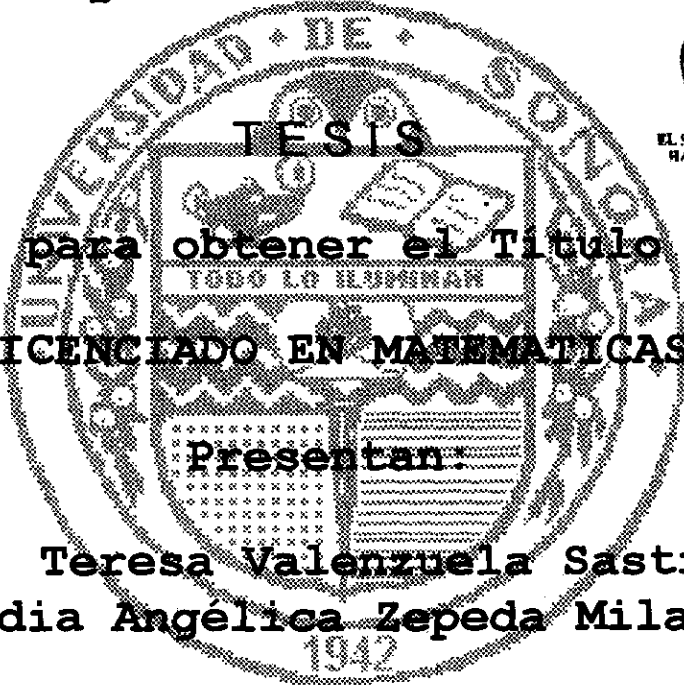


7.344

UNIVERSIDAD DE SONORA
División de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Matemáticas

EL SABER DE MI HIJO
HARA MI GRANDEZA
BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

**MATEMATICAS FINANCIERAS,
UN ENFOQUE CONCEPTUAL Y OPERATIVO**



TESIS
Que para obtener el Título de
LICENCIADO EN MATEMATICAS

Presentan:

Ma. Teresa Valenzuela Sastre
Claudia Angélica Zepeda Milanez

Asesor de Tesis:

M. en C. Jorge Alejandro Villa Carrillo

Hermosillo, Sonora.

Octubre de 1995

AGRADECIMIENTOS

La elaboración de este trabajo no requiere tan solo del esfuerzo de una o dos personas, sino también de aquellas personas que contribuyeron directa o indirectamente a que nuestra tesis culminara satisfactoriamente.

Es por esto que en el presente párrafo queremos agradecer a las personas que nos asesoraron y colaboraron teórica y prácticamente como son, nuestro asesor de tesis Jorge Villa Carrillo y a nuestro compañero y amigo Luis A. Cadena.

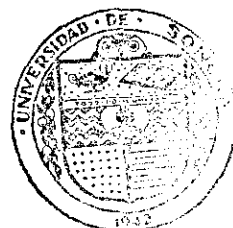
De igual forma agradecemos a los maestros: Silvia Elena Ibarra Olmos, Gerardo Gutiérrez Flores e Irma Nancy Larios, a Lupita y Pilar; por habernos proporcionado el equipo necesario para la realización de la misma y la asesoría que nos permitió conocer adecuadamente el manejo de los paquetes computacionales, respectivamente.

También nos es importante agradecer a una persona en especial, que nos apoyo durante la captura e impresión de este trabajo, ya que fue una de las etapas mas difíciles de nuestra tarea, nos referimos a nuestro querido amigo Esteban Estrada Rodriguez.

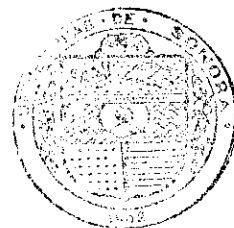
Alfonso y Héctor, ustedes saben que valoramos su cooperación, en aquellas circunstancias en que la requerimos.

Por último, queremos agradecer a los maestros revisores de esta tesis, por sus comentarios y críticas constructivas que nos ayudaron a corregir aspectos importantes: Gerardo Gutiérrez Flores, Jorge Ruperto Vargas Castro y Oscar Mario Rodriguez Sanchez.

¡ Gracias !



EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA
BIBLIOTECA
DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICAS



EL SABER DE MIS HIJOS
PARA LA GRANDEZA
DE LA NUESTRA
NACION
DEPARTAMENTO DE
MATEMATICAS

A manera personal:

Madre:

Con todo mi amor y agradecimiento por tu apoyo y cariño; todo lo que soy te lo debo a tí. Toma este logro como tuyo.

A mi hermano y familia:

Gracias por el apoyo que siempre he encontrado en ustedes. Pues en todo momento han marchado a mi lado en este largo desfile de mi vida.

A mis abuelos:

Pa' nacho y ma' chela, que aún sin estar conmigo su ejemplo de esfuerzo y dedicación ayudaron en mi formación.

A mis amigos:

A Ely, Lore y compañía por su amistad incondicional.

A *Angélica* por los últimos cinco años y todo lo que hemos vivido.

A todos mis compañeros del Departamento de Matemáticas.

Y a Dios por iluminarme el camino.

Tere.

A mis padres y hermanos:

Mi mas profundo agradecimiento por el apoyo y confianza que me brindaron durante mi formación profesional, por su comprensión y cariño; por apoyarme a ser lo que ayer soñe y ahora soy.

" Mi triunfo y mi cariño para ustedes".

A Dios por haberme permitido de nuevo continuar en el camino.

Y a ti *Tere*, por todos los buenos y malos momentos que juntas compartimos durante la realización de este trabajo, y por el apoyo que nos dimos durante todos estos años que compartimos; para así lograr nuestros objetivos.

A todos mis *amigos* y *compañeros* del Departamento de Matemáticas.

A ti; que compartes mis triunfos y alegrías, aunque lejos; sé que cuento con tu apoyo a cada instante.

Angélica.

INDICE

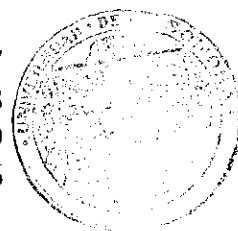


EL SABER ES LA CLAVE
PARA EL DESARROLLO
DEL HOMBRE
1 DEPTO. DE ECONOMIA
3 VOLUMENES

Prefacio	
Esquema	
Motivación	5
1. Interés Simple e interés Compuesto	13
1.1.- Funciones del interés.	15
1.2.- Formas de capitalización del interés.	16
1.2.1.- Regla para el Mundo Uno.	16
1.2.2.- Regla para el Mundo Dos.	18
1.3.- Caracterización del Mundo uno y su gráfica.	18
1.4.- Mundo Dos. Monto a interés compuesto.	23
1.5.- Caracterización del Mundo Dos y su gráfica.	24
1.6.- Comparación gráfica del interés simple e interés compuesto.	31
1.7.- Diferencias entre I.S y I.C.	35
1.8.- Analogías entre I.S y I.C.	36
2. Valor del dinero en el tiempo	37
2.1.- Valor del dinero en el tiempo.	39
2.2.- Valor presente a interés simple.	41
2.3.- Valor presente a interés compuesto.	43
2.4.- Uso de las Calculadoras.	48
2.4.1.- Texas Instruments.	49
2.4.1.a.- Solución de los problemas usando la Texas Instruments.	55
2.4.2.- Hewlett-Packard.	59
2.4.2.a.- Solución de problemas usando la Hewlett-Packard.	66
2.5.- Principio de las Matemáticas financieras.	70
2.5.1.- Solución del problema en el Mundo dos usando las calculadoras.	72
2.5.1.a.- Texas Instruments.	72
2.5.1.b.- Hewlett-Packard.	76
2.6.- Equivalencia entre las tasas de interés.	79
2.6.1.- Obtención de tasas de equivalencia mediante el uso de calculadoras.	84
2.6.1.a.- Texas Instruments.	84
2.6.1.b.- Hewlett-Packard.	89
3. Anualidades	93
3.1.- Clasificación de las anualidades.	96
3.2.- Anualidades simples ciertas vencidas inmediatas.	99
3.3.- Anualidades simples ciertas anticipadas inmediatas.	112
3.4.- Anualidades simples ciertas vencidas diferidas.	117
3.5.- Rentas perpetuas.	122

3.5.1.- V.A. de una renta perpetua simple ordinaria.	122
3.5.2.- V.A. de las rentas perpetuas simples anticipadas.	123
3.5.3.- V.A. de las rentas perpetuas, a pagar al final de cada cierto número de periodos de capitalización.	123
3.6.- Anualidades generales.	127
3.6.1.- Pago de una anualidad general cierta vencida inmediata.	131
3.7.- Anualidades generales anticipadas.	133
3.8.- Anualidades generales diferidas.	136
3.9.- Uso de las Calculadoras.	
3.9.1.- Solución de problemas haciendo uso de la calculadora Texas Instruments.	
3.9.2.- Solución de problemas empleando la Hewlett-Packard.	
4. Flujo de Caja	177
4.1.- Comparación del VPN en diferentes tiempos (periodos) para mostrar su equivalencia .	179
4.2.- Relación funcional entre la tasa y el VPN.	
Gráfica del comportamiento.	182
4.2.1.-Comparación en el primer periodo.	183
4.2.2.- Compación en el cuarto periodo.	184
4.2.3.- Comparación al final del séptimo periodo.	185
4.3.- Obtención de la tasa de referencia (TR).	186
4.4.- Uso de las Calculadoras.	192
4.4.1.- Texas Instruments.	192
4.4.1.a.- Solución del problema haciendo uso de la calculadora.	199
4.4.2.- Hewlett-Packard.	201
4.4.2.a.- Solución del problema empleando la Hewlett-Packard.	210
5. Amortización de Capitales	213
5.1.- Conformación de los pagos en una amortización.	215
5.2.- Cálculo del pago exacto para liquidar una deuda.	217
5.3.- Cálculo del saldo insoluto.	218
5.4.- Relación entre el precio de contado, la cuota inicial y el saldo inoluto.	218
5.5.- Derechos del comprador y del vendedor.	220
5.6.- Uso de las Calculadoras.	
5.6.1.- Texas Instruments.	
5.6.1.a.- Solución de problemas haciendo uso de la calculadora Texas Instruments.	225
5.6.2.- Hewlett-Packard.	237
5.6.2.a.- Solución de problemas empleando la Hewlett-Packard.	239
6. Depreciación	253
6.1.- Definición y objetivos característicos.	255
6.2.- Notación y los difernetes métodos de Depreciación.	256

6.3.- Método de LineaRecta.	257
6.3.1.- Depreciación en LR con valor de recuperación.	258
6.3.2.- Depreciación en LR sin valor de recuperación.	260
6.4.- Método de suma de los años dígitos.	266
6.5.- Método de balance decreciente.	271
6.5.1.- Método de balance decreciente con porcentaje fijo (BD).	271
6.5.2.- Método de doble balance decreciente (DBD).	275
6.6.- Comparación gráfica entre los diferentes métodos.	280
6.7.- Ventajas y desventajas de los diferentes métodos.	281
6.8.- Método por unidad de producción o servicio. Ventajas y desventajas.	282
6.9.- Método del fondo de amortización.	287
6.10.- Uso de las Calculadoras.	291
6.10.1.- Texas Instruments.	291
6.10.1.a.- Solución de problemas haciendo uso de la calculadora Texas Instruments.	295
6.10.2.- Hewlett-Packard.	306
6.10.2.a.- Solución de problemas empleando la Hewlett-Packard.	312
7. Bonos	327
7.1.- Clasificación de un bono.	329
7.2.- Rublos de un bono.	330
7.3.- Precio de un bono en una fecha de pago de interés o cupón.	332
7.4.- Precio o descuento de un bono.	334
7.5.- Valor de libros de un bono.	334
7.6.- Precio de los bonos comprados entre fechas de cupón.	335
7.7.- Precio cotizado de un bono.	337
7.8.- Cálculo del rendimiento de los bonos.	338
7.8.1.- El método de los comerciantes de obligaciones.	338
7.8.2.- Cálculo del rendimiento por el método de interpolación.	339
7.9.- Bonos con fecha opcional de redención.	341
7.10.- Bonos de anualidad.	341
7.11.- Bonos seriados.	342
7.12.- Uso de las Calculadoras.	344
7.12.1.- Texas Instruments.	344
7.12.1.a.- Solución de problemas haciendo uso de la calculadora Texas instruments.	346
7.12.2.- Hewlett-Packard.	354
7.12.2.a.- Solución de problemas empleando la Hewlett-Packard.	356
8. Reinversión Continua	365
8.1.- Obtención del monto y valor actual con capitalización continua.	367
8.2.- Cálculo de la tasa efectiva.	369
8.3.- Uso de las Calculadoras.	372
8.3.1.- Hewlett-Packard.	372
8.3.1.a.- Solución de problemas empleando la Hewlett-Packard.	372



EL SABER DE LA UNIVERSIDAD
HAY QUE CULTIVARLO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

- Anexo 1.** Anualidades a interés simple.
- Anexo 2.** Método de Newton-Raphson.
- Anexo 3.** Solucionador de fórmulas.
- Anexo 4.** Guía rápida para el uso de las calculadoras.



PREFACIO

Las Matemáticas Financieras son un capítulo de la extensa rama de las Matemáticas Aplicadas, esta es una de las razones por la cual elegimos el presente tema de tesis; que puede ser considerada como una experiencia de aprendizaje en el área de las finanzas.

El primer problema que se presenta a las personas interesadas en estudiar esta área, es la reducida bibliografía existente en nuestro idioma sobre Matemáticas Financieras, generalmente traducciones, no siempre realizadas por personas conocedoras de la materia, o libros en idiomas extranjeros que añan a la dificultad del tema, la del idioma.

Esta tesis tiene el propósito de ligar la teoría de la Matemática Financiera con el uso de la calculadora Financiera. Tal propósito se basa en la observación de aplicaciones defectuosas y de no aplicaciones de los conceptos financieros, lo cual es muy común en situaciones económicas como en las que vivimos. Obviamente existen otros muchos factores que influyen en la situación económica actual, pero aún así, los conceptos financieros son bastante trascendentes.

El impulso esencial que motivó la realización de este trabajo fue pues; el haber caído en cuenta de que existía una distancia creciente entre los desarrollos teóricos de las finanzas y su aplicabilidad práctica. Con esto en mente, se introduce el uso de las calculadoras Financieras con la intención de lograr operatividad en el uso de la teoría.

Los motivos que nos llevaron a seleccionar la calculadora como herramienta operacional fueron varios: inicialmente se penso en usar paquetes computacionales, lo que se descartó por falta de recursos económicos y equipo técnico(computadora); esto nos orillo a elegir la calculadora financiera, que resulta ser una herramienta con un costo mas accesible y no requiere conocimientos previos para su uso.

Hemos presentado los conceptos procurando mantener una exposición en forma clara, sencilla y ordenada como nos fuera posible. Para ayudar a su comprensión, las explicaciones van acompañadas de ejemplos que ilustran de manera adecuada y concreta. Además; se ha procurado que el tratamiento y la extensión dados a los distintos temas, así como la introducción de la calculadora financiera, hagan que esta tesis pueda servir de consulta para quienes en las actividades públicas o privadas, tienen a su cargo el cálculo de operaciones financieras. También si se desea puede servir como material de apoyo o bien como manual para un curso de Matemáticas Financieras.

Cada capítulo comienza con una clara exposición de definiciones y principios, acompañados de material ilustrativo, siguiendole problemas resueltos que ilustran y amplían los principios. Las Matemáticas Financieras, es una materia práctica y sólo la práctica en los ejercicios puede proporcionar la confianza requerida a la persona que pretenda dominar esta disciplina. Por ello en este trabajo se presentan ejemplos explicativos con sus respectivas respuestas intercalados en el texto, que sirven para ilustrar los aspectos teóricos tratados.



Para finalizar cada capítulo; los problemas resueltos que se encuentran intercalados en el texto, se resuelven haciendo uso de las máquinas financieras utilizadas en este trabajo, siendo éstas: la **TEXAS INSTRUMENTS BAH Plus** y la **HEWLETT- PACKARD 17B**.

El planteamiento que se sigue en este trabajo es iniciar con los conceptos preliminares y básicos para la comprensión de la materia, empezando gradualmente hasta llegar a la complejidad de la misma; partiendo en el capítulo 1 con las funciones del interés y la comparación del interés simple con el interés compuesto; diferencias y analogías.

En el segundo capítulo se presenta la forma en el que el dinero toma valor en el tiempo, obteniéndose también la expresión que calcula el valor presente para el interés simple y el interés compuesto, se introduce el principio de las Matemáticas Financieras y la forma de calcular las tasas equivalentes.

A partir del capítulo 3 se trabajan los conceptos en el marco del interés compuesto ya que es la forma del interés en el cual nos desarrollamos. En este tercer capítulo se presentan las anualidades, comenzando con las más comunes, las anualidades simples, seguidas de las rentas perpetuas y finalizando con las anualidades generales.

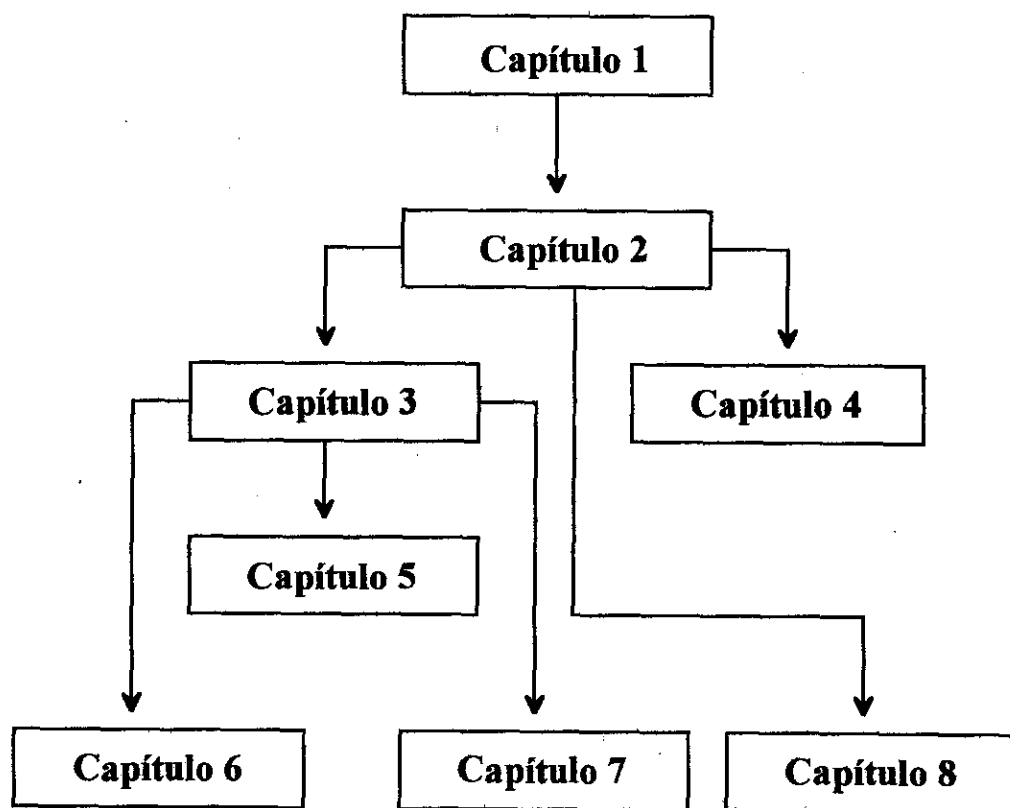
El capítulo 4, es un caso especial de las anualidades las cuales son siempre salidas o entradas de dinero que toma siempre un mismo valor; un flujo consta de entradas y salidas de dinero en diversas cantidades, siendo la parte mas importante de éstos la obtención de la tasa de referencia.

La forma de amortizar una deuda se presenta en el capítulo 5 y se abordan las situaciones mas frecuentes que se presentan entre un deudor y un acreedor; en el capítulo 6 se verán los diferentes métodos de depreciación.

La forma de como obtener los rendimientos de un bono en las diferentes modalidades que se pudiera presentar son abordados en el capítulo 7; y finalmente en el capítulo 8, se obtiene las expresiones para obtener el valor futuro y valor presente con capitalización continua.

Agradecemos a todo el personal del Departamento de Matemáticas, la influencia positiva que han tenido para nuestra capacitación como profesionistas de las Matemáticas y a la Administración el apoyo que le han otorgado a este trabajo.

ESQUEMA DE DEPENDENCIA DE LOS CAPÍTULOS



MOTIVACION

Un aspecto importante de la toma de decisiones se basa en las matemáticas financieras.

Actualmente tal área sigue siendo un conjunto de reglas confusas solo accesibles a personas muy especializadas.

En tiempos donde los cambios empresariales son algo común, es aún más importante poseer personal capacitado en el área de toma de decisiones, sean éstas de cualquier índole. La familiaridad con la toma de decisiones es muy escasa; puesto que a nivel universitario pocos cursos son los que se contemplan.

