E-05	0.15146E-05	0.15154E-05	0.15155E-05	11111.
9	11111.	0.14936E-05	0.14909E-05	0.14877E-05	0.14863E-05	0.14869E-05	0.14869E-05	11111.
10	11111.	0.14703E-05	0.14614E-05	0.14555E-05	0.14529E-05	0.14532E-05	0.14532E-05	11111.
11	11111.	0.14554E-05	0.14292E-05	0.14215E-05	0.14187E-05	0.14191E-05	0.14191E-05	11111.
12	11111.	11111.	0.13965E-05	0.13931E-05	0.13913E-05	0.13919E-05	0.13920E-05	11111.
13	11111.	11111.	0.13706E-05	0.13690E-05	0.13678E-05	0.13685E-05	0.13685E-05	11111.
14	11111.	11111.	0.13445E-05	0.13438E-05	0.13430E-05	0.13437E-05	0.13438E-05	11111.
15	11111.	11111.	0.13180E-05	0.13177E-05	0.13172E-05	0.13178E-05	0.13179E-05	11111.
16	11111.	11111.	0.12911E-05	0.12909E-05	0.12905E-05	0.12909E-05	0.12910E-05	11111.
17	11111.	11111.	0.12569E-05	0.12567E-05	0.12563E-05	0.12565E-05	0.12565E-05	11111.
18	11111.	11111.	0.12089E-05	0.12088E-05	0.12086E-05	0.12086E-05	0.12086E-05	11111.
19	11111.	11111.	0.11551E-05	0.11550E-05	0.11549E-05	0.11549E-05	0.11549E-05	11111.
20	11111.	11111.	0.11025E-05	0.11024E-05	0.11023E-05	0.11022E-05	0.11022E-05	11111.
21	11111.	11111.	0.10511E-05	0.10510E-05	0.10509E-05	0.10509E-05	0.10509E-05	11111.
22	11111.	11111.	0.98244E-06	0.98237E-06	0.98230E-06	0.98226E-06	0.98225E-06	11111.
23	11111.	11111.	0.86045E-06	0.86036E-06	0.86020E-06	0.86015E-06	0.86015E-06	11111.
24	11111.	11111.	0.67495E-06	0.67486E-06	0.67471E-06	0.67467E-06	0.67466E-06	11111.
25	11111.	11111.	0.44518E-06	0.44517E-06	0.44515E-06	0.44514E-06	0.44514E-06	11111.
26	11111.	11111.	0.24076E-06	0.24076E-06	0.24075E-06	0.24075E-06	0.24075E-06	11111.
27	11111.	11111.	0.14716E-06	0.14716E-06	0.14716E-06	0.14716E-06	0.14716E-06	11111.
28	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.

ELEVACIÓN DE LA INTERFASE

1	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
2	11111.	11111.	-628.10	-627.64	-626.64	-626.37	-626.35
3	11111.	-624.04	-624.69	-624.00	-622.82	-622.52	-622.50
4	11111.	-618.18	-617.65	-616.46	-615.18	-614.93	-614.91
5	11111.	-607.32	-606.15	-604.92	-603.76	-603.55	-603.53
6	11111.	-592.68	-591.42	-590.36	-589.75	-589.60	-589.59
7	11111.	-574.93	-574.33	-573.23	-572.68	-572.52	-572.50
8	11111.	-555.82	-554.82	-553.31	-552.32	-552.09	-552.06
9	11111.	-535.80	-532.85	-530.05	-528.25	-527.96	-527.93
10	11111.	-515.71	-508.43	-503.28	-499.99	-499.35	-499.32
11	11111.	-503.21	-483.10	-475.01	-469.67	-468.98	-468.95
12	11111.	11111.	-457.13	-451.53	-451.56	-451.54	-451.54
13	11111.	11111.	-440.42	-434.06	-438.94	-439.52	-439.55
14	11111.	11111.	-427.06	-424.00	-427.97	-428.75	-428.78
15	11111.	11111.	-414.63	-413.31	-417.65	-418.70	-418.75
16	11111.	11111.	-402.77	-402.28	11111.	11111.	11111.
17	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
18	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
19	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
20	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
21	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
22	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
23	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
24	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
25	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
26	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
27	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.
28	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.	11111.

MAPA DE LA EXTENSIÓN DE LA INTRUSIÓN (F-AGUA DULCE, M-MEZCLADA, S-AGUA SALADA)

1
2	.	.	M	M	M	M	M	.
3	.	M	M	M	M	M	M	.
4	.	M	M	M	M	M	M	.
5	.	M	M	M	M	M	M	.
6	.	M	M	M	M	M	M	.
7	.	M	M	M	M	M	M	.
8	.	M	M	M	M	M	M	.
9	.	M	M	M	M	M	M	.
10	.	M	M	M	M	M	M	.
11	.	M	M	M	M	M	M	.
12	.	.	M	M	M	M	M	.
13	.	.	M	M	M	M	M	.
14	.	.	M	M	M	M	M	.
15	.	.	M	M	M	M	M	.
16	.	.	M	M	S	S	S	.
17	.	.	S	S	S	S	S	.
18	.	.	S	S	S	S	S	.
19	.	.	S	S	S	S	S	.
20	.	.	S	S	S	S	S	.
21	.	.	S	S	S	S	S	.
22	.	.	S	S	S	S	S	.
23	.	.	S	S	S	S	S	.
24	.	.	S	S	S	S	S	.
25	.	.	S	S	S	S	S	.
26	.	.	S	S	S	S	S	.
27	.	.	S	S	S	S	S	.
28