Con la finalidad de exhibir tal dificultad podríamos comenzar con una serie de errores frecuentemente cometidos en el área de las matemáticas financieras.

Algunas preguntas que surgen al hablar sobre porcentajes son las presentadas a continuación:

¿ SE PUEDEN SUMAR PORCENTAJES ?

Antes de apresurarse a contestar se verán unos ejemplos que muestren esta situación.

¿ Cuánto es $20\% + 30\%$?

Si se tiene una cantidad de 100 pesos y se obtiene el 20% y 30% de ésta, se tiene como resultado 20 y 30 pesos respectivamente, al sumarlos se obtiene una cantidad de 50 pesos; que son el 50% de 100 pesos .

Podemos así decir que:

$$20\% + 30\% = 50\%$$

Ahora se ve otra situación.

Si se obtiene el 20% de 100 pesos y el 30% de 150 pesos, serían 20 y 45 pesos; que al sumarse son 65 pesos, los cuáles no son el 50% de las cantidades a las que se aplican los porcentajes.

Así, se tiene que:

$$20\% + 30\% \neq 50\%$$

Una vez analizados los casos anteriores se ha observado que si se pueden sumar porcentajes dependiendo de como se apliquen.

Existen dos formas de aplicación de los porcentajes:

- 1.- Cuando todos los porcentajes se aplican a la misma cantidad
- 2.- Cuando cada porcentaje se aplica a una cantidad diferente.

Únicamente se pueden sumar los porcentajes, si todos los porcentajes se aplican sobre la misma cantidad.

¿SE PUEDEN RESTAR PORCENTAJES?

¿ Cuánto es 50 % menos 10 % ?

Para un capital de 100 pesos el 50 % y 10 %, son 50 pesos y 10 pesos respectivamente; al restarlos obtendremos la cantidad de 40 pesos los cuales representan el 40 % de 100 pesos.

Por esta razón, se tiene que:

$$50\% - 10\% = 40\%$$

Por otra parte, al obtener el 50 % de 200 pesos y el 10 % de 150 pesos se tendrá 100 pesos y 15 pesos respectivamente. Al realizar la resta de estas

cantidades tendríamos 85 pesos, y estos no son el 40% de las cantidades que se les aplico los porcentajes

Así se tiene que:

$$50\% - 10\% \neq 40\%$$

Se puede restar porcentajes dependiendo de la forma de aplicación de éste.

Se pueden restar porcentajes;
siempre y cuando todos sean
aplicados a una misma cantidad.

¿SE PUEDE MULTIPLICAR UN NUMERO ENTERO
POSITIVO POR UN PORCENTAJE?

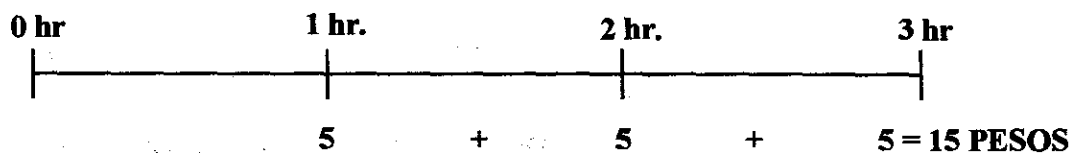
Por ejemplo: $(5\%) \times 3 = 15\%$

Se recurrirá a algunos ejemplos para responder a esta pregunta.

- 1.- Un niño renta su bicicleta por hora, el costo de la hora es el 5 % de 100, alguien le pregunta ¿Cuanto dinero es por 3 hrs. ?. El niño multiplica mentalmente (5%) por 3 y afirma que le cobrará el 15 % de 100 pesos. ¿Es correcto el razonamiento del niño ?.

El 5 % de 100 pesos es 5 pesos (100×0.05); así el costo por hora es de 5 pesos.

El costo por las 3 horas sería:



Y como 15 pesos es el 15 % de 100 pesos (100×0.15); el razonamiento utilizado por el niño es correcto, ya que todas las tasas se aplican a la misma cantidad.

2.- Juanito realiza un trato con su hermano mayor, éste le guardará 100 pesos. Si en el transcurso de una semana no se los pide ira agregando a ese dinero el 5 % de lo que tenga guardado y así sucesivamente hasta completar 4 semanas, que es cuando le regresará los 100 pesos mas lo que gano por ahorrarlo. Finalmente al transcurrir la 4ta. semana Juanito recibe 120 pesos, esta inconforme y su hermano no sabe porque. ¿ Sabes la razón del enojo de Juanito ?.

Veamos como aumenta los ahorros de Juanito.

Capital	100	$\frac{100}{100(.05)}$ 105	$\frac{105}{105(.05)}$ 110.25	$\frac{110.25}{110.25(.05)}$ 115.7625	$\frac{115.7625}{115.7625(.05)}$ 121.55
Período de tiempo	0	1	2	3	4 semanas

$\overset{5\%}{\curvearrowright}$
 $\overset{5\%}{\curvearrowright}$
 $\overset{5\%}{\curvearrowright}$
 $\overset{5\%}{\curvearrowright}$

La cantidad que debe recibir Juanito al finalizar la 4ta. semana es 121.55. Su hermano se ha equivocado al calcular la ganancia por ahorrar multiplicando (5 %) x 4; obteniendo así un 20 % y entregandole una ganancia de 20 pesos a Juanito. En este ejemplo es incorrecto tratar de obtener la ganancia multiplicando (5%) x 4, puesto que las tasas se aplican a cantidades diferentes.

Se puede observar que en algunas ocasiones si se puede multiplicar un porcentaje por un entero positivo; sólo hay que tener en cuenta el siguiente principio:

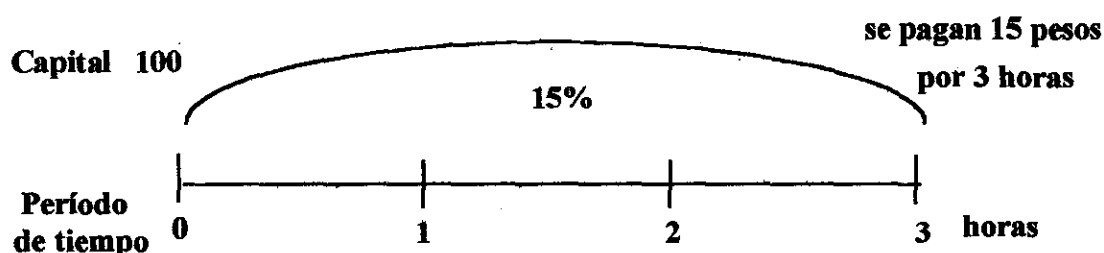
Si todas las tasas se aplican a una misma cantidad base se podrá multiplicar un porcentaje por un entero positivo.

¿ SE PUEDE DIVIDIR UN PORCENTAJE POR UN NUMERO ENTERO POSITIVO ?.

Por ejemplo: $\frac{15\%}{3} = 5\%$

Si se modifica el ejemplo de la renta de la bicicleta, y ahora la renta por cada 3 hrs. es el 15 % de 100 pesos.

La renta por hora es $(15\%) \div 3 = 5\%$ de 100 pesos.

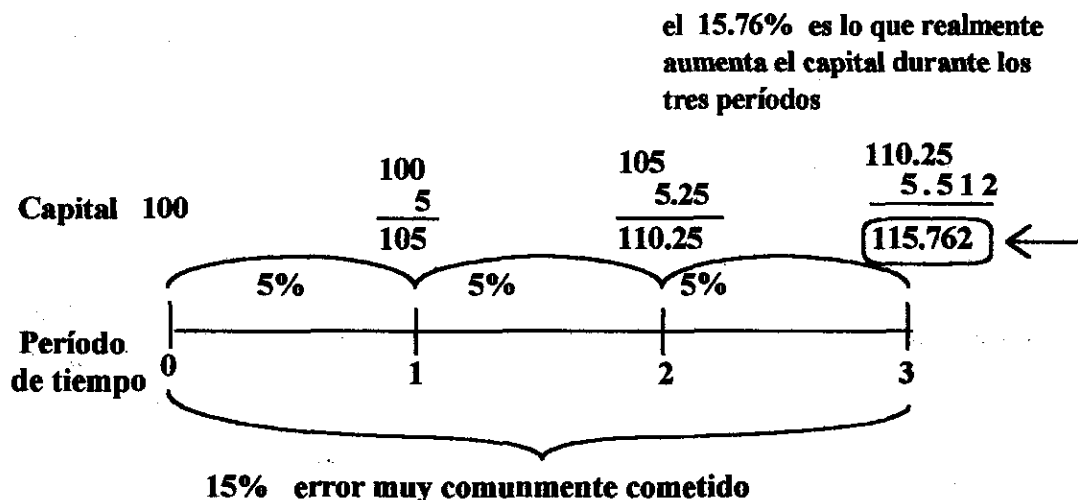


Al dividir este pago entre el número de horas se tiene $15 \div 3 = 5$, se tiene que el pago por hora es de 5 pesos, que es el 5 % de 100 pesos.

Se puede dividir un porcentaje por un entero positivo siempre y cuando todas las tasas se apliquen a una misma cantidad

Un error muy común, en el uso de los porcentajes, se da en los aplicados consecutivamente, ejemplifiquemos lo dicho anteriormente:

Tenemos 100 pesos y obtenemos el 5 % en tres periodos.



El error surge al querer sumar directamente el 5% para cada período y así afirmar que el porcentaje es del 15 % sobre la operación.

Lo que se tiene aquí es una confusión entre las tasas de interés aplicadas a nuestra cantidad inicial; el 5 % representa la tasa por período, que es la tasa establecida en el convenio de la operación. El 15.76 son los intereses que corresponden a un capital de 100 pesos al final del tercer período. El capital realmente creció el 15.76 % al cual le llamaremos la tasa efectiva de la operación (vease definición pág. 11).

Como se ha notado dependiendo de como se apliquen las tasas es el resultado. Así es necesario establecer con claridad la forma de aplicación de cada tasa.

DEFINICION: La tasa nominal es un porcentaje de referencia anual. Por ejemplo 60 % anual.

La tasa por período nos dice como se aplica la tasa nominal. La tasa nominal podría aplicarse mensualmente, trimestralmente, etc.;

$$\text{Tasa por período} = \frac{\text{tasa nominal}}{\text{número de veces que cabe dicho período en el año}}$$

Ejemplo:

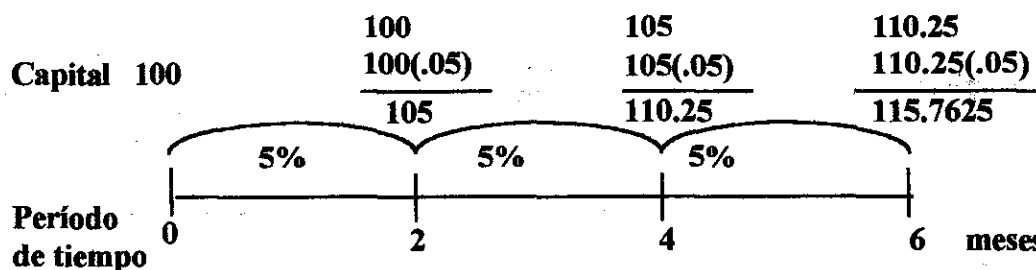
Tasa nominal 60 %

$$\text{Tasa mensual} = \frac{60\%}{12} = 5\%$$

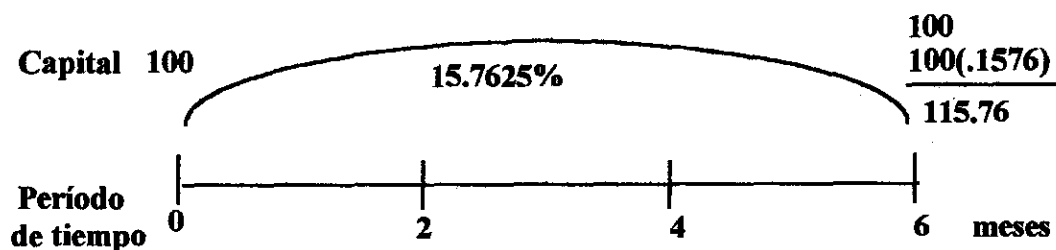
DEFINICION: La tasa efectiva es una tasa que aplicada una sola vez produce un mismo monto que las otras tasas aplicadas cierto número de veces.

Ejemplos:

1.-Al depositar 100 pesos con una tasa nominal del 10 % capitalizable bimestralmente, el esquema de la operación para 6 meses es es siguiente

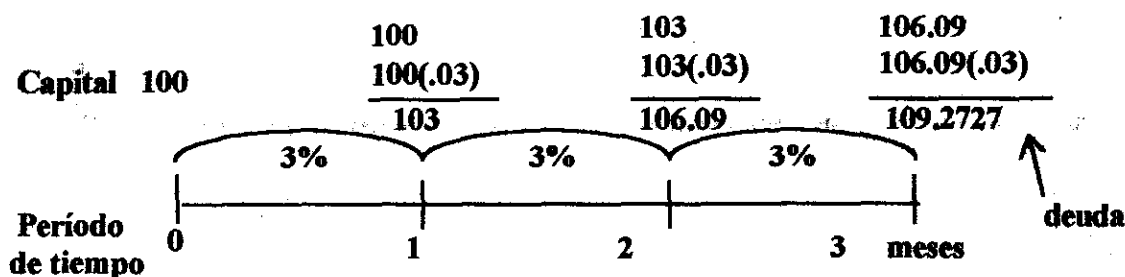


Si al mismo depósito le aplicamos una tasa del 15.7625 %, el esquema para el primer semestre será el siguiente:

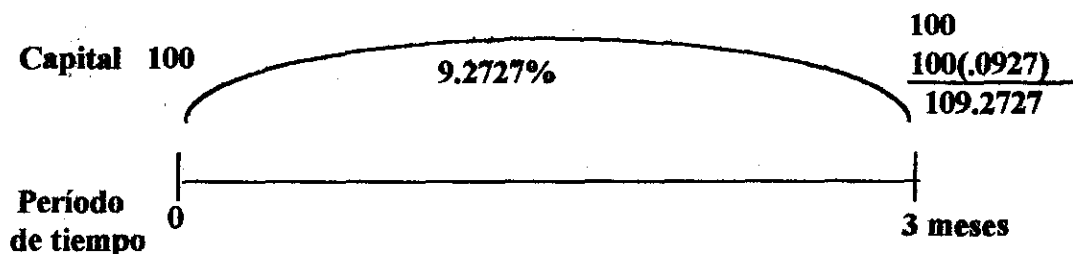


Esta tasa (15.7625 %) que aplicada una sola vez produce el mismo monto que la tasa nominal del 10 % capitalizable bimestralmente se le llama **tasa efectiva** de la operación.

2.- Se tiene un préstamo de 100 pesos con una tasa nominal del 36 % capitalizable mensualmente. ¿ Cuánto se debe en el tercer mes ?. La tasa por período es 3%.



Si para este trimestre aplicamos la tasa de 9.2727 %, se obtiene la misma deuda; esto quiere decir que la tasa del 9.2727 % es la tasa efectiva de la operación.



NOTA: Cuando no se especifica el período de tiempo se sobreentiende que la tasa efectiva es anual.

Capítulo 1

Interés Simple e Interés Compuesto

1.1.- FUNCIONES DEL INTERÉS

El interés es el pago por el uso del dinero que se solicita en préstamo. Por cada 100 pesos prestados en cierto tiempo acordado se paga una cantidad, a ésta cantidad se le conoce como tasa ó tipo de interés y se expresa en tanto por ciento.

Las funciones principales que debe cumplir el interés son:

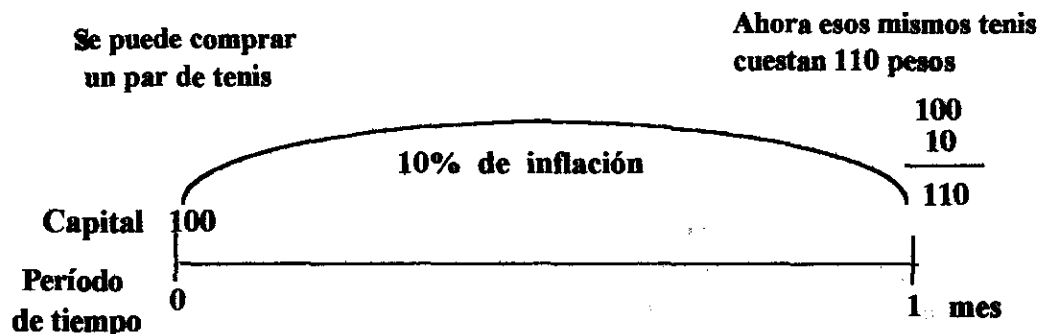
- 1.- Cubrir la inflación.
- 2.- Proporcionar una ganancia (o pago) por el uso del dinero.

Analizaremos un ejemplo para entender las funciones del interés.

Ejemplo 1.1.-

Un par de tenis cuestan 100 pesos y se tiene el dinero justo para comprarlos; pero en vez de adquirirlos se deposita el dinero en una cuenta bancaria a una tasa del 15 % mensual. Un mes después en el banco existe una cantidad de 115 pesos y en ese mismo mes hubo una inflación del 10 %.

¿ Cumple el interés con sus dos funciones ?



Con los 100 pesos depositados en el banco se obtuvo 15 pesos de interés. De estos 15 pesos, 10 pesos son para cubrir la inflación y obtendremos una ganancia de 5 pesos.

Así mismo, se tiene que el interés en este caso sí cumple con sus dos funciones.

1.2.- FORMAS DE CAPITALIZACION DEL INTERÉS

Imaginemos que existen dos clases de mundos (o países), los cuales se caracterizan por:

- 1.- Un mundo sin inflación. En ésta clase de mundo el interés correspondería a una ganancia neta por el uso del dinero, y
- 2.- Un mundo con inflación. En este mundo el interés tiene que cubrir la inflación y además proporciona la ganancia por el uso del dinero.

1.2.1.-REGLA PARA EL MUNDO UNO:

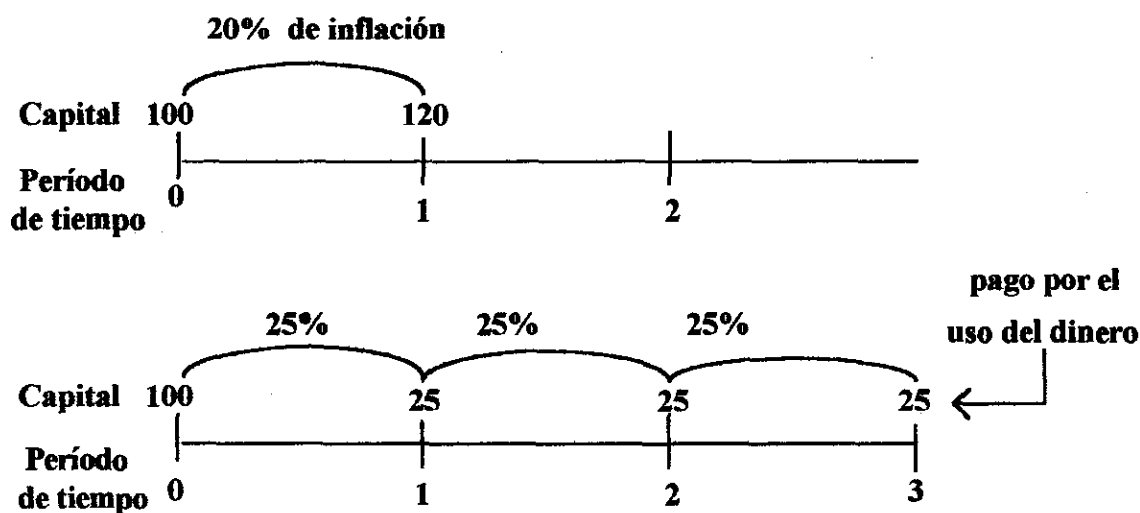
En el mundo uno basta una tasa que se aplique sobre el capital inicial para satisfacer la función que debe cumplir el interés. Como no hay inflación (período tras período), basta aplicar la tasa al capital en cualquier período (ya sea éste el primero ó el último) para obtener un interés que cubre el pago por el uso del dinero.

Probemos usar la regla del mundo uno con el mundo dos.

Ejemplo 1.2.-

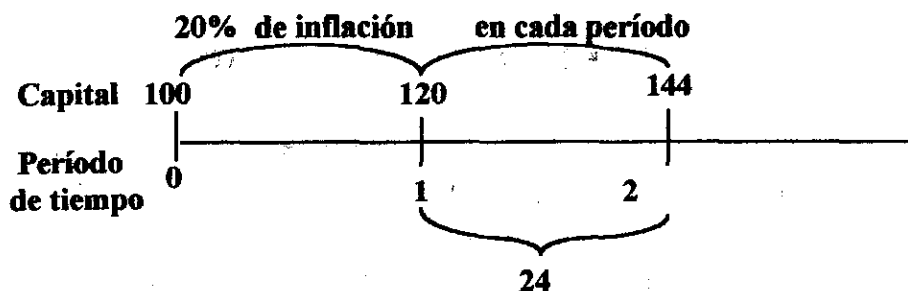
Un producto cuesta 100 pesos. Digamos que la tasa por período es 25 %y la inflación por período es de 20 %.

En el primer período se tiene:



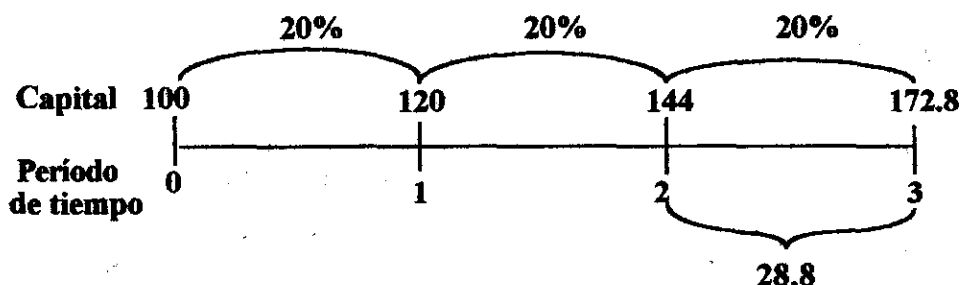
La cantidad de 120 corresponde al capital más la inflación del primer período, la cantidad de 125 corresponde al capital más los intereses. Así después del primer período se tendrá una ganancia de 5 pesos porque el pago es de 25 pesos.

Digamos que en el segundo período la inflación es de 20 y que conservamos el pago de 25.



El producto cuesta ahora 144 pesos. Así del pago de 25 pesos se obtiene 1 peso de ganancia.

En el tercer período y bajo las mismas condiciones:



Los 144 pesos obtenidos en el segundo período más el pago de 25 pesos suman 169 pesos; y ya no se logra cubrir el costo del producto.

Se ha constatado que, la regla usada en el mundo uno no servirá en el mundo dos; por lo que es necesario establecer una regla para el mundo dos.

1.2.2.-REGLA PARA EL MUNDO DOS:

La tasa de interés por período se aplica a la suma de capital y los intereses obtenidos en el período anterior.

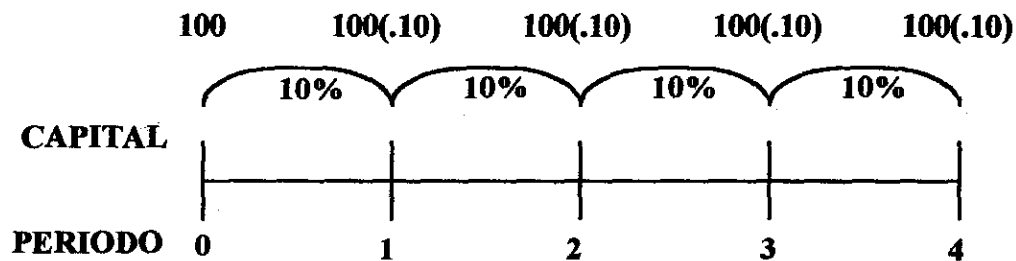
En base a esta regla y con ayuda de algunos ejemplos obtendremos las fórmulas para el mundo uno y dos, que corresponden a lo que comunmente llamamos interés simple y compuesto respectivamente.

1.3.- CARACTERIZACION DEL MUNDO UNO

Propósito: Obtener una fórmula que exprese el ambiente del mundo uno (interés simple).

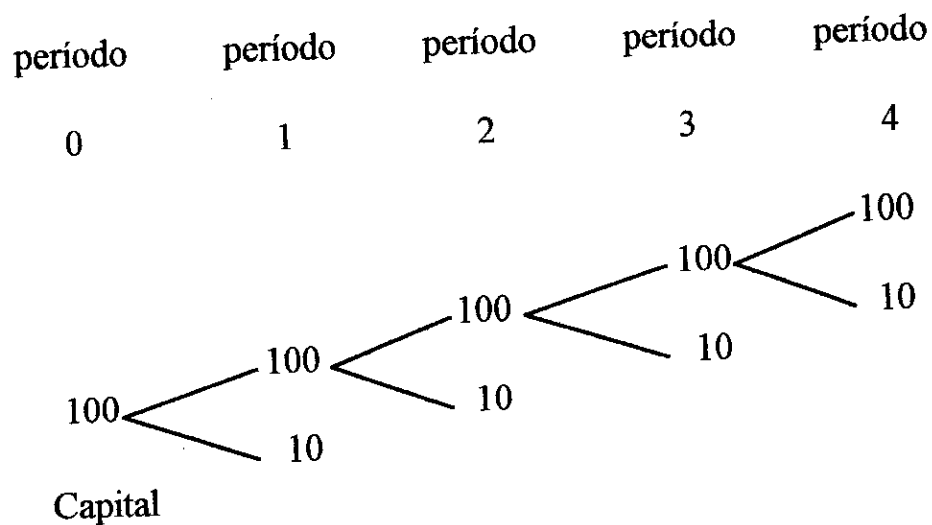
Ejemplo 1.3.-

Si invertimos un capital de 100 pesos con un rendimiento o tasa de interés del 10%, sin inflación, durante 4 períodos al final de la operación se tendría:



$$\begin{aligned} &\text{capital invertido} \quad \text{ganancia por el uso del dinero} \\ &\underbrace{100}_{\text{capital invertido}} + \underbrace{100(.10) + 100(.10) + 100(.10) + 100(.10)}_{\text{ganancia por el uso del dinero}} \\ &= 100 + 4 [100(.10)] \\ &= 100 + 40 \\ &= 140 \end{aligned}$$

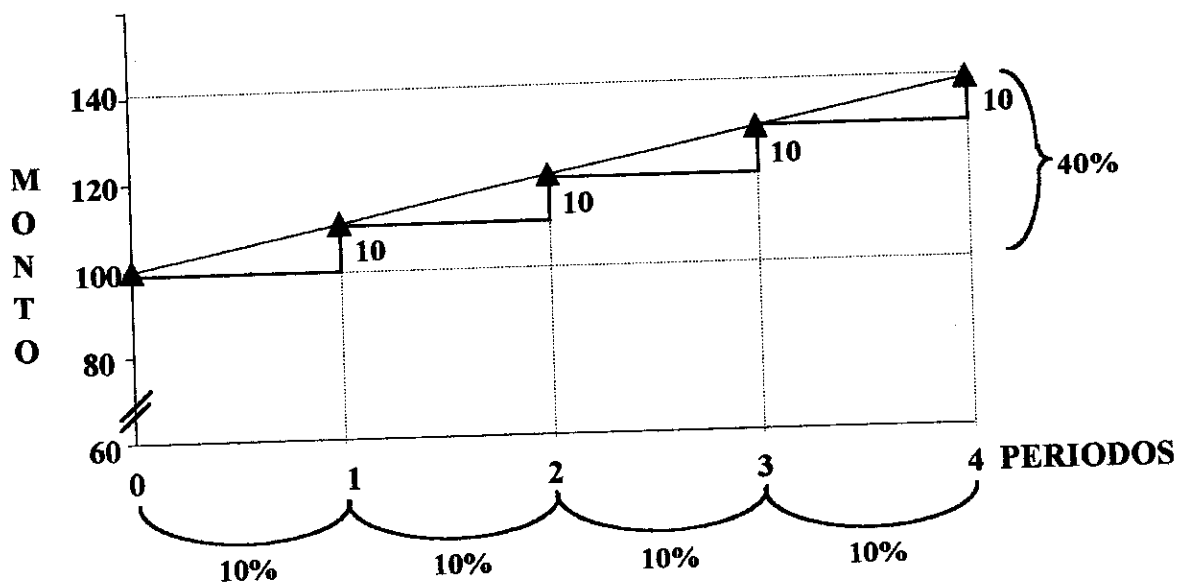
Otra forma de obtener este resultado es utilizando un diagrama de árbol:



$$100 + 4(10) = 140$$

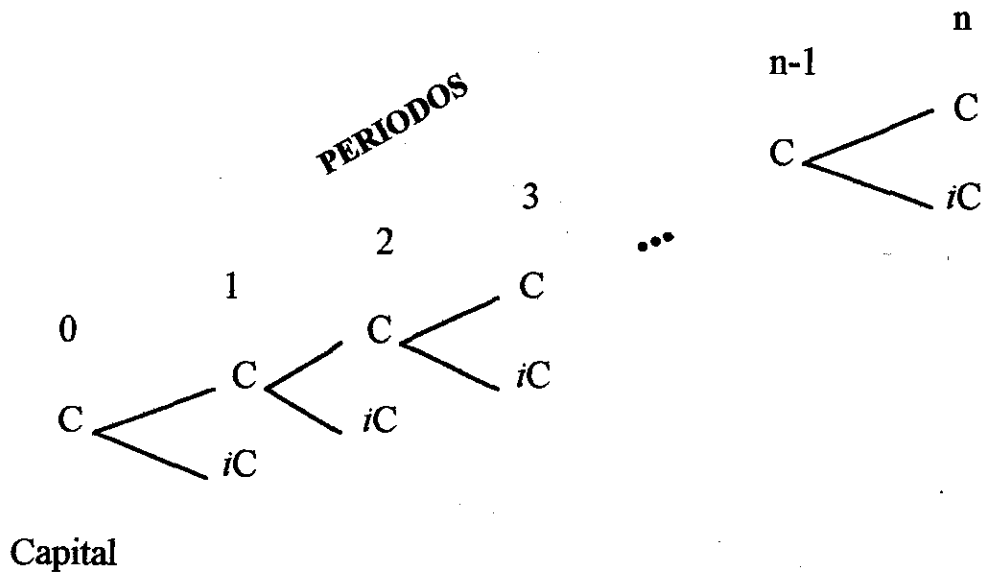
A la suma del capital más la ganancia obtenida en cada período se le llama **monto**, en este caso **monto a interés simple**.

Veamos como se comporta gráficamente éste problema:



Utilizaremos dos formas diferentes para obtener la expresión para el monto a interés simple de un capital C con n periodos de tiempo y una tasa de interés por periodo i .

1) Diagrama de árbol.-



Modelo a seguir:

lo que tengo + lo que gano

Esto es, el monto al final de n periodos se obtiene sumando lo que tengo C , más la ganancia en cada periodo iC por el número de periodos .

Reescribiendo el modelo se tiene:

$$\text{MONTTO} = \text{CAPITAL} + \frac{\text{NUMERO DE PERIODOS}}{\left(\begin{array}{c} \text{LO QUE GANO} \\ \text{POR} \\ \text{PERIODO} \end{array} \right)}$$

$$M = C + n(iC)$$

$$M = C(1 + ni)$$

PERIODO	CAPITAL AL PRINCIPIO DEL PERIODO	INTERESES EN EL PERIODO	CAPITAL + INTERESES AL FINAL DEL PERIODO
1	C	iC	$C + iC$
2	C	iC	$C + iC + iC$ $= C + 2iC$
3	C	iC	$C + 2iC + iC$ $= C + 3iC$
4	C	iC	$C + 3iC + iC$ $= C + 4iC$
.			
.			
.			
n	C	iC	$C + (n-1)iC + iC$ $= C + niC$

TABLA (1.1).- INDUCCIÓN MATEMÁTICA DE LA LEY FINANCIERA DE INTERÉS SIMPLE

Obteniéndose así la fórmula

$$M = C + n iC$$

$$M = C (1 + n i)$$

donde :

M= Monto a interés simple

C = Capital

i = Tasa de interés por período

n = # de períodos

GRAFICA DEL MONTO A INTERÉS SIMPLE

Sea uno el capital y la tasa por período i . La siguiente gráfica muestra el comportamiento del monto

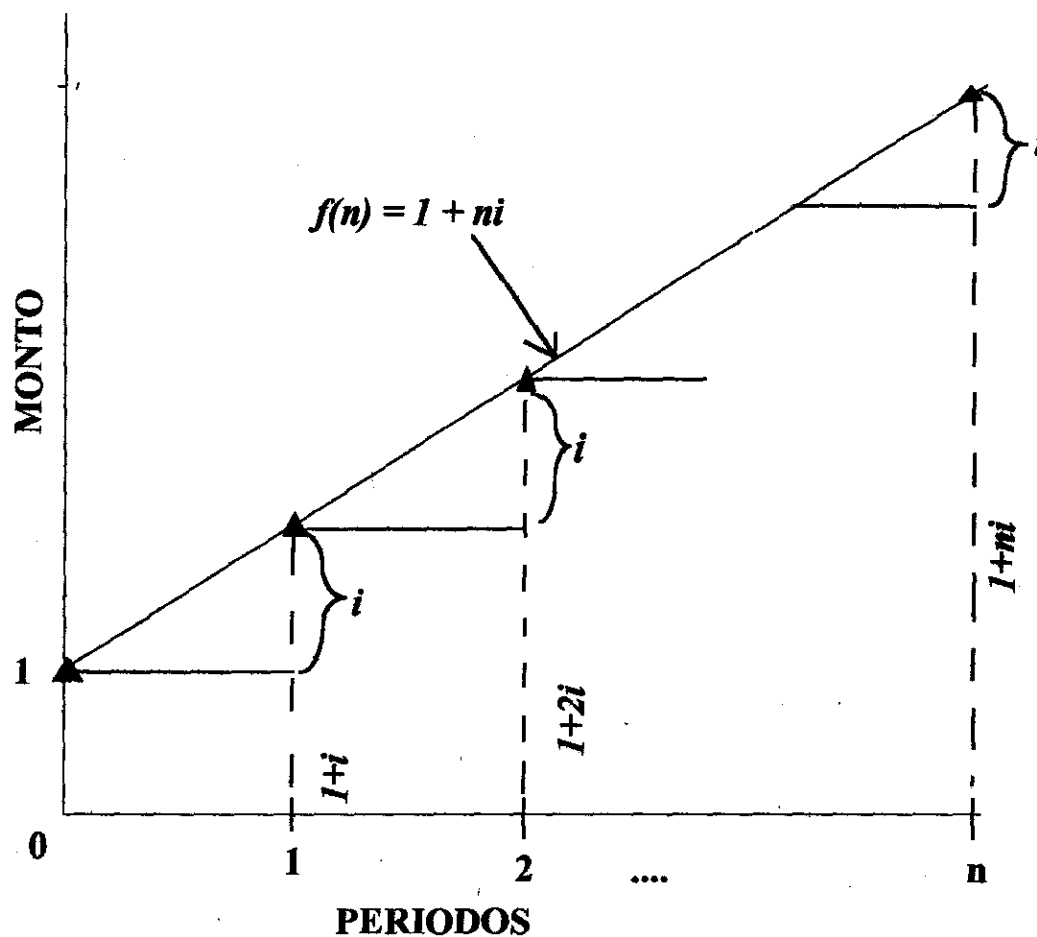


Fig. 1.1.- Gráfica de interés simple.

La gráfica del monto a interés simple se caracteriza por su comportamiento lineal, ya que en cada intervalo de tiempo el incremento es el mismo.

1.4.- MUNDO DOS, MONTO A INTERÉS COMPUESTO

El tipo de interés en el mundo dos recibe el nombre de *interés compuesto*; llamado así por que el interés de cada período se agrega al capital original para calcular el interés para el siguiente período y así sucesivamente.

La capitalización del interés (la integración del interés al capital) puede ser anual, semestral, trimestral, mensual, etc; dependiendo del intervalo de tiempo convenido en la operación. A este lapso o intervalo de tiempo lo conocemos como "*período de capitalización*".

Dentro de la práctica financiera a la cantidad de veces que el período de capitalización ocurre o se presenta en un año, se le denota con la letra "m".

Cuando se habla sobre la tasa de interés sin especificar su capitalización, se asume que se trata de la "Tasa nominal anual" ; identificandola con la letra "J" . En cambio si indicamos un período de capitalización, a la tasa obtenida la llamaremos "*Tasa por período*" denotada por " $i = \frac{J}{m}$ ", donde m señala los períodos de capitalización al año.

Ejemplo 1.4.-

Encontrar la tasa por período del 50% anual capitalizable mensualmente. La tasa nominal es de 50% ; entonces $J = 50\%$ y el período de capitalización es mensual, es decir, $m = 12$, de donde obtenemos:

$$i = J/m = 50/12 = 4.166$$

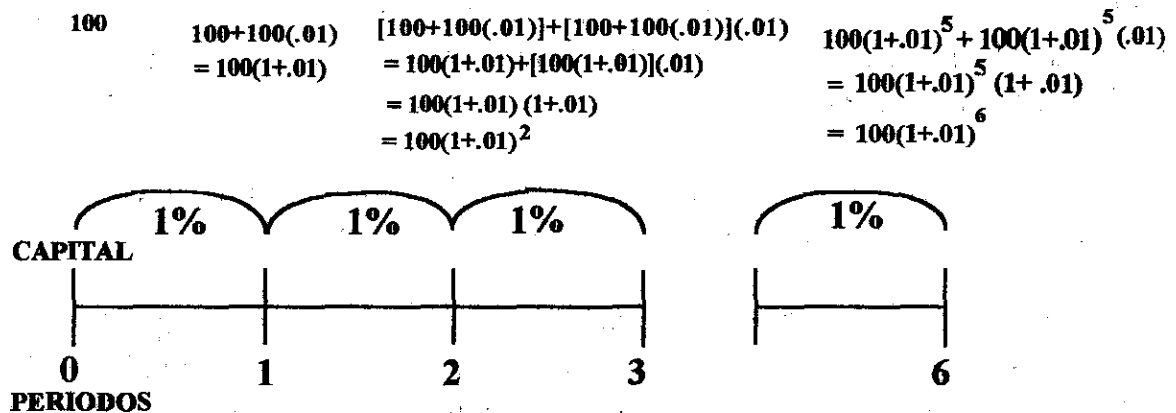
siendo 4.16 % la tasa nominal mensual.

Se debe recordar que al trabajar en el mundo DOS (interés compuesto) los períodos de capitalización y la tasa manejada en la operación deben coincidir en el período de tiempo representada, esto es; si al momento de realizar una operación se establece una tasa de interés anual y la capitalización de los intereses es en forma semestral; la tasa debe transformarse a una tasa equivalente semestral.

1.5.- CARACTERIZACION DEL MUNDO DOS

Ejemplo 1.5.-

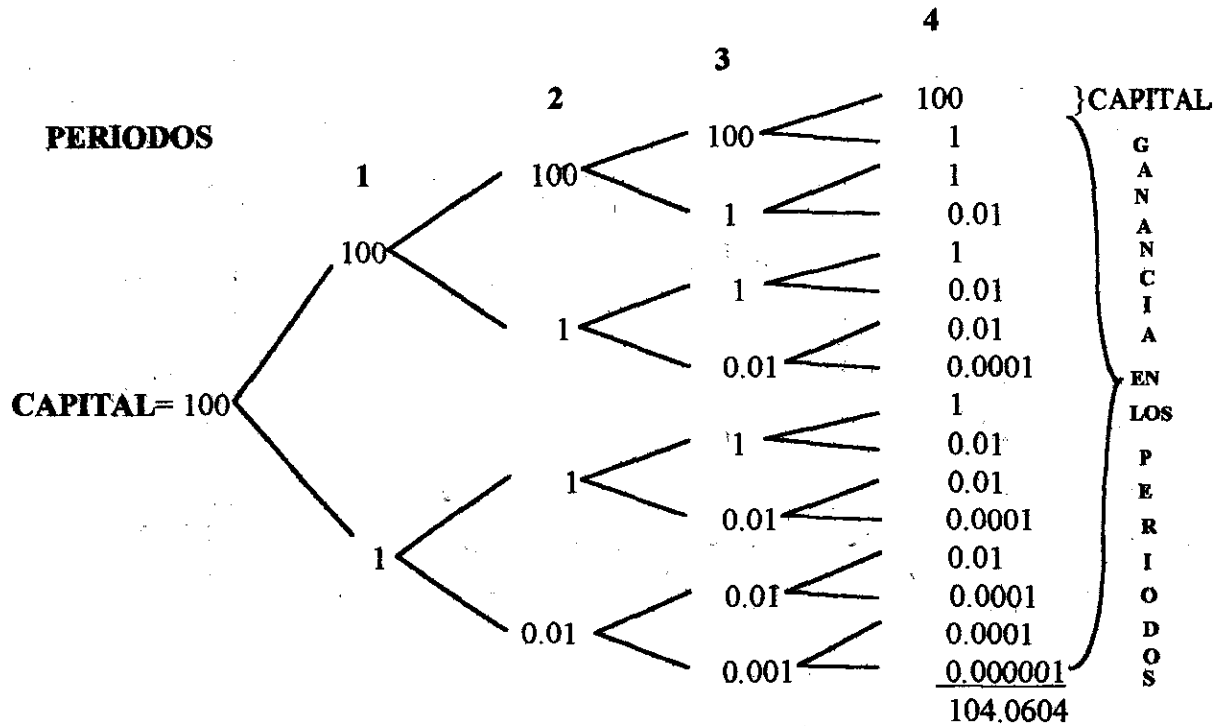
En el siguiente diagrama de tiempo se muestra la inversión de 100 pesos a interés compuesto con una tasa mensual del 1%. Abajo se muestra como se comporta el capital en seis meses, mediante un diagrama temporal ó diagrama de tiempo.