BIBLIOGRAFÍA

- ANGUITA, B.F., CUENA, B.J., CUSTODIO, G.E., LÓPEZ, G.L., SAHUQUILLO, H.A. 1972. Seminario sobre Modelos Analógicos y Digitales para la Explotación y Administración de Recursos Hidráulicos Subterráneos. Memorias. Madrid, España.
- BACHMAT, Y., BREDEHOEFT, J., ANDREWS, B., HOLTZ, D., SEBASTIAN, S. 1980. Groundwater Management: the use of numerical models. American Geophysical Union. Washington, D.C., EEUU.
- BEAR, J. 1979. Hydraulics of groundwater. McGraw-Hill. New York, EEUU.
- BEAR, J. 1987. Modeling Groundwater Flow and Pollution. Reidel Publishing Co. Holanda.
- BEDIENT, P.B., RIFAI, H.S., NEWELL, C.J. 1994. Ground Water Contamination. Prentice Hall. New Jersey, EEUU.
- BENITEZ, A. 1972. Captación de aguas subterráneas. Dossat. Madrid, España.
- BREDEHOEFT, J.D., PINDER, G.F. 1970. Digital analysis of areal flow in multiaquifer groundwater systems: A quasi three-dimensional model. Water Resources Research. v.6, no.3. p. 883-888.
- CASTANY, G. 1983. Le modele conceptuel hydrogeologique identification numerique du systeme aquifere. acquisition et synthese des donnees. Committee for hydrological research TNO. Methods and instrumentation for the investigation of groundwater systems. The Netherlands. p. 129-136.
- CÓRDOVA M., A., SALMÓN V., M.A. 1997. Evolución de la Piezometría del Acuífero del Valle de Guaymas, Sonora, desde 1967 a 1995. Tesis Profesional. Universidad de Sonora. Hermosillo, Sonora.
- ESSAID, H. 1990. The Computer Model SHARP: A Quasi-Three-Dimensional Finite Difference Model to Simulate Freshwater and Saltwater Flow in Layered Coastal Aquifer Systems. U.S.G.S. Water Resource Investigation Report. 90-4310, Menlo Park, California.
- FLORES S., B.E. 1990. Discretización en diferencias finitas de modelos de acuíferos. Tesis Profesional. Universidad de Sonora. Hermosillo, Sonora, México.
- FREEZE, R.A., CHERRY, J.A. 1979. Groundwater. Prentice-Hall, Inc. New Jersey, EEUU.
- GIDROTEC. 1981. Modelo matemático sobre el comportamiento de sistemas acuíferos de Valle de Guaymas, Sonora. Archivos de la Comisión Nacional del Agua. Gerencia Estatal en Sonora.
- HARSHBARGER, J. 1971. Seminario sobre aguas subterráneas. Evaluación y explotación de los recursos en aguas subterráneas. p. 103-137.

HERRERA R., I., CRUICKSHANK V., C., YATES, R., MUNCH, D.E. 1985. Ampliación a la modelación matemática de las fuentes de abastecimiento para el suministro de agua en bloque a las ciudades de Guaymas, Empalme y San Carlos, Sonora. Universidad Nacional Autónoma de México. Sría. Agric. y Rec. Hid., Sría. de Infr. Hid.

INGENIEROS CIVILES Y GEÓLOGOS ASOCIADOS, S.A. (ICGA). 1975. Elaboración y Calibración del Modelo Matemático de Intrusión Salina en el Valle de Guaymas, Sonora. Sría. Rec. Hid. Dir. Gral. Irrig. y Control de Ríos. Com. Des. Rec. Cuencas Centro y Norte Edo. Son. México.

INEGI. 1993. Estudio Hidrológico del Estado de Sonora. Aguascalientes, México.

JOHNSON, E. 1975. El agua subterránea y los pozos. Johnson División, UOP Inc. Minnesota, EEUU.

LAPIDUS, L.; PINDER, G. 1982. Numerical Solution of Partial Differential Equations in Science and Engineering. Wiley-Interscience. EEUU.

LOPEZ I., J. A. 1993. Aplicación de un modelo numérico al acuífero de Guaymas, Sonora. Tesis Profesional. Instituto Tecnológico de Sonora. Cd. Obregón, Sonora, México.

MONTES DE OCA P., J.F. 1989. Detección de la presencia de bario en el agua subterránea en la franja costera del Valle de Guaymas, Sonora. Tesis Profesional. Universidad de Sonora, Hermosillo, Sonora, México.

ROCA V., R. 1980. Introducción a la mecánica de los fluidos. Limusa. México.

SCHNEEBELI, G. 1966. Hydraulique souterraine. Eyrolles. París, Francia.

SEGERLIND, L. 1984. Applied Finite Element Analysis. Wiley. U.S.A.

STONE, H. 1986. Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations. SIAM Journal of Applied Mathematics. v.5, no.3. p. 530-559.

TINAJERO G., J.A. Aspectos fundamentales en el estudio del agua subterránea (Geohidrología). Notas del curso "Aprovechamiento del agua subterránea". Instituto Tecnológico de Sonora. Cd. Obregón, Sonora, México.

VEGA G., E.L. 1992. Estudio Hidrogeoquímico de la Cuenca del Río Mátape, Sonora con énfasis en la presencia de Bario. Cd. Obregón, Sonora. Tesis Maestría. Instituto Tecnológico de Sonora.

WEINSTEIN, H., STONE, H., KWAN, T. 1969. Iterative procedure for solution of systems of parabolic and elliptic equations in three dimensions. Industrial and Engineering Chemistry. v.8, no.2. p. 281-287.

WEINSTEIN, H., STONE, H., KWAN, T. 1970. Simultaneous solution of multi-phase reservoir flow equations. Society of Petroleum Engineers Journal. v.10, no.2. p. 99-110.