Capital -----	100
Monto al 1er. período -----	$100 + 100(.01) = 100(1 + .01) = 101$
Monto al 2do. período -----	$100(1 + .01) + [100(1 + .01)](.01)$ $= 100(1 + .01)[1 + .01] = 100(1 + .01)^2$
Monto al 3er. período -----	$100(1 + .01)^2 + [100(1 + .01)^2](.01)$ $= 100(1 + .01)^2[1 + .01] = 100(1 + .01)^3$
Monto al 4to. período -----	$100(1 + .01)^3 + [100(1 + .01)^3](.01)$ $= 100(1 + .01)^3[1 + .01] = 100(1 + .01)^4$ $= 104.060401$
Monto al 5to. período -----	$100(1 + .01)^4 + [100(1 + .01)^4](.01)$ $= 100(1 + .01)^4[1 + .01] = 100(1 + .01)^5$ $= 105.101005$
Monto al 6to. período -----	$100(1 + .01)^5 + [100(1 + .01)^5](.01)$ $= 100(1 + .01)^5[1 + .01] = 100(1 + .01)^6$ $= 6.15201510$

El monto después de 6 periodos a interés compuesto en la cuenta bancaria es de 106.15 pesos. Donde se puede deducir que los 6.15 pesos; son los intereses acumulados obtenidos durante 6 meses para un capital de 100 pesos, con una tasa de 1 % mensual.

Obtención de la expresión del Monto a Interés Compuesto al cuarto período por medio de un diagrama de árbol.



$$\text{MODELO A SEGUIR} = \text{LO QUE SE TIENE} + \text{LO QUE SE GANA}$$

Esto es,

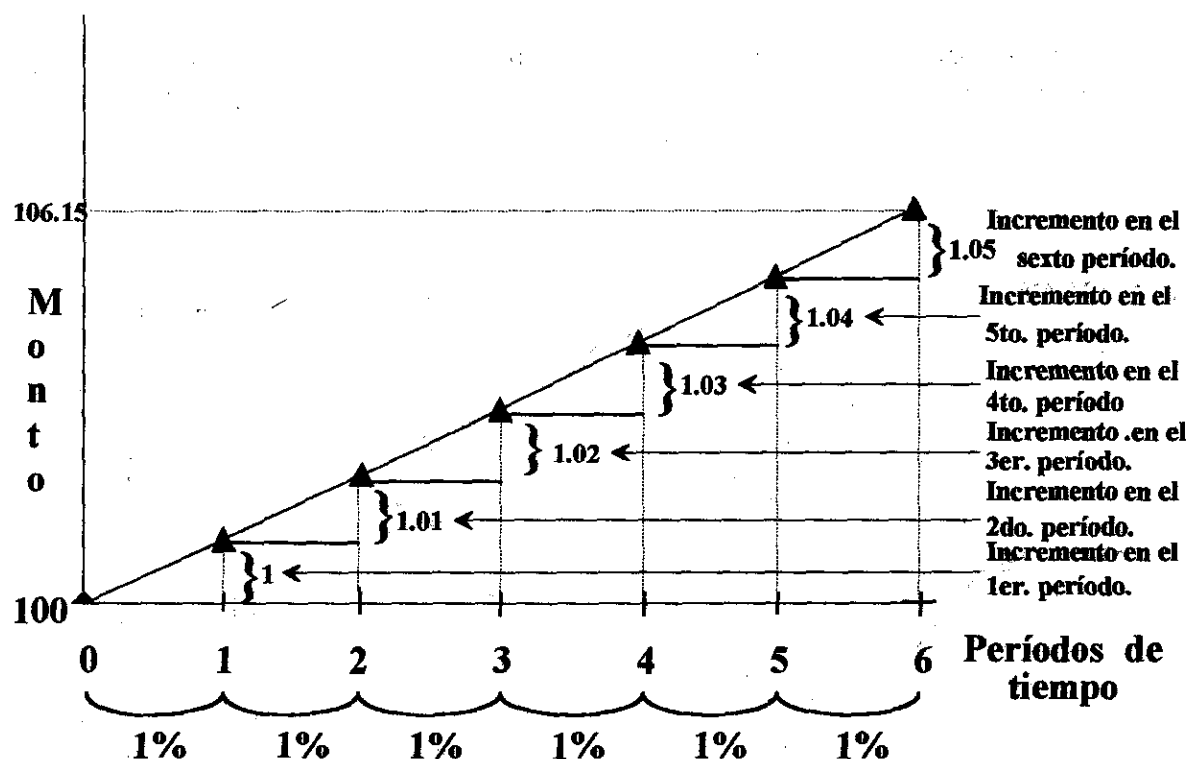
$$M = \text{CAPITAL} + \text{GANANCIA EN LOS 4 PERIODOS}$$

$$M = 100 + (1)^4 + (.01)^6 + (.0001)^4 + .000001$$

$$M = 100 + 4.0604$$

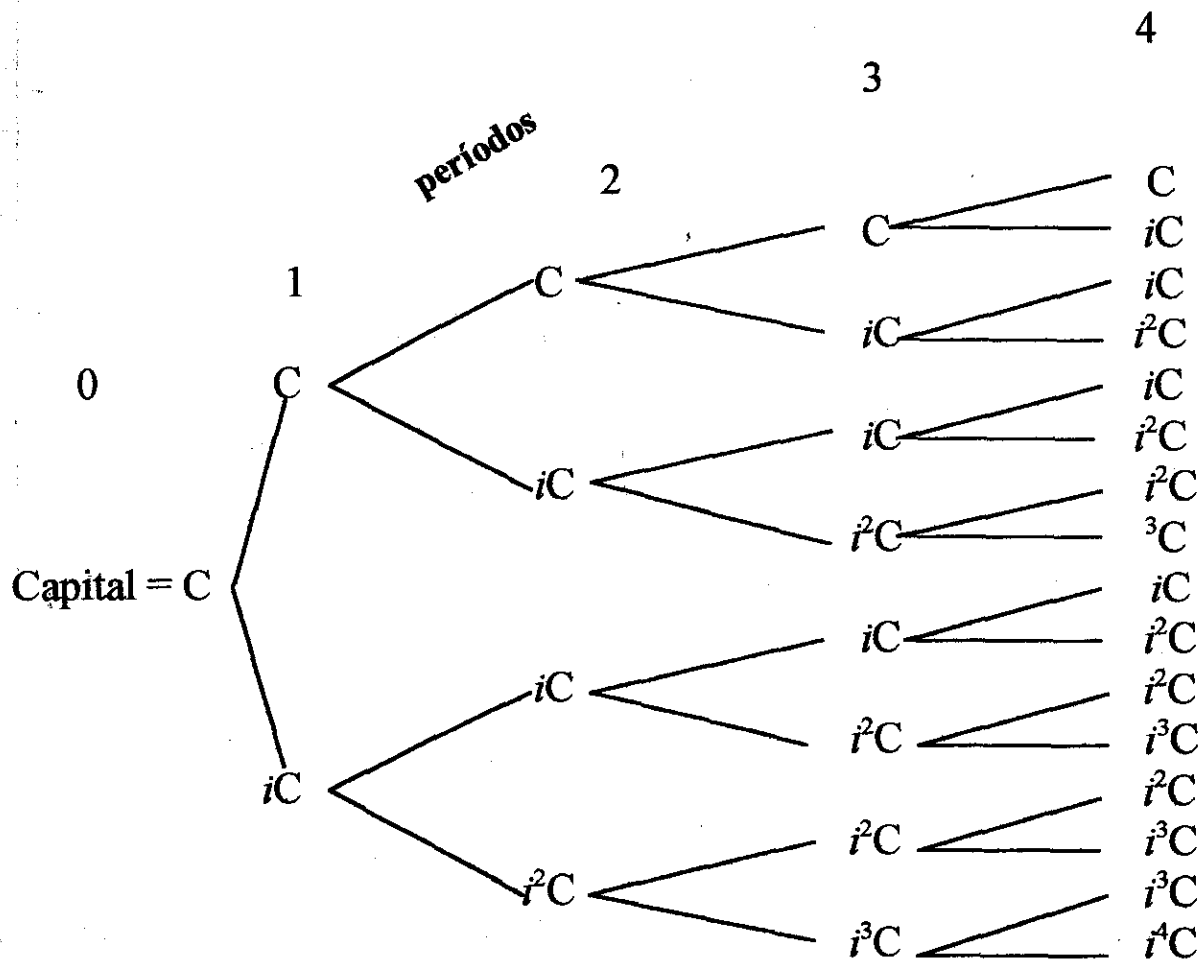
$$M = 104.0604$$

La siguiente gráfica muestra el crecimiento de la cuenta bancaria en los 6 meses.



En el ejemplo anterior se calculó el monto a interés compuesto para un número pequeño de periodos; y resulta ya demasiado engorroso y tedioso calcularlo. Por este motivo, es clara la necesidad de encontrar un método que reduzca el número de operaciones para facilitar el cálculo del mismo.

Se analizará el comportamiento del monto a interés compuesto con n periodos de capitalización mediante un diagrama de árbol, para un capital c con una tasa de interés i por periodo de capitalización; con la finalidad de obtener la expresión de éste.



Como para el 4to. período resulta ya muy laborioso elaborar el diagrama de árbol de los valores obtenidos deduciremos la fórmula del monto a Interés Compuesto con ayuda del triángulo de Pascal.¹

¹ Ver el Triángulo de Pascal en el capítulo 4.

PERIODO	MONTO
0	C
1	$C + iC = C(1 + i)$
2	$C + 2iC + i^2C = C(1 + 2i + i^2) = C(1 + i)^2$
3	$C + 3iC + 3i^2C + i^3 = C(1 + 3i + 3i^2 + i^3)$ $= C(1 + i)^3$
4	$C + 4iC + 6i^2C + 4i^3C + i^4 = C(1 + 4i + 6i^2 + 4i^3 + i^4)$ $= C(1 + i)^4$

Apartir del segundo período se utilizó el triángulo de Pascal para obtener la expresión simplificada para cada período.

Si continuamos este desarrollo hasta el enésimo período el monto queda expresado así,

$$M = C(1 + i)^n$$

A continuación se demostrará la fórmula obtenida haciendo uso de la Inducción Matemática.

$$M_n = C (1 + i)^n$$

1.- Se cumple para $n = 1$

$$M_1 = C (1 + i)$$

2.- Supongamos que es válida para $n = k$

$$M_k = C (1 + i)^k$$

3.- Por demostrar que se cumple para $n = k+1$

$$M_{k+1} = C (1 + i)^{k+1}$$

Por hipótesis

$$M_k = C (1 + i)^k$$

multiplicando por $(1 + i)$, obtenemos

$$M_k (1 + i) = C (1 + i)^k (1 + i)$$

$$M_k (1 + i) = C (1 + i)^{k+1}$$

$$M_{k+1} = C (1 + i)^{k+1}$$

lo cual queda demostrado.

OTRA FORMA DE OBTENCION.

En la siguiente tabla mostraremos como se obtiene la expresión del Monto a Interés Compuesto con n períodos de capitalización, para un capital C con una tasa de interés i por período de capitalización.²

PERIODO	CAPITAL AL PRINCIPIO DEL PERIODO	INTERÉS EN EL PERIODO	CAPITAL AL FINAL DEL PERIODO
1	C	Ci	$C + Ci$
2	$C(1+i)$	$[C(1+i)]i$	$C(1+i) + [C(1+i)]i$ $= C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2$
3	$C(1+i)^2$	$[C(1+i)^2]i$	$C(1+i)^2 + [C(1+i)^2]i$ $= C(1+i)^2(1+i) = C(1+i)^3$
.			
.			
.			
n	$C(1+i)^{n-1}$	$[C(1+i)^{n-1}]i$	$C(1+i)^{n-1} + [C(1+i)^{n-1}]i$ $= C(1+i)^{n-1}(1+i)$ $= C(1+i)^n$

TABLA(1.2).- DEDUCCION MATEMATICA DE LA
LEY FINANCIERA DE INTERES COMPUESTO.

obteniendo la expresión:

$$M = C (1 + i)^n$$

donde:

M = Monto a Interés Compuesto

C = Capital

i = Tasa de interés por período

n = Número de períodos.

GRAFICA DEL MONTO A INTERÉS COMPUESTO

Se ha observado mediante los ejemplos presentados, que el comportamiento del Monto a Interés Compuesto no es una línea recta como el Monto a Interés Simple; mas bien su comportamiento es no lineal. Esto resulta así, pues el Interés Compuesto gana intereses por sí mismo.

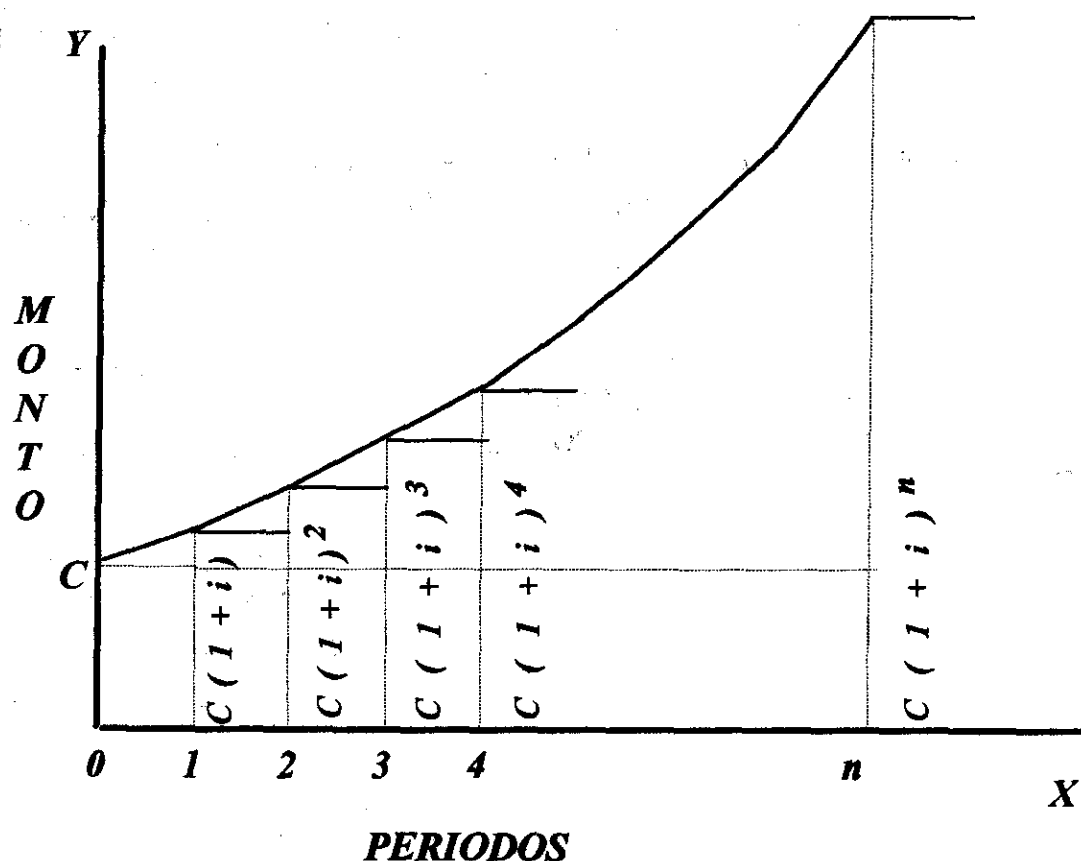


Fig. 1.2.- Gráfica de interés compuesto.

1.6.-COMPARACION GRAFICA DEL INTERES SIMPLE E INTERES COMPUESTO.

Se graficará el Interés Simple y el Interés Compuesto a una misma tasa, para tener mas clara la visión de sus comportamiento. Considere el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1.6.-

Una deuda de 100 pesos a 6 años plazo, es convenida al interés del 20% anual. La tasa de interés en ambos casos es la misma. En el interés simple los intereses no se capitalizan, en cambio, el interés compuesto lo hace cada año.

A continuación se muestra en el cuadro de desarrollo de la deuda el monto a interés simple y el monto a interés compuesto al final de cada período, que en este caso es anual.

NUMERO DE PERIODOS	MONTO A INTERES SIMPLE $M = C (1 + in)$	MONTO A INTERES COMPUESTO $M = C (1 + i)^n$	COMENTARIOS
0	100	100	En el período cero se tiene el capital en ambos casos al cual se le va a aplicar la tasa.
1	120	120	En el período uno los montos son iguales.
2	140	144	En éste período el monto a I.C. es mayor que el I.S.
3	160	172.8	En éste período el monto a I.C. es mayor que el I.S.
4	180	207.36	La diferencia ya es mayor que el Interés Simple.

continuación.....

NUMERO DE PERIODOS	MONTO A INTERES SIMPLE $M = C (1 + i n)$	MONTO A INTERES COMPUESTO $M = C (1 + i)^n$	COMENTARIOS
5	200	248.83	La diferencia ya es mayor que el doble del I.S.
6	220	298.59	La diferencia es casi ya cinco veces el Interés Simple.

Si el préstamo es a Interés Simple; su monto al final de 6 años sería :

$$M = C (1 + i n) = 100[1 + 6(.20)] = 100 (1 + 1.2)$$

$$M = 220$$

El monto a Interés Compuesto al final de 6 años es :

$$M = C (1 + i)^n = 100 (1 + .20)^6 = 100(2.9859)$$

$$M = 298.59$$

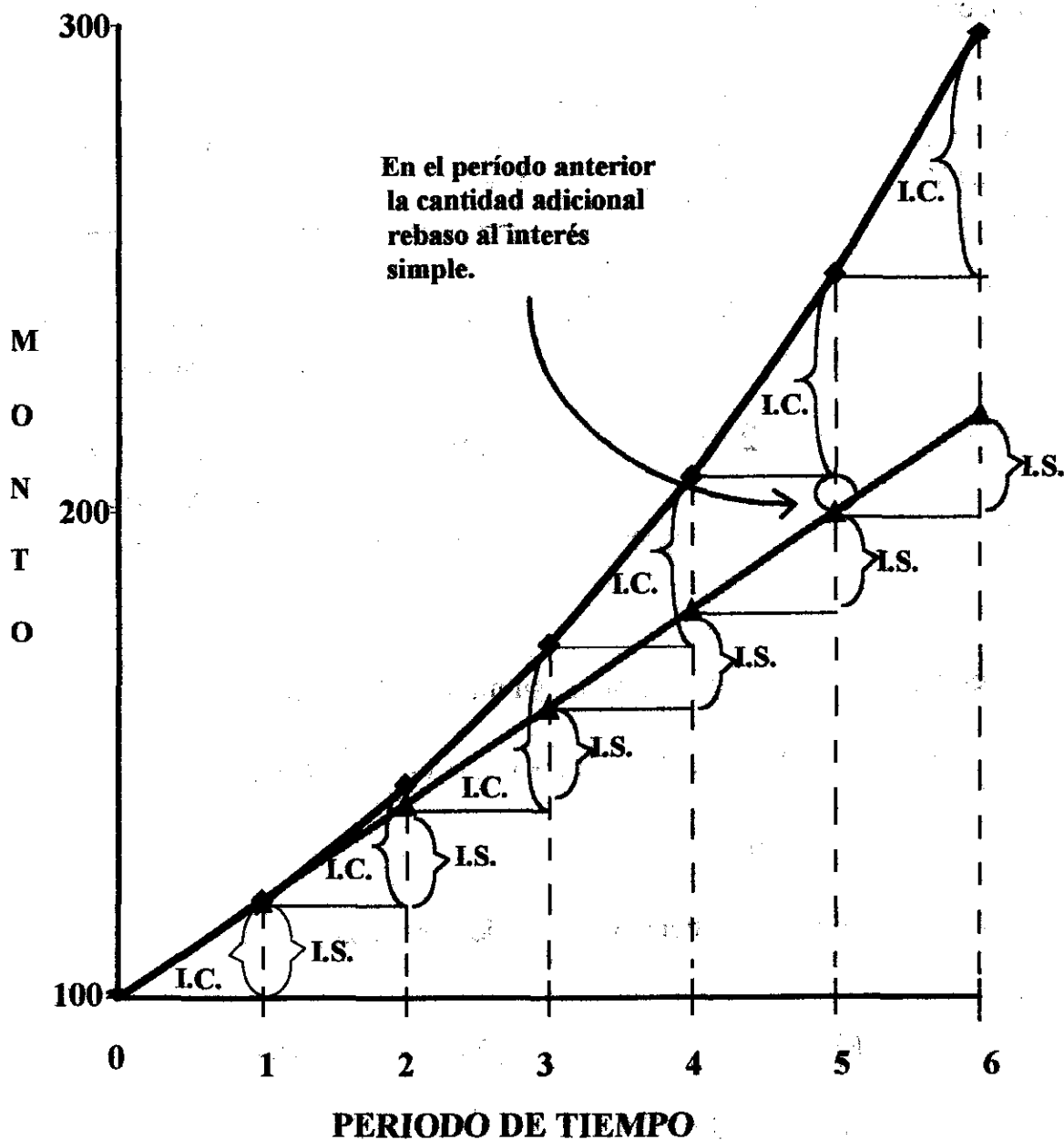


Fig. 1.3.- Gráfica de la comparación entre el interés simple y el interés compuesto.

La gráfica del monto a interés simple es una línea recta, ya que su interés por período es siempre el mismo. El interés del sexto año es igual al del primero.

En cambio, el comportamiento de la gráfica del monto a interés compuesto es no-lineal, debido a que sus incrementos son variables, pues cada período presenta un incremento mayor que el anterior. Por ésta razón su gráfica asciende a una velocidad cada vez mayor.

1.7.-DIFERENCIAS ENTRE INTERES SIMPLE E INTERES COMPUESTO.

1.- ES MAYOR EL INTERES COMPUESTO

El interés en el Mundo DOS es mayor que el interés en el Mundo UNO . Esto es así, pues el interés compuesto obtiene intereses en forma subsecuente por sí mismo, en tanto que el interés simple no.

2.- FRECUENCIA DE CAPITALIZACIONES.

A mayor frecuencia en el interés compuesto corresponden de un mayor interés obtenido; o sea, un depósito bancario que tenga interés compuesto en forma mensual, obtendrá más interés que un depósito que obtenga interés en forma trimestral y, éste a su vez, será mayor que otro que los obtenga en forma semestral.

A mayor frecuencia en el interés simple corresponde a un mismo interés obtenido, ya que los intereses no pasan a formar parte del capital . Es decir, un depósito bancario a interés simple en forma mensual, obtendrá los mismos intereses que un depósito que obtenga intereses en forma trimestral, semestral, etc.

3.- TASA EFECTIVA.

La tasa efectiva en el interés simple no cambia al variar la frecuencia de capitalización; mientras que en el interés compuesto sí cambia.

La tasa efectiva coincide con la tasa nominal en el interés simple, en tanto que en el interés compuesto para frecuencias de capitalización mayores que uno difieren.

4.- COMPORTAMIENTO LINEAL.

El interés simple presenta un comportamiento lineal, mientras que; el comportamiento en el interés compuesto es no-lineal.

1.8.- ANALOGIAS ENTRE INTERES SIMPLE E INTERES COMPUESTO.

El monto a Interés Simple y el monto a Interés Compuesto son iguales al final del primer período, ya que si hablamos del interés compuesto, los intereses todavía no ganan a su vez intereses.

Capítulo 2

Valor del dinero en el tiempo

2.1.- EL VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

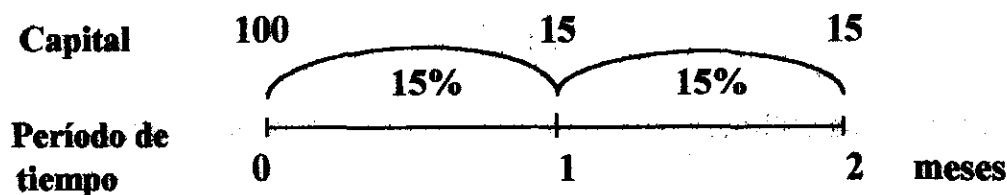
¿Cuánto es 100 pesos de hace dos meses mas 100 pesos de ahora?, ¿200 pesos?

Para responder esta pregunta se debe tener en cuenta el siguiente principio:

"Cualquier capital en cualquiera de los dos mundos obtiene una ganancia".

Bajo éste principio solo falta saber en que mundo estamos para responder correctamente la pregunta.

Si estamos en el mundo uno y los 100 pesos de 2 meses atrás, los depositamos con una tasa del 15% mensual, ahora esos 100 pesos son:



$$M = C(1 + ni)$$

$$= 100 [1 + (2)(.15)]$$

$$= 100 (1 + .30)$$

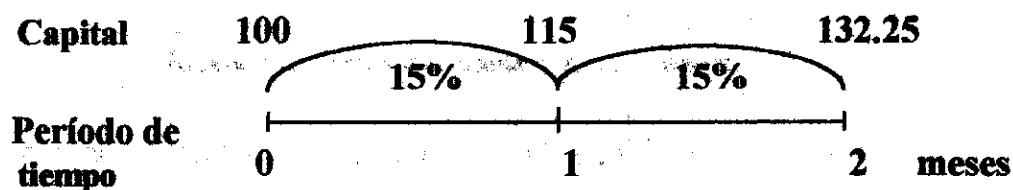
$$M = 130 \text{ pesos}$$

Esta cantidad obtenida representan 100 pesos de dos meses atrás.

Al sumar los 100 pesos de ahora mas los 100 pesos de hace dos meses se tiene

$$\begin{array}{r} 100 + \\ \underline{130} \\ 230 \text{ pesos} \end{array}$$

Pero si nos encontramos en el mundo dos, los 100 pesos de hace dos meses depositados con una tasa del 15% mensual, son ahora:



$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 100(1 + .15)$$

$$M = 132.25$$

Al sumar éstos 100 pesos mas los 100 pesos de ahora se tiene:

$$\begin{array}{r} 132.25 + \\ \underline{100} \\ 232.25 \text{ pesos} \end{array}$$

Tanto el 230 obtenido a interés simple, como el 235.25 a interés compuesto se les llama *Monto a interés simple* y *Monto a interés compuesto* (o Valor Futuro de ambas cantidades) respectivamente.

En los casos anteriores se tiene un depósito o una serie de depósitos y se pregunta por el Monto o Valor Futuro. También se puede plantear el problema en forma inversa; se tiene el Monto y se pregunta por el depósito o serie de depósitos. Cuando se trata de un solo depósito, a este depósito se le llama *Valor Actual o Valor Presente*.

2.2.- VALOR PRESENTE A INTERES SIMPLE

La fórmula del Monto a interés simple es:

$$M = C (1 + n i)$$

despejando C; que es el depósito o valor presente, se tiene:

$$C = \frac{M}{(1 + n i)} = M(1 + n i)^{-1}$$

el cual puede expresarse como:

$$VA = \frac{VF}{1 + n i}$$

donde:

VA = Valor actual o presente

VF = Valor futuro

Es importante señalar que esta ecuación cuenta con 4 variables. Conociendo 3 de ellas, fácilmente se obtiene el valor de la incógnita o cuarta variable; solamente se requiere despejar de la expresión la variable deseada. Por ejemplo:

Para conocer el número de períodos, se despeja de la ecuación la variable n:

$$VA = \frac{VF}{1 + n i}$$

$$(1 + n i) VA = VF$$

$$1 + n i = \frac{VF}{VA}$$

$$n i = \frac{VF}{VA} - 1$$

$$n = \frac{\frac{VF}{VA} - 1}{i}$$

Así, si deseamos conocer i se tiene:

$$i = \frac{\frac{VF}{VA} - 1}{n}$$

2.3.- VALOR PRESENTE A INTERES COMPUESTO.

En el mundo DOS el dinero también cambia al transcurrir el tiempo, y es necesario calcular su valor actual o presente.

Para conocer el valor actual en el mundo DOS usaremos la expresión del monto a interés compuesto.

$$C (1 + i)^n = M_n$$

llamando a C valor presente y a M_n como valor futuro, se tiene:

$$VA (1 + i)^n = VF$$

de donde despejando para VA, se obtiene:

$$VA = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

Para conocer el número de períodos; se despeja n de la expresión

$$(1 + i)^n VA = VF$$

$$(1 + i)^n = \frac{VF}{VA}$$

$$n \log (1 + i) = \log \left[\frac{VF}{VA} \right]$$

$$n = \frac{\log \left[\frac{VF}{VA} \right]}{\log (1 + i)}$$

y si se desea la tasa i:

$$VA = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

$$(1+i)^n = \frac{VF}{VA}$$

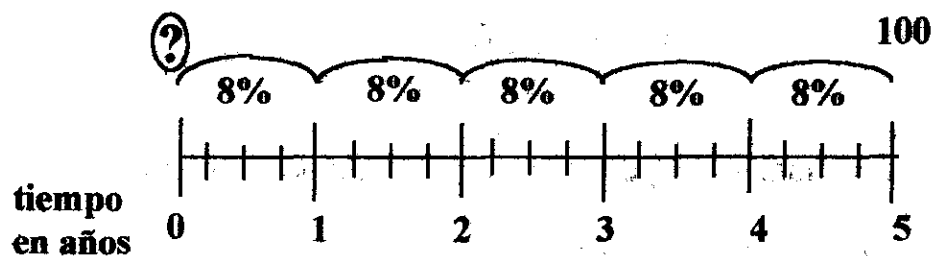
$$1+i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VA}}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VA}} - 1$$

Ejemplo 2.1.-

¿Qué suma se debe depositar hoy a un 8%, capitalizable en forma trimestral; si la meta es tener un monto de 100 pesos en cinco años apartir de hoy?

MUNDO UNO



la expresión que se va a utilizar es:

$$VA = \frac{VF}{1+ni}$$

Hay que recordar que en el mundo UNO la tasa nominal es igual a la tasa efectiva por lo que $i = 8\%$. Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula se tiene:

$$VA = \frac{100}{1 + 5(.08)}$$

$$VA = 71.4285714$$

Éste resultado hace ver que si depositamos hoy 71.43 pesos con una tasa del 8% en 5 años se tendrá 100 pesos.

Si ahora se tiene un capital de 71.428 y se quiere invertir con una tasa del 8% capitalizable trimestralmente. ¿Qué tiempo será necesario para que la inversión aumente a 100 pesos?

Como ahora nuestro problema es encontrar el tiempo, utilizaremos la fórmula:

$$n = \frac{\frac{VF}{VA} - 1}{i}$$

$$n = \frac{\frac{100}{71.428} - 1}{.08} = 4.99 \approx 5$$

$$n = 5 \rightarrow \text{Tiempo requerido para la inversión.}$$

El error de un centésimo se debe al redondeo del capital depositado.

En el caso; en que se desconozca la tasa i , la manera de encontrarla es sustituyendo los valores conocidos en la expresión:

$$VA = 71.43, \quad VF = 100 \quad \text{y} \quad n = 5$$

$$i = \frac{\frac{VF}{VA} - 1}{n} = \frac{\frac{100}{71.43} - 1}{5} = 0.0799 = .08$$

MUNDO DOS:

Para resolver el problema se hace uso de la expresión obtenida para el valor presente a interés compuesto.

$$VA = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

Como en este caso se capitalizará trimestralmente usaremos la tasa por período, quedando expresada la fórmula de la siguiente manera:

$$VA = \frac{VF}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm}}$$

donde m es el número de capitalizaciones en el año.

Sustituyendo los datos en el ejemplo 2.1 en la página 45, se tiene:

$$VA = \frac{100}{\left(1 + \frac{.08}{4}\right)^{5(4)}}$$

Es decir, al depositar hoy 67.3 pesos con una tasa de 8% capitalizable trimestralmente; en 6 años se tendrían los 100 pesos.

De igual manera, si se desea conocer el tiempo necesario para que 67.3 pesos con una tasa de 8% capitalizable trimestralmente aumente a 100 pesos; se emplea la expresión para conocer el valor de n y se sustituyen los valores dados.

$$n = \frac{\log \left[\frac{VF}{VA} \right]}{m \log \left[1 + \frac{j}{m} \right]}$$

$$n = \frac{\log \left[\frac{100}{67.3} \right]}{4 \log \left[1 + \frac{.08}{4} \right]} = \frac{.3960}{.0792} = 4.99$$

$$n \approx 5$$

Así, para conocer la tasa se tiene:

$$j = \left[\sqrt[mn]{\frac{VF}{VA}} - 1 \right] m$$

$$j = \left[\sqrt[5(4)]{\frac{100}{6.73}} - 1 \right] = .0799$$

$$j \approx .08 = 8\%$$

2.4.- USO DE LAS CALCULADORAS

La acumulación de conocimiento financiero ha hecho necesario el diseño de máquinas especializadas que permitan resolver los problemas en forma eficiente y rápida. Para ello es necesario tener familiaridad con la teoría financiera y con el diseño funcional de las calculadoras financieras.

El objetivo fundamental de una calculadora financiera es tener acceso a la aplicación operativa de la teoría, minimizando el error, la lentitud y la complejidad que podría surgir al usar el teclado aritmético de cualquier calculadora científica, además elimina la necesidad de consulta de tablas financieras las cuales pueden ser insuficientes.

Para el desarrollo de este trabajo, en su parte operacional se eligieron dos modelos de calculadoras financieras, siendo éstas la **TEXAS INSTRUMENTS BAIH plus** y la **HEWLETT-PACKARD 17B** las estudiadas ; esta selección se hizo en base l siguiente criterio:

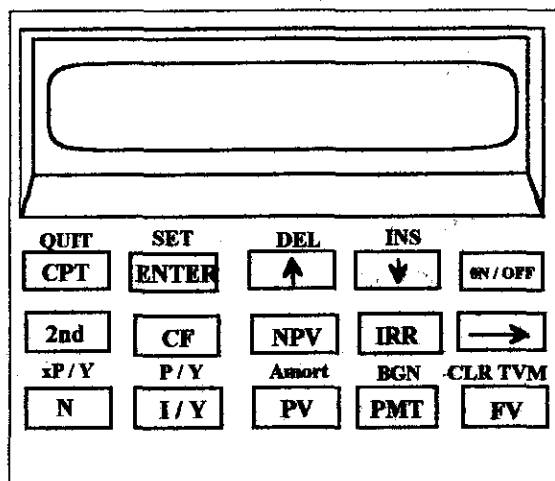
- Modelos usados más frecuentemente en las actividades financieras.
- Modelos más conocidos comercialmente hablando.

2.4.1.- TEXAS INSTRUMENTS.

Este modelo cuenta con una hoja de trabajo llamada *TIME-VALUE-OF-MONEY* (*TVM*), cuyo propósito es resolver problemas del tipo financiero; en donde se involucran anualidades, préstamos, contratos de arrendamiento y ahorros.

¿ DONDE SE ENCUENTRA ?

El acceso a ésta hoja de trabajo es directo por medio de la teclas: [N], [I/Y], [PV], [PMT], [FV]; que se encuentran en la tercera línea de teclas en el modo estándar de la calculadora.



Variables utilizadas y su significado.

P / Y : Número de pagos al año

C / Y : Número de períodos de capitalización por año

N : Número de períodos en la operación

I / Y : Tasa de interés anual (nominal)

PV : Valor presente

PMT: Pagos por período

FV : Valor futuro

**TECLAS, ROTULOS Y TIPOS DE VARIABLES
DE LA HOJA DE TRABAJO TVM.**

TECLAS	LETRERO O ROTULO	SIGNIFICADO	TIPO DE VARIABLE
[N]	N	Número de periodos	Entrada y cálculo
[I/Y]	I/Y	Tasa de interés por año	Entrada y cálculo
[PV]	PV	Valor presente	Entrada y cálculo
[PMT]	PMT	Pagos	Entrada y cálculo
[FV]	FV	Valor futuro	Entrada y cálculo
[2nd] [P/Y]	P/Y	Número de pagos por año	Entrada solamente
[↓]	C/Y	Número de periodos de capitalización por año	Entrada solamente
[2nd] [BGN]	END	Pagos al final del período	Escenario
[2nd] [SET]	BGN	Pagos al inicio del período	Escenario
[2nd] [Amort]	P1	Primer pago	Entrada solamente
[↓]	P2	Último pago	Entrada solamente
[↓]	BAL	Balance	Cálculo automático
[↓]	PRN	Pago a la deuda	Cálculo automático
[↓]	INT	Pago a los intereses	Cálculo automático

NOTAS SOBRE LA HOJA DE TRABAJO TVM.

- **2nd** [CLR TVM] fija N, I/Y, PV, PMT y FV en cero y no afecta P/Y, C/Y o fija BGN / END.
- **2nd** [P/Y] **2nd** [CLR Work] fija P/Y y C/Y en 12.
- **2nd** [BNG] **2nd** [CLR Work] fija END (no BGN).
- **2nd** [Amort] **2nd** [CLR Work] fija P1 y P2 en 1.
- **2nd** [Reset] **ENTER** fija N, I/Y, PV, PMT y FV en cero, P/Y y C/Y en 12; END (no BGN); P1 y P2 en 1, BAL, PRN y INT en cero.

Cuando resolvemos un problema usando solamente cuatro de las cinco variables de TVM, hay que asegurarnos que la variable sin usar es cero.

Es importante señalar que todas las cantidades que representen un depósito o entrada se almacenan en una variable (PV, PMT ó FV) correspondiente como números positivos; y las cantidades que representan retiros o salidas se almacenan como números negativos en la variable (PV, PMT ó FV) correspondiente. Para almacenar un valor negativo se usa **+/-**.

Almacena I/Y como la tasa de interés anual. La hoja de trabajo TVM convierte automáticamente I/Y a tasa "por período" basandose sobre los valores para P/Y y C/Y.

Cuando almacena un valor para P/Y, el mismo valor es automáticamente almacenado para C/Y. (Se puede cambiar C/Y).

COMO ALMACENAR, LLAMAR Y CALCULAR VALORES EN TVM.

Para almacenar un valor en TVM se teclea un valor y se presiona la tecla apropiada TVM (**N**, **I/Y**, **PV**, **PMT** o **FV**).



Para llamar un valor en la pantalla se presiona **[RCL]** y la tecla apropiada de TVM.

Cuando se almacena o se llama un valor para cualquiera de las 5 variables de TVM (N, I/Y, PV, PMT o FV), se puede usar el modo estándar de la calculadora o la hoja de trabajo rápida.

- ◆ En el modo estándar de la calculadora (se tiene acceso presionando las teclas **[2nd]** **[QUIT]**), el rótulo de la variable, el signo = , y el valor almacenado o llamado aparece en pantalla.
- ◆ En el modo hoja de trabajo rápida; solamente el valor almacenado llamado es exhibido. Cualquier letrero permanece en la pantalla.

Para calcular un valor en TVM, presione **[CPT]** y la tecla apropiada en TVM. Puedes estar en el modo estándar de la calculadora. Presione **[2nd]** **[QUIT]** para regresar al modo estándar de la calculadora.

¿ Cómo se almacena un valor para N usando **[2nd]** **[x P/Y]**?

Se usa la secuencia de las teclas **[2nd]** **[x P/Y]** para calcular un valor para N. Presionando **[2nd]** **[x P/Y]** automáticamente multiplica el número en pantalla por el número del valor almacenado en la variable P/Y (número de pagos por año).

Introduciendo el número de años (por ejemplo 30) y presionando las teclas **[2nd]** **[x P/Y]** , se puede calcular el número de pagos requeridos para pagar una anualidad, después se presiona **[N]** para almacenar este valor como el número de pagos en el cálculo de TVM.

SIGNIFICADO DE INDICADORES EN PANTALLA

◀ : Indica que el número en pantalla es un dato.

* : Indica que el número en pantalla fue calculado.

↕ : Para indicar que se tiene acceso a otras alternativas; y a introducir datos.

ENTER : Señala que la variable en pantalla es sólo de entrada, una vez tecleado se presiona ENTER para almacenar el dato en la calculadora.



BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

COMO ENTRAR A TVM

Para usar la hoja de trabajo TVM:

1.- Presione **[2nd]** **[QUIT]** **[2nd]** **[CLR TVM]** para regresar al modo estándar de la calculadora y borra la hoja de trabajo.

2.- Presione **[2nd]** **[P/Y]** para almacenar los pagos por año y/o los periodos de capitalización por año.

El letrero P/Y y el último valor almacenado en esta variable se exhibe en pantalla. (12 es el valor default).

Si es necesario, teclee en el número de pagos por año y presione **[ENTER]**.

3.- Presione **[↓]**. El letrero C/Y y el último valor almacenado en esta variable se muestran en pantalla (12 es el valor default).

Si se almacena un valor para P/Y, el mismo valor es almacenado automáticamente para C/Y.

Si es necesario, teclee un nuevo valor de periodos de capitalización por año y presione **[ENTER]**.

4.- Presione **2nd** **[BGN]** para seleccionar pagos al inicio del período o pagos al final del período (END es el fijado default).

♦ Para seleccionar pagos al final del período, presione repetidamente las teclas **2nd** **[SET]** hasta que END sea mostrado en pantalla.

♦ Para seleccionar pagos al inicio del período, presione repetidamente las teclas **2nd** **[SET]** hasta que BGN sea exhibido en pantalla.

Si se selecciona pagos al inicio del período, el indicador BGN es mostrado en pantalla y si se selecciona pagos al final del período, el indicador BGN no se muestra en pantalla.

5.- Presione **2nd** **[QUIT]** para regresar al modo estándar de la calculadora.

6.- Almacene los valores para por lo menos tres variables. Por ejemplo; almacena los valores para PV, I/Y y N.

Para introducir un valor para una variable, teclee el valor y presione la tecla apropiada en TVM y será mostrado en pantalla.

Por ejemplo, para almacenar \$100 como valor presente, teclee 100 y presione **PV**. PV = 100 es mostrado en pantalla.

Nota: Hay que estar seguro que la variable no utilizada (en este caso FV) sea cero. Presionando **0** **FV** almacena cero en FV.

7.- Calcula el valor para la variable desconocida.

Para calcular un valor; presione **CPT** y la tecla apropiada de TVM.

Los problemas que han sido abordados en este capítulo incluyen 4 variables: valor actual, valor futuro, períodos y tasa por período (o anual). La calculadora esta diseñada para resolver este tipo de problemas a interés compuesto, mas no a interés simple; ya que esto es casi inexistente en la actividad financiera y para resolver este tipo de problemas se tendrá que utilizar el teclado aritmético o la tecla **%**.

2.1.a- Solución de los problemas usando la Texas-Instruments.

Ejemplo 2.1.- (Ver la pág. 44).

a).- ¿ Qué suma se debe depositar hoy a un 8%, capitalizable trimestral; si la suma tiene un monto de 100 pesos en cinco años a partir de hoy ?

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0.
2nd [P/Y]	Introduce el número de pagos al año (el valor default o por omisión es 12). Valor que usa la máquina si no se introduce ninguno.	ENTER P/Y 12.
4 [ENTER]	Introduce el 4, como número de pagos al año.	ENTER P/Y = 4.
[↓]	Almacena el número de capitalizaciones al año, si se omite este paso lo toma por default igual al número de pagos al año.	ENTER C/Y = 4.
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	0.
5 2nd [xP/Y]	Obtiene el número de períodos en la operación ($5 \times 4 = 20$).	20.
N	Almacena el número de períodos en la operación.	N = 20.
8 I/Y	Almacena 8 como la tasa nominal.	I/Y = 8.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

100 **FV**

Introduce 100 como valor futuro.

FV = 100.⁴

CPT **PV**

Calcula el depósito o valor presente.

PV = - 67.29713331^{*}

PV = - 67.29713331

Recordaremos que el signo (-) en la cantidad nos indica un depósito o salida de efectivo.

2015 b).- Si ahora se desea conocer el tiempo (expresado en años) necesario para que un depósito de 67.29713331 con una tasa de 8% capitalizable trimestralmente aumente 100 pesos, se hace lo siguiente:

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0.
2nd [P/Y]	Muestra el número de pagos al año.	ENTER P/Y 12.
4 [ENTER]	Almacena 4 como número de pagos al año.	ENTER P/Y = 4.
[↓]		ENTER C/Y = 4.
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	0.
67.29713331 +/- [PV]	Introduce el valor presente como un valor negativo.	PV = - 67.29713331
100 [FV]	Almacena 100 como valor futuro.	FV = 100.
[CPT] [N]	Calcula el valor de N.	N = 20.*
[÷] 4	Se divide entre 4 que es el núm. de pagos por año, para conocer el número de años.	5.

n = 5 años.

c).- Si se necesita conocer la tasa nominal se introducen los siguientes datos:
¿Que tasa capitalizable trimestralmente es necesaria para que un depósito de 67.29713331 aumente a 100 en cinco años a partir de hoy ?

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0.
2nd [P/Y]	Muestra el número de pagos al año.	ENTER P/Y 12.
4 [ENTER]	Almacena 4 como número de pagos al año.	ENTER P/Y = 4.
[↓]		0.
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	PV = - 67.29713331
67.29713331 [+/-] [PV]	Introduce el valor presente como un valor negativo.	PV = - 67.29713331
100 [FV]	Almacena 100 como valor futuro.	FV = 100.
5 2nd [xP/Y]	Obtiene el número de periodos en la operación.	20.
[N]	Almacena el número de periodos en la operación.	N = 20.
CPT [I/Y]	Calcula el valor de la tasa nominal.	I/Y = 8.

La tasa nominal es del 8%.

2.4.2.- HEWLETT - PACKARD.

La frase *valor del dinero en función del tiempo* describe los cálculos basados en la capacidad del dinero de devengar intereses durante un período determinado de tiempo.

Esta calculadora cuenta con el menú VDT lleva a cabo cálculos de interés compuesto y calcula planes de amortización (éstos últimos explicados en el capítulo V).

En los cálculos de *interés compuesto*, el interés es agregado al capital en *períodos de capitalización* específicos, devengando así intereses. Las cuentas de ahorro, las hipotecas y los arrendamientos constituyen cálculos de interés compuesto.

Mientras, en los cálculos de *interés simple*, el interés es un porcentaje del capital y se paga en un solo pago. Los cálculos de interés simple pueden realizarse utilizando la tecla .

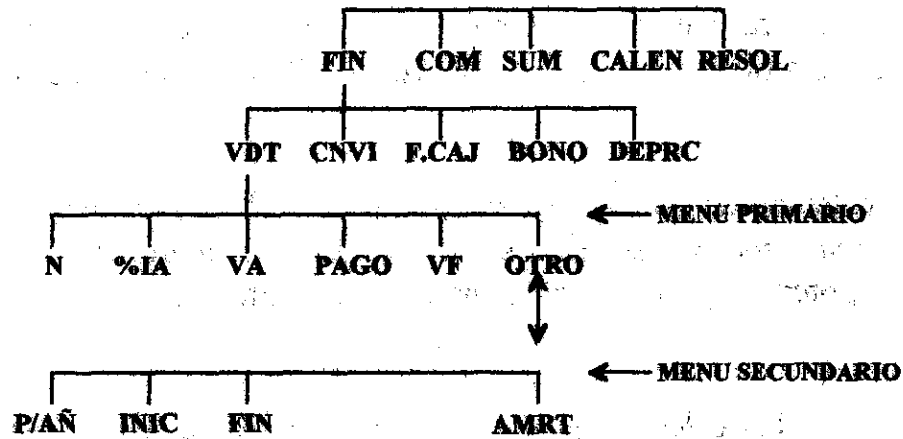
Este menú se utiliza para realizar varios tipos de cálculo a interés compuesto, en particular; se utiliza cuando se trata de una serie de *flujos de caja* (dinero recibido o pagado) y:

- La cantidad de cada pago es la misma.
- Los pagos ocurren a intervalos irregulares.
- Los períodos de pagos coinciden con los períodos de capitalización.

Los flujos de caja serán explicados en un capítulo aparte (capítulo IV).

SECCION DONDE SE DESEMPEÑA EL MENU VDT.

Menú VDT



El menú VDT cuenta con dos tipos de menú: el menú primario y el menú secundario.

El menú primario VDT cuenta con cinco teclas de menú para variables, más **OTRO**. La tecla **OTRO** nos permite el acceso al menú AMRT (Amortización).

VARIABLES UTILIZADAS Y SU SIGNIFICADO.

N : Número de pagos o períodos de capitalización

%IA : Tasa nominal de interés anual

VA : Valor actual

VF : Valor futuro

PAGO : Pago periódico

P/AÑ : Pagos por año (pueden ser al inicio o final del año).

Los pagos toman lugar ya sea al *inicio* de cada período o al *final* de cada período.

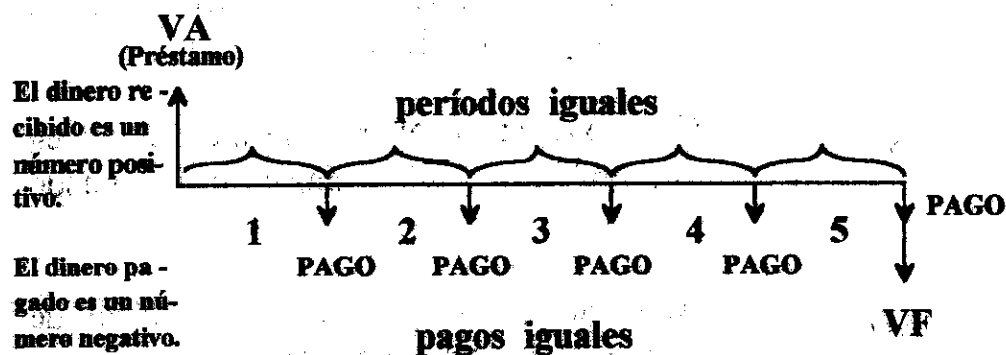


Diagrama de flujo para un préstamo desde el punto de vista del prestatario(MODO FINAL).

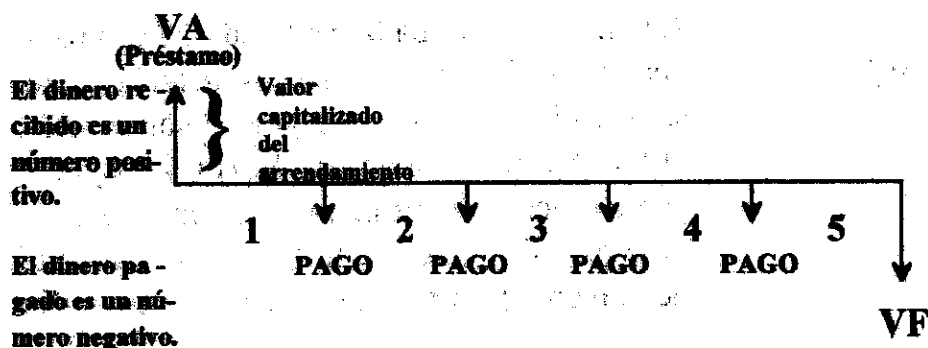


Diagrama de flujo para los pagos de arrendamiento efectuados al inicio de cada período (MODO INICIAL).

Rótulos del menú VDT

NIVEL PRIMARIO

N

Almacena (o calcula) el número total de pagos o períodos de capitalización.

N

Cálculo rápido de N: multiplica el número en la pantalla por P/AN y almacena el resultado en N.

%IA

Almacena (o calcula) la tasa nominal de interés anual como porcentaje.

VA

Almacena (o calcula) el valor actual. Para un prestamista o un prestatario V.A. Es el monto del préstamo, para un inversionista, V.A. es la inversión inicial. Si V.A. es un valor pagado, entonces resulta negativo. V.A. siempre ocurre al principio de cualquier período.

PAGO

Almacena o calcula la cantidad de cada pago periódico. Todos los pagos son iguales, sin saltar ninguno. (Si los pagos no son iguales, utilice F.CAJ en lugar de VDT). Los pagos pueden ocurrir al principio o al final de cada período. Si PAGO se trata de una cantidad de dinero pagado, se trata de un valor negativo.

VF

Almacena (o calcula) el valor futuro, un flujo de caja final o un valor compuesto de una serie de flujos de caja previos (V.A. + PAGOS). V.F. se trata de una cantidad de dinero pagada, se trata de un valor negativo.

NIVEL SECUNDARIO**P/AÑ**

Especifica el número de pagos o períodos de capitalización por año. (Debe ser un entero de 1 a 999).

INIC

Fija el modo Inicial, en el cual los pagos ocurren al principio de cada período. Es el modo corriente para planes de ahorro y arrendamiento. (Los modos Inicial y Final no tienen importancia si pago = 0).

FIN

Fija el modo Final, en el cual los pagos ocurren al final de cada período. Es el modo corriente para préstamos e inversiones.

AMRT

Brinda acceso al menú de amortización. (Vea capítulo V).

Al realizar los cálculos con este menú se debe tener presente lo siguiente:

- ♦ El número de períodos de pago deben ser igual al número de período de capitalización.
- ♦ El signo correcto (positivo o negativo) es esencial para los números VDT. Los cálculos tendrán significado únicamente si un depósito o entrada de efectivo se almacena como un número positivo, y si un retiro o salida de efectivo se almacena como un número negativo.

La calculadora retiene los valores VDT hasta que usted los borre oprimiendo **CLEAR DATA**. Al oprimir **CLEAR DATA**, en el menú primario VDT borra las variables N, %IA, V.A., PAGO y V.F. Cuando se encuentra en el menú secundario, el oprimir **CLEAR DATA** vuelve a fijar las condiciones de pago en 12 P/AÑ MODO FINAL.

Al oprimir **RCL** seguido de cualquiera de las teclas rótulos de menú, nos muestra el valor que se encuentra almacenado en la variable. De esta manera se puede ver el valor sin tener que volverlo a calcular.

COMO ENTRAR O USAR EL MENU VDT.

Primero dibuje un diagrama de flujo con los datos de su problema, y luego siga los siguientes pasos:

- 1.- Desde el menú MAIN, oprima **FIN** y luego **VDT**.
- 2.- Para borrar los valores VDT previos, oprima **CLEAR DATA**. (No es necesario borrar la información si usted ingresa nuevos valores para las cinco variables).
- 3.- Lea el mensaje que describe el número de pagos por año y la modalidad Inicial /Final. Si necesita cambiar cualquiera de estas especificaciones, oprima **OTRO**.
 - ♦ Para cambiar le número de pagos por año, escriba el nuevo valor y oprima **P/AÑ**. (Si el número de pagos difiere del número de capitalización, vea pág. 89).
 - ♦ Para cambiar el modo Inicial/Final, oprima **INIC** o **FIN**.
 - ♦ Oprima **EXIT** para regresar al menú VDT.
- 4.- Almacene los valores conocidos. (Ingresa cada número y oprima la tecla de menú correspondiente).
- 5.- Para calcular un valor, oprima la tecla de menú apropiada.

Se debe de dar un valor para cada variable, con excepción de la que se desea calcular; aún si tal valor es cero. Por ejemplo, V.F. debe fijarse en cero cuando se calcula el pago periódico necesario para terminar de pagar un préstamo. Existen dos maneras de fijar los valores en cero:

- ♦ Antes de almacenar cualquier valor VDT, oprima **CLEAR DATA** para borrar los valores de VDT previos.
- ♦ Almacene cero: por ejemplo, si oprime 0 **VF**, V.F. queda fijado en cero.

2.4.2.a.- Solución de problemas usando la Hewlett-Packard.

Ejemplos manejados en el capítulo Valor del dinero en el tiempo.

- a).-¿ Qué suma se debe depositar hoy a un 8%, capitalizable en forma trimestral; si la meta es tener un monto de 100 pesos en cinco años a partir de hoy ?

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN	Selecciona el menú finanzas.	0 FIN COM SUMA CALE RESOL
VDT	Selecciona el menú primario "Valor del dinero en función del tiempo".	12 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT.	12 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
OTRO	Da paso al segundo nivel.	12 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
4 P/AÑ	Almacena 4 pagos o periodos de capitalizaciones por año.	4 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al primer nivel.	4 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
5 N	Multiplica 5 por 4 y almacena el resultado en N.	N = 20 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
8 % IA	Almacena 8 como la tasa nominal.	% IA = 8 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

100

V.F

Almacena el número 100 como valor futuro.

V.F = 100

N	%IA	V.A	PAGO	V.F	OTRO
---	-----	-----	------	-----	------

V.A

Calcula el valor actual.

V.A = -67.2971333108

N	%IA	V.A	PAGO	V.F	OTRO
---	-----	-----	------	-----	------

El valor actual es de 67.2971333108, el signo menos indica que la cantidad de dinero es pagada o depositada.

b).- Si ahora se desea conocer el tiempo (expresado en años) necesario para que un depósito de 67.29713331 con una tasa del 8% capitalizable trimestralmente aumente 100 pesos, se hace lo siguiente:

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN

Selecciona el menú finanzas.

0

FIN	COM	SUMA	CALE	RESOL
-----	-----	------	------	-------

VDT

Selecciona el menú primario
"Valor del dinero en función del tiempo".

12 NO.P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A	PAGO	V.F	OTRO
---	-----	-----	------	-----	------

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

12 NO.P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A	PAGO	V.F	OTRO
---	-----	-----	------	-----	------

OTRO

Da paso al segundo nivel.

12 NO.P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN	AMRT
------	------	-----	------

4

P/AÑ

Almacena 4 pagos o períodos de capitalizaciones por año.

4 NO.P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN	AMRT
------	------	-----	------

EXIT

Regresa al primer nivel.

4 NO.P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A	PAGO	V.F	OTRO
---	-----	-----	------	-----	------

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

8 **%IA**

Almacena 8 como la tasa nominal.

%IA = 8

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

67.2971333108

+/- **V.A**

Almacena 67.2971333108 como valor actual negativo.

V.A = -67.2971333108

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

100 **V.F**

Almacena el número 100 como valor futuro.

V.F = 100

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

N

Calcula el número total de pagos en la operación.

N = 20

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

4 **=**

Calcula el número total de años en la operación.

5

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

n = 5 años.

c).- ¿Qué tasa capitalizable trimestralmente es necesaria para que un depósito de 67.2971333108 aumente a 100 en cinco años a partir de hoy ?

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN **VDT**

Presenta el menú finanzas.

4 NO.P AÑO MODO FINAL

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

4 NO.P AÑO MODO FINAL

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

67.2971333108

+/- **V.A**

Almacena el monto del depósito (negativo).

V.A = -67.2971333108

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

100

V.F

Almacena el valor futuro.

V.F = 100

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

5

N

Al oprimir  primero, se efectúa la multiplicación de 5 por 4 y se almacena este número en N (número de pagos).

N = 20

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

% IA

Calcula la tasa nominal como porcentaje.

% IA = 8

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

La tasa nominal es del 8%.

2.5.- PRINCIPIO DE LAS MATEMATICAS FINANCIERAS.

Como ya se ha dicho en repetidas ocasiones; cualquier capital invertido en el MUNDO UNO o en el MUNDO DOS obtiene una ganancia, y por ésta razón no se pueden sumar capitales(dinero) de distintos tiempos; ya que no valen lo mismo.

Para poder realizar éste tipo de suma es necesario llevar todas las cantidades que se desean sumar, a un mismo tiempo o fecha. A éste tiempo se le llama *fecha de comparación de capitales*.

Ejemplo 2.2.-

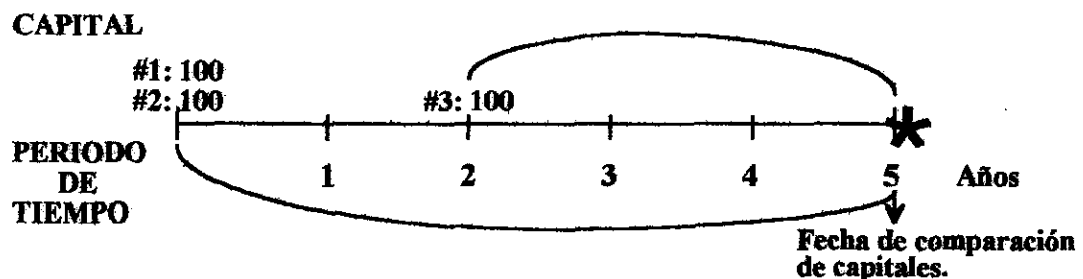
En cierto banco se abrieron 3 cuentas para depositar 100 pesos en cada una, con las siguientes especificaciones:

CUENTA # 1: El día de hoy ; con una tasa del 9% capitalizable cada 4 meses.

CUENTA # 2: Hoy ; con una tasa del 8.9% capitalizable mensualmente.

CUENTA # 3: Dos años después con una tasa de 9.2727%.

¿ Cuánto es lo que se tendrá por cuenta en 5 años ? ¿ Cuánto en total ?.



MUNDO UNO

CUENTA #1:

$$M = 100 \left[1 + (5)(3) \left(\frac{.09}{3} \right) \right] = 145$$

CUENTA #2:

$$M = 100 \left[1 + (5)(12) \left(\frac{.089}{12} \right) \right] = 144.50$$

CUENTA #3:

$$M = 100[1 + 3(.0927)] = 127.8181$$

$$\text{TOTAL} = 417.3181$$

MUNDO DOS

CUENTA #1:

$$M = 100 \left[1 + \left(\frac{.09}{3} \right) \right]^{5(3)} = 155.79$$

CUENTA #2:

$$M = 100 \left[1 + \left(\frac{.089}{12} \right) \right]^{5(12)} = 155.79$$

CUENTA #3:

$$M = 100(1 + .0927)^3 = 130.4773$$

$$\text{TOTAL} = 442.0573$$

Para este problema, en el mundo uno se puede observar que la cuenta #1 y #2 a mayor tasa mayor monto, ya que la tasa dada para cualquier problema se aplica directamente al capital, los períodos de capitalización no afectan; ya que en este mundo los intereses no pasan a formar parte del capital. En la cuenta #3 el monto es menor, ya que fue menor el tiempo de la inversión.

En el mundo dos, la cuenta #3 dió el monto mas pequeño; pues el tiempo de la inversión fué el mas corto y solo se capitalizó una vez cada año. Por el contrario; las otras dos cuentas con un mismo tiempo, diferentes tasas y períodos de capitalización, arrojaron un monto igual. El porqué de esta situación se explica en la siguiente sección.

2.5.1.- Solución del problema en el MUNDO II usando las calculadoras:

2.5.1.a.- TEXAS INSTRUMENTS.

CUENTA # 1:

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0.
2nd [P/Y]	Muestra el letrero P/Y con el valor de los pagos al año almacenado anteriormente.	ENTER P/Y = 12.
3 [ENTER]	Introduce el 3, como número de pagos al año.	ENTER P/Y = 3.
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	0.
5 2nd [xP/Y]	Multiplica 5 por el número de pagos al año.	15.
N	Almacena 15 como el número de periodos en la operación.	N = 15.
9 [I/Y]	Introduce el 9 como la tasa nominal.	I/Y = 9.
100 [PV]	Almacena el número 100 como valor presente.	PV = 100.
CPT [FV]	Calcula el valor futuro.	FV = 155.79

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

STO 0

Guarda el cálculo anterior en la memoria cero.

155.79

CUENTA # 2:

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

2nd [CLR TVM]

Limpia la hoja de trabajo.

0.

2nd [P/Y]

Exhibe P/Y con el valor anteriormente almacenado.

ENTER

P/Y

12.

12 [ENTER]

Almacena 12 pagos y 12 capitalizaciones al año.

ENTER

P/Y =

12.

2nd [QUIT]

Regresa al modo estándar.

0.

5 **2nd** [xP/Y]

Multiplica 5 por el número de pagos al año.

60.

N

Almacena 60 como el número de períodos en la operación.

N =

60.

8.9 **I/Y**

Almacena la tasa nominal.

I/Y =

8.9

100 **PV**

Almacena el número 100 como valor presente.

PV =

100.

CPT **FV**

Calcula el valor futuro.

FV =

155.79 *

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

STO 1

Guarda el cálculo anterior en la memoria uno.

155.79

CUENTA # 3:

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

2nd [CLR TVM]

Limpia la hoja de trabajo.

0.

2nd [P/Y]

Exhibe P/Y con el valor anteriormente almacenado.

ENTER
P/Y 12.

1 [ENTER]

Almacena 1 pagos y 1 capitalizaciones al año.

ENTER
P/Y = 4
1.**2nd** [QUIT]

Regresa al modo estándar.

0.

3 [N]

Almacena 3 como el número de periodos en la operación.

N = 4
3.

9.27 [I/Y]

Introduce 9.27 como la tasa nominal.

I/Y = 4
9.27

100 [PV]

Almacena el número 100 como valor presente.

PV = 4
100.**CPT** [FV]

Calcula el valor futuro.

FV = *
130.4773**STO** 2

Guarda el cálculo anterior en la memoria dos.

130.4773

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

RCL 1 +

RCL 2 +

RCL 3 =

Suma los valores almacenados
que se tienen en las memorias
0,1 y 2.

442.0573

TOTAL = 442.0573

2.5.1.b.- HEWLETT PACKARD.

CUENTA # 1:

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN	Selecciona el menú finanzas.	0 FIN COM SUMA CALE RESOR
VDT	Selecciona el menú primario "Valor del dinero en función del tiempo".	12 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores que pudieran estar almacenados en VDT.	12 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
OTRO	Da paso al segundo nivel.	12 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
3 P/AÑ	Fija 3 períodos de pago por año; modo final.	3 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al primer nivel.	3 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
5 N	Multiplica 5 por el número de períodos de capitalizaciones por año (3) y lo almacena en N.	N = 15 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
100 V.A	Almacena el número 100 como valor actual.	V.A = 100 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
9 % IA	Almacena 9 como la tasa nominal.	% IA = 9 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
V.F	Calcula el valor actual.	V.F = -155.79674166 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

STO 0

Almacena el resultado en la memoria cero.

-155.79674166

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

CUENTA # 3:

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

3 NO.P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

OTRO

Da paso al segundo nivel.

3 NO.P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN		AMRT
------	------	-----	--	------

12 P/AÑ

Almacena 12 pagos o periodos de capitalizaciones al año.

12 NO.P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN		AMRT
------	------	-----	--	------

EXIT

Regresa al primer nivel.

12 NO.P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

5 N

Multiplica 5 por el número de periodos de capitalizaciones por año (12) y lo almacena en N.

N = 60

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

100 V.A

Almacena el número 100 como valor actual.

V.A = 100

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

8.9 % IA

Almacena 8.9 como la tasa nominal.

% IA = 8.9

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

V.F

Calcula el valor futuro.

V.F = -155.792982667

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

STO 1

Almacena el VF obtenido, en la memoria 1.

-155.792982667

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

CUENTA # 3:

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
CLEAR DATA	Borra los valores que pudieran estar almacenados en VDT.	12 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGG V.F. OTRO
OTRO	Se tiene acceso al segundo nivel.	12 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
1 P/AÑ	Almacena 1 pagos o periodos de capitalizaciones al año.	1 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al primer nivel.	1 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGG V.F. OTRO
3 N	Almacena el número 3 como número de periodos de capitalización.	N = 3 N %IA V.A. PAGG V.F. OTRO
100 V.A	Almacena el número 100 como valor actual.	V.A = 100 N %IA V.A. PAGG V.F. OTRO
9.27 % IA	Almacena 9.27 como la tasa nominal.	% IA = 9.27 N %IA V.A. PAGG V.F. OTRO
V.F	Calcula el valor futuro.	V.F = -130.467646798 N %IA V.A. PAGG V.F. OTRO
STO 1	Almacena el VF obtenido en la memoria 1.	-130.467646798 N %IA V.A. PAGG V.F. OTRO
RCL 1 +	Suma los valores almacenados que se tienen en las memorias 0,1 y 2.	-442.05731145 N %IA V.A. PAGG V.F. OTRO
RCL 2 +		
RCL 3 =		

TOTAL = 442.05731145

2.6.-EQUIVALENCIA ENTRE LAS TASAS DE INTERES.

En cualquier ejecución del tipo financiero que se realiza, se establece una tasa de referencia denominada *Tasa Nominal*, que actúa en el desarrollo de la operación. En diversas ocasiones la forma de aplicación no solo es anual; se presenta también como una tasa semestral, trimestral, mensual, etc.

Ejemplo 2.3.-

En el banco se depositan 100 pesos con una tasa trimestral del 15% y otros 100 pesos con una tasa semestral, 15.28%, calcular los montos correspondientes a un año.

El monto de la cuenta número uno es:

$$M = 100 \left(1 + \frac{.15}{4} \right)^4 = 115.865$$



BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

SABER DE MIS HIJOS
PARA MI GRANDEZA

En la cuenta número dos el monto es:

$$M = 100 \left(1 + \frac{.1528}{2} \right)^2 = 115.865$$

Observese como dos tasas nos dan un mismo monto en un mismo período de tiempo, también es importante señalar que la cantidad que aumenta la inversión (15.865) es la *Tasa Efectiva* de la operación.

DEFINICION: *Tasas Equivalentes* son aquellas que, en condiciones diferentes; producen la misma tasa efectiva o el mismo monto.

En el ejemplo anterior se han exhibido dos tasas cada una con su período de capitalización; las cuales dan por resultado el mismo monto. El planteamiento del problema en forma general es el siguiente.

Nuestro propósito es relacionar la *tasa efectiva* i_e con la *tasa por período* $\frac{j}{m}$, lo cual lo expresamos mediante la ecuación:

$$C(1 + i_e) = C \left(1 + \frac{j}{m} \right)^m$$

donde m es la frecuencia de capitalización.

El caso mas frecuente es tener la información sobre la *tasa nominal* j y pretender conocer la *tasa efectiva* i_e .

Así, obtengamos i_e :

$$C(1 + i_e) = C \left(1 + \frac{j}{m} \right)^m$$

$$(1 + i_e) = \left(1 + \frac{j}{m} \right)^m$$

$$i_e = \left(1 + \frac{j}{m} \right)^m - 1$$

donde:

i_e = Tasa Efectiva

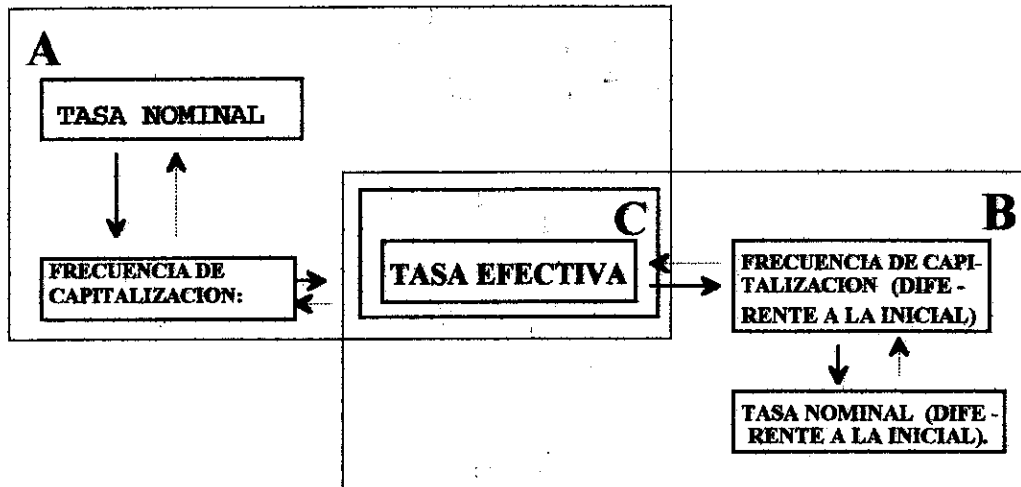
j = Tasa Nominal

m = Número de capitalizaciones por año.

La relación entre la *tasa efectiva* y la *tasa por período* sirve para resolver dos tipos de problemas:

- 1.-Conocer la tasa efectiva si se tiene la tasa por período y viceversa.
- 2.-Encontrar dos tasas por períodos diferentes con diferente frecuencia de capitalización que produzcan el mismo monto.

ESQUEMA DE CONVERSION.



El recuadro A muestra como de una tasa por período se obtiene una tasa efectiva, y en el recuadro B se muestra como de una tasa efectiva se obtiene una tasa por período diferente a la inicial.

El recuadro C presenta la tasa efectiva que puede ser obtenida de cualquiera de las 2 tasas por período (en A y B); y por lo tanto estas 2 tasas son equivalentes.

Ejemplos 2.4.-

- a).-Encontrar la tasa efectiva de una inversión con una tasa nominal del 60% convertible bimestralmente.

Utilizando la ecuación obtenida anteriormente se tiene:

$$i_e = \left[1 + \frac{j}{m} \right]^m - 1$$

$$i_e = \left[1 + \frac{.60}{6} \right]^6 - 1$$

$$i_e = 0.771561$$

$$i_e = 77.1561\%$$

- 2).-Calcular la tasa nominal j capitalizable semestralmente que arroja un rendimiento del 45%.

De la ecuación $i_e = \left[1 + \frac{j}{m} \right]^m - 1$ despejamos j .

$$i_e = \left[1 + \frac{j}{m} \right]^m - 1$$

$$\sqrt[m]{i_e + 1} = 1 + \frac{j}{m}$$

$$\sqrt[m]{i_e + 1} - 1 = \frac{j}{m}$$

$$j = \left[\sqrt[m]{i_e + 1} - 1 \right] m$$

sustituyendo los valores se obtiene el valor de j .

$$j = \left[\sqrt[.45]{.45 + 1} - 1 \right] (2)$$

$$j = (.204159)(2)$$

$$j = .4083 = 40.83\%$$

c).- Cierta compañía invierte un capital en el banco con una tasa nominal del 60% capitalizable mensualmente, por razones contables desea cambiar su inversión a una capitalización trimestral.

¿Cuál será la nueva tasa nominal en la inversión ?.

Primero calculamos la tasa efectiva con la tasa mensual

$$i_e = \left[1 + \frac{j}{m} \right]^m - 1$$

$$i_e = \left[1 + \frac{60}{12} \right]^{12} - 1$$

$$i_e = 79.58\%$$

con la tasa efectiva obtenida se calcula la tasa trimestral.

$$i = \frac{j}{m} = \left[\sqrt[m]{i_e + 1} - 1 \right]$$

$$j = \left[\sqrt[4]{.7958 + 1} - 1 \right] 4$$

$$j = 63.05\%$$

$$i = \frac{j}{m} = \frac{63.05\%}{4}$$

$$i = 15.76\%$$

La tasa con capitalización trimestral es 15.76%.

2.6.1.-OBTENCION DE TASAS EQUIVALENTES MEDIANTE EL USO DE CALCULADORAS.

2.6.1.a.- TEXAS INSTRUMENTS.

La Texas Instruments BAI PLUS cuenta con una hoja de trabajo llamada Interest Conversion (Conversión de Intereses) I Conv, que convierte una Tasa Efectiva a una Tasa Nominal y viceversa.

Para tener acceso a esta hoja de trabajo se presionan las teclas **2nd** **[I Conv]**. Una vez dentro de la hoja de trabajo se debe borrar la información que se pudiera tener almacenada presionando **2nd** **[CLR Work]**

TECLAS UTILIZADAS EN ESTA HOJA DE TRABAJO.

TECLAS

FUNCION

2nd **[I Conv]**

Para entrar a Interest Conversion.
(Conversión de interés)

2nd **[CLR Work]**

Borra la información almacenada anteriormente. No afecta la variable C/Y.

[↓] ó [↑]

Muestran las variables en uso de esta hoja de trabajo.

ENTER

Se presiona después de introducir un dato para que quede grabado en la variable que se indica en la pantalla ó para ejecutar una orden.

CPT

Calcula el valor de la variable que aparece en la pantalla.

2nd **[QUIT]**

Para salir de ésta hoja de trabajo.

SIGNIFICADO DE LAS VARIABLES.

NOM: Tasa nominal

EFE: Tasa efectiva

C/Y: Capitalizaciones al año.

SIGNIFICADO DE LOS INDICADORES EN LA PANTALLA.

ENTER : Señala que la variable en pantalla es solo de entrada, una vez tecleado el dato se presiona [ENTER] para introducir el dato a la calculadora.

COMPUTE : Señala que la variable en pantalla es solo de cálculo, se presiona [CPT] y aparecerá el valor de la misma.

◁ : Indica que el número en pantalla es un dato.

* : Indica que el número en pantalla fue calculado.

↑↓ : Para indicar que se tiene acceso a otras alternativas y a introducir otros datos.

Con los ejemplos presentados en las páginas 82 y 83 se muestra la forma de utilizar esta hoja de trabajo.

a).- Calcular la tasa efectiva de un préstamo bancario con una tasa nominal del 38% capitalizable mensualmente.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [I Conv]	Selecciona interest conversion.	COMPUTE ENTER NOM= 0.
2nd [CLR Work]	Las variables NOM y EFE las deja en cero. No afecta la variable C/Y.	COMPUTE ENTER NOM= 0.
38 [ENTER]	Se introduce la tasa nominal.	COMPUTE ENTER NOM= 38.
[↑]	Muestra la variable previa con su valor de default o algún otro	ENTER C/Y= 4.
12 [ENTER]	Introduce las capitalizaciones por año.	ENTER C/Y= 12.
[↑]	Muestra la variable previa.	COMPUTE ENTER EFE= 0.
CPT	Calcula el valor de la tasa efectiva.	COMPUTE ENTER EFE= 45.3693

La tasa efectiva es $i = 45.3693\%$

b).- Si se produce un rendimiento del 57% anual, encontrar la tasa nominal capitalizable trimestralmente.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [I Conv]	Selecciona interest conversion.	COMPUTE ENTER NOM= 0.
2nd [CLR Work]	Las variables NOM y EFE las deja en cero.	COMPUTE ENTER NOM= 0.
[↓]	Muestra la siguiente variable.	COMPUTE ENTER EFE= 0.
57 [ENTER]	Se introduce la tasa efectiva.	COMPUTE ENTER EFE= 57.
[↓]	Muestra la siguiente variable.	ENTER C/Y= 12.
4 [ENTER]	Almacena las capitalizaciones por año.	ENTER C/Y= 4.
[↓]	Muestra la siguiente variable.	COMPUTE ENTER NOM= 0.
CPT	Calcula el valor de la tasa nominal.	COMPUTE ENTER NOM= 47.794 *

La tasa nominal con capitalización trimestral es : $j_4 = 47.794\%$.

c).- Cierta compañía invierte un capital en el banco con una tasa nominal del 60% capitalizable mensualmente, por razones contables se desea cambiar la inversión a una capitalizaación trimestral. Calcular la nueva tasa nominal en la inversión.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [I Conv]	Selecciona Interest Conversion.	COMPUTE ENTER NOM= 0.
2nd [CLR Work]	Las variables NOM y EFE las deja en cero.	COMPUTE ENTER NOM= 0.
57 [ENTER]	Se introduce la tasa nominal.	COMPUTE ENTER NOM= 60.
[↑]	Muestra la variable previa con su valor de default o algún otro.	ENTER C/Y= 2.
4 [ENTER]	Introduce las capitalizaciones por año.	ENTER C/Y= 4 12.
[↑]	Muestra la variable previa.	COMPUTE ENTER EFE= 0.
CPT	Calcula el valor de la tasa efectiva.	COMPUTE ENTER * EFE= 79.5856326
[↓]	Muestra la siguiente variable.	ENTER C/Y= 12.
4 [ENTER]	Introduce el número de capitalizaciones por año.	ENTER C/Y= 4 4.
[↓]	Muestra la siguiente variable con su valor almacenado.	COMPUTE ENTER NOM= 60.
CPT	Calcula el valor de la tasa nominal.	COMPUTE ENTER * NOM= 63.05

2.6.1.b- HEWLETT - PACKARD.

Esta máquina cuenta con el menú conversión de tasas de interés (CNVI); los pasos realizar la conversión son los siguientes:

- 1.- Oprima **FIN** **CNVI** para exhibir el menú de conversiones de interés.
- 2.- Oprima **PER** correspondiente a *periódico*.
- 3.- Ingrese el número de períodos de capitalización por año y oprima **P**.
- 4.- Para convertir a la tasa efectiva ingrese primero la tasa nominal y oprima **% NOM** seguida **% EFE**.
- 5.- Para convertir a la tasa nominal ingrese primero la tasa efectiva y oprima **% EFE** seguida de **% NOM**.

Ejemplos que nos muestran como utilizar la hoja de trabajo.

d).- Resolver el ejemplo del inciso a con la calculadora Hewlett-Packard.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN	Selecciona el menú finanzas.	SELECCIONE UN MENU VBT CNVI F.CAJ BONG DEPRC
CNVI	Selecciona conversiones de interés.	SELEC. CAPITALIZACION PER CONT
PER	Selecciona periódico.	CAPITZ. P/VECES AL AÑO %NOM %EFE P
38 % NOM	Se introduce la tasa nominal.	%NOM=38 %NOM %EFE P

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
-------	-------------	----------

12	P	Introduce el número de capitalizaciones por año..
----	----------	---

P = 12		
%NOM	%EFE	P

% EFE	Calcula el valor de la tasa efectiva.
-------	---------------------------------------

%EFE=45.369328		
%NOM	%EFE	P

e).- Resolver el ejemplo del inciso b .

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
-------	-------------	----------

FIN	Selecciona el menú finanzas.
------------	------------------------------

SELECCIONE UN MENU				
VDI	CNVI	FCAJ	BOND	DEPRC

CNVI	Selecciona conversiones de interés.
-------------	-------------------------------------

SELEC. CAPITALIZACION	
PER	CONT

PER	Selecciona periódico.
------------	-----------------------

CAPITZ. P/VECES AL AÑO		
%NOM	%EFE	P

4	P	Introduce el número de capitalizaciones al año.
---	----------	---

P = 4		
%NOM	%EFE	P

57	% EFE	Introduce la tasa efectiva.
----	--------------	-----------------------------

%EFE=57		
%NOM	%EFE	P

% NOM	Calcula el valor de la tasa nominal.
--------------	--------------------------------------

%NOM=47.7492885		
%NOM	%EFE	P

d.- Resolver el ejemplo del inciso c.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN	Selecciona el menú finanzas.	SELECCIONE UN MENU VDT CNVI F.CAJ DONO DEPRC
CNVI	Selecciona conversión de intereses.	SELEC. CAPITALIZACION PER CONT
PER	Selecciona periódico.	CAPITZ. P/VECES AL AÑO %NOM %EFE P
60 % NOM	Se introduce la tasa nominal.	%NOM=60 %NOM %EFE P
12 P	Introduce el número de capitalizaciones al año.	P = 12 %NOM %EFE P
% EFE	Calcula el valor de la tasa efectiva.	%EFE=79.585632 %NOM %EFE P
4 P	Introduce las capitalizaciones al año.	P = 4 %NOM %EFE P
% NOM	Calcula el valor de la tasa nominal.	%NOM=63.05 %NOM %EFE P

Capítulo 3

Anualidades

Si una empresa quisiera adquirir una máquina tendría dos opciones. Una de ellas sería esperar a obtener todo el dinero para comprar la máquina; y la otra opción sería obtener la máquina inmediatamente y pagar por partes.

Si se inclina por la opción uno, tal vez la empresa tendría que paralizar sus actividades hasta conseguir la máquina o bien producir con la máquina vieja a un nivel de producción inferior.

Para la empresa sería cómodo que los pagos que hiciese por el crédito fueran iguales, porque eso le permitiría conocer de antemano el esfuerzo financiero requerido, en otras palabras le permitiría planear.

Las empresas venden o prestan sus servicios a las personas; las cuáles en su mayoría tienen sueldos fijos con períodos semanales, quincenales o mensuales. Si ésta persona requiriera un producto ó un servicio, al igual que la empresa tendría dos opciones: esperar a obtener todo el dinero necesario o bien adquirir el producto ó servicio y pagar por partes.

Existen productos o servicios los cuáles son requeridos en forma inmediata por la persona, por ejemplo, los servicios médicos; para los cuáles la alternativa de esperar es inconcebible. Así la opción viable de nuevo es pagar por partes.

Todo lo anterior hace énfasis en la planeación, ya sea a nivel empresa ó a nivel personal, que es lo que permite a la economía tener un crecimiento sano.

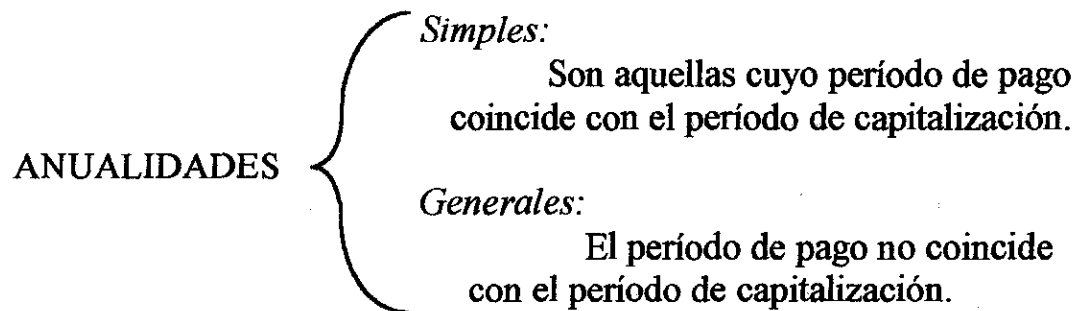
Es aquí donde se requiere un sistema que nos ayude a planear la adquisición de productos o servicios, a este sistema se le conoce como *anualidades*.

Como ya se ha mencionado los consumidores de bienes y servicios solicitan formas de pago que no sean mayores a sus ingresos y que coincidan con sus días de pago; es por esta razón que existen diversas formas de pago que a su vez generan diferentes tipos de anualidades.

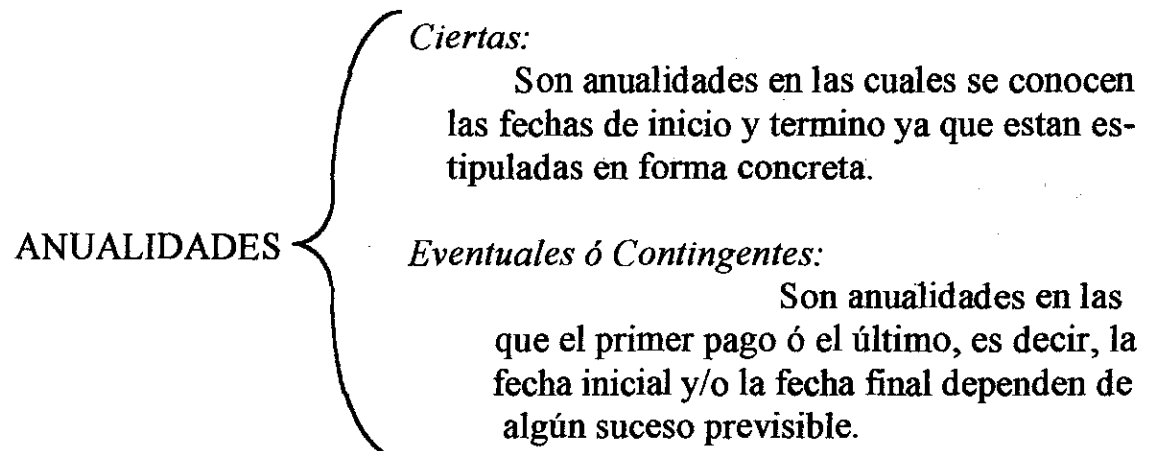
3.1.- CLASIFICACION DE LAS ANUALIDADES

Las anualidades se pueden clasificar mediante varios factores:

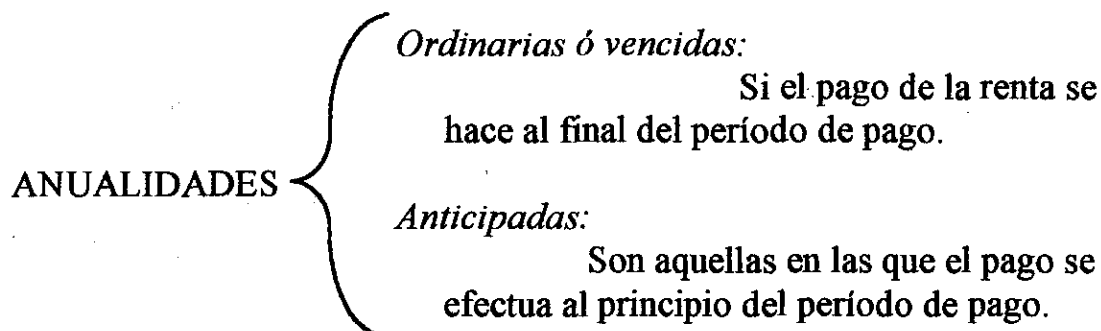
1.- Dependiendo de como se aplique la tasa de *interés*.



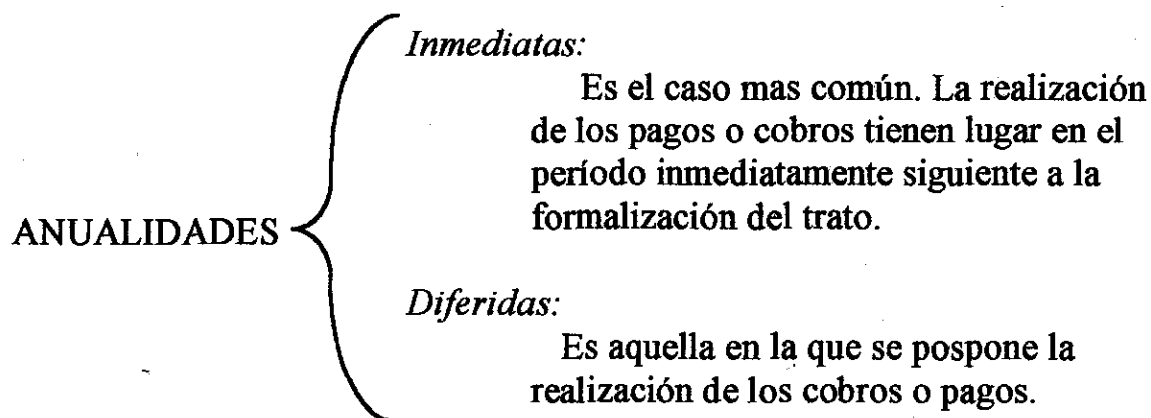
2.- En relación al *tiempo*.



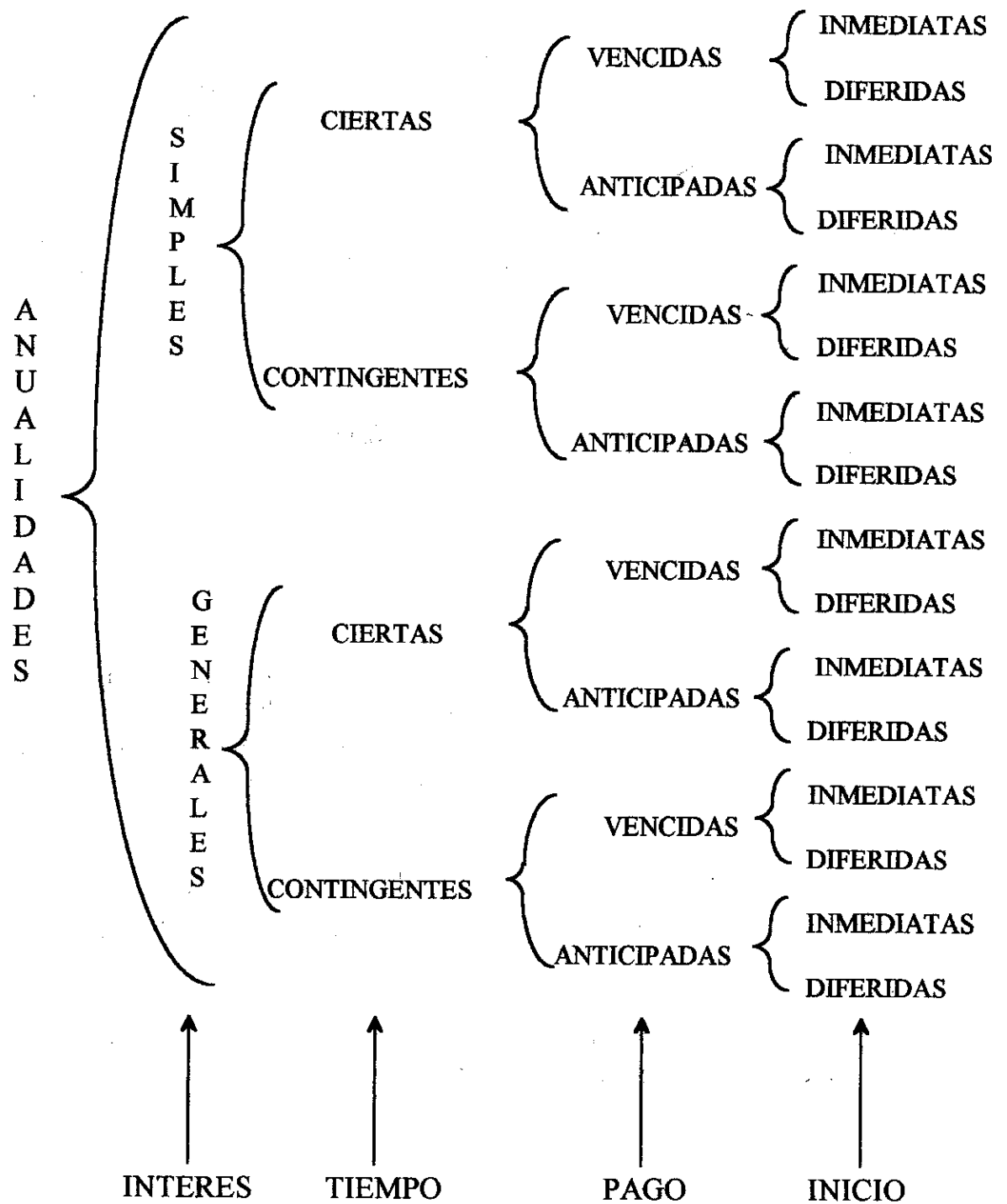
3.- En relación a la forma de *pago*.



4.- De acuerdo con el momento en que se *inicia*.



Basandose en esta clasificación se distinguen diversos tipos de anualidades, los cuales podemos visualizar en el siguiente arreglo.



3.2.- ANUALIDADES SIMPLES CIERTAS VENCIDAS INMEDIATAS (ASCVI)

Este es uno de los casos más comunes en las anualidades, que consiste en hacer pagos iguales al final de cada primer período en fechas establecidas y en donde el período de pago coincide con el período de capitalización.

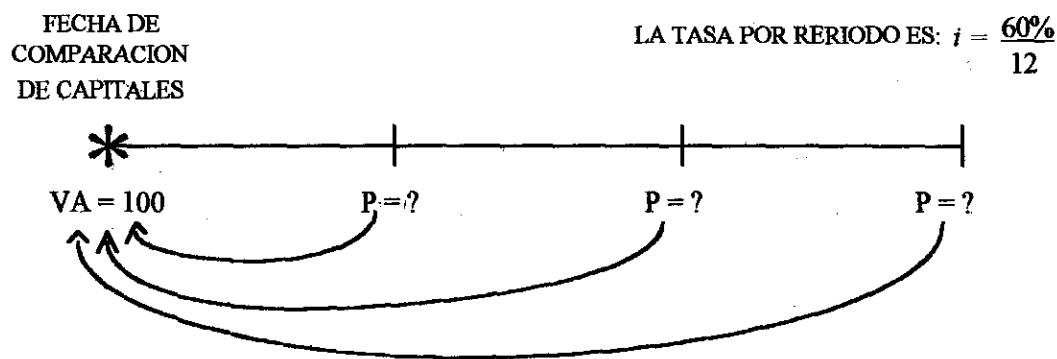
El problema es como calcular esa cantidad a pagar, lo mas común es conocer el valor del bien o servicio solicitado, que es la cantidad que se pagará en partes, la cual llamaremos *valor actual de la deuda* (VA), estos pagos se realizarán en un tiempo determinado y con una tasa establecida.

El siguiente ejemplo muestra una anualidad con estas características, así como la forma de obtener los pagos correspondientes.

Ejemplo 3.1.-

Una compañía solicita un préstamo de 100 pesos con una tasa de 60% capitalizable mensualmente pagaderos a un año; por necesidades internas la compañía desea liquidar su deuda con 3 pagos iguales al finalizar cada uno de los 3 primeros meses de efectuado el contrato. ¿A cuánto asciende cada pago ?.

La representación gráfica de este problema es:



R15. T621

Si cada pago realizado lo llevamos a la fecha de inicio del contrato (fecha de comparación de capitales) y los sumamos

$$P(1 + .05)^{-1} + P(1 + .05)^{-2} + P(1 + .05)^{-3}$$

La expresión obtenida es igual al valor actual de la deuda.

$$100 = P(1 + .05)^{-1} + P(1 + .05)^{-2} + P(1 + .05)^{-3}$$

Valor actual de la deuda 1er. pago llevado a la FCC 2do. pago llevado a la FCC 3er. pago llevado a la FCC

De esta ecuación se despeja P y se obtiene el valor de cada uno de los 3 pagos:

$$100 = P[(1 + .05)^{-1} + (1 + .05)^{-2} + (1 + .05)^{-3}]$$

$$P = \frac{100}{(1 + .05)^{-1} + (1 + .05)^{-2} + (1 + .05)^{-3}}$$

$$P = 36.72$$

Si la compañía paga 36.72 pesos al final de los 3 primeros meses; ¿pagará el total de su deuda?

Esta forma de obtener P no es práctica, ya que si el préstamo es a 10 años y con 4 pagos por año la suma de los pagos queda muy grande; por esta razón obtendremos primeramente una ecuación que facilite los cálculos para éste problema y después se procederemos a generalizar la situación.

A la ecuación que se obtuvo en la fecha de comparación de capitales

$$100 = P(1 + .05)^{-1} + P(1 + .05)^{-2} + P(1 + .05)^{-3}$$

le multiplicaremos por $(1 + .05)$ a ambos lados de la ecuación,

$$100(1 + .05) = P(1 + .05)^0 + P(1 + .05)^1 + P(1 + .05)^2$$

se resta a ambos lados el valor actual.

$$100 + 100(.05) - 100 = P + P(1 + .05)^1 + P(1 + .05)^2 - [P(1 + .05)^1 + P(1 + .05)^2 + P(1 + .05)^3]$$

Eliminando términos resulta la siguiente expresión:

$$100(.05) = P - P(1 + .05)^3$$

y despejando P, obtenemos:

$$P = \frac{100(.05)}{1 - (1 + .05)^{-3}}$$

Con la técnica aplicada anteriormente obtendremos la fórmula para el caso general de las ASCVI, basada en los valores que tome el valor actual (VA), la tasa por período (i), el pago (P) y el número de períodos de pago (n).

El esquema para esta anualidad con n períodos es:

FECHA DE
COMPARACION
DE CAPITALES

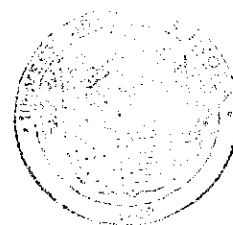


Se llevan todos los pagos a la FCC y se igualan al valor actual,

$$VA = P(1+i)^{-1} + P(1+i)^{-2} + \dots + P(1+i)^{-(n-1)} + P(1+i)^{-n}$$

se multiplica a ambos lados por $(1+i)$

$$VA(1+i) = P(1+i)^0 + P(1+i)^{-1} + \dots + P(1+i)^{-(n-1)+1} + P(1+i)^{-n+1}$$



se resta el valor actual a ambos lados.

$$VA + VAi - VA = P + P(1+i)^{-1} + \dots + P(1+i)^{-n+2} + P(1+i)^{-n+1} - P(1+i)^{-1} - P(1+i)^{-2} - \dots - P(1+i)^{-(n-1)} - P(1+i)^{-n}$$

Al eliminar términos se tiene:

$$VAi = P - P(1+i)^{-n}$$

$$VA = \frac{P[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

A esta última ecuación se le conoce como el valor actual de las ASCVI, tiene 4 variables y conociendo el valor de 3 de ellas; se obtiene la cuarta despejando de la fórmula la variable deseada.

Para encontrar P usaremos:

$$P = \frac{VAi}{1 - (1+i)^{-n}}$$

Para encontrar n usaremos:

$$n = \frac{\text{Log} \left[- \left[\frac{1}{\frac{VAi}{P} - 1} \right] \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

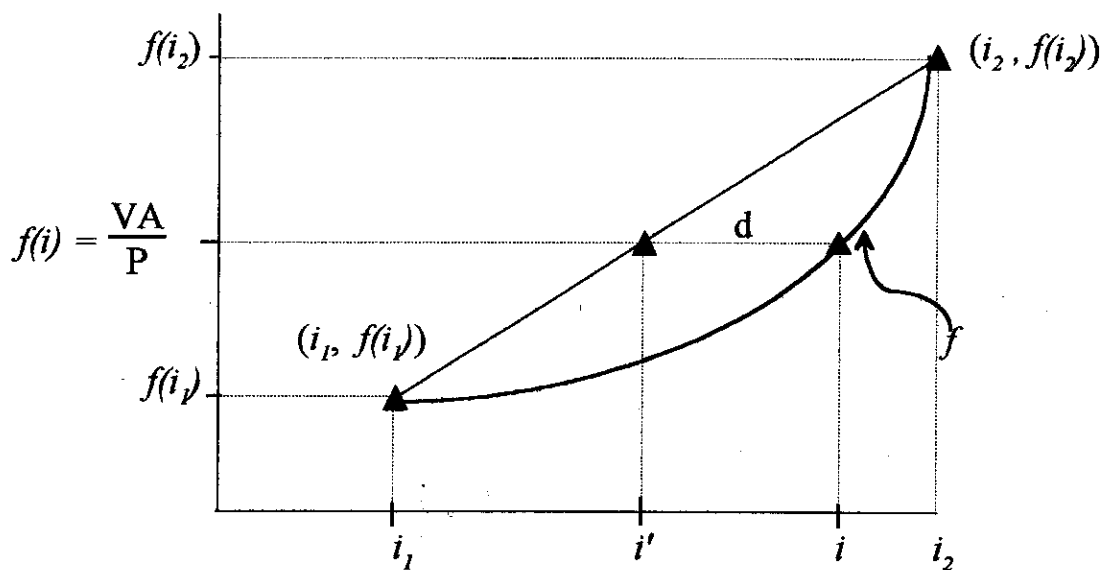
Si al obtener un valor para n el resultado no es un entero se debe tener cuidado al interpretar la parte fraccionaria del período.

En el caso de querer conocer i se observa que no es posible despejarla, por lo que seguiremos un procedimiento de aproximación de una función no lineal a una recta.

De la fórmula del valor actual de una ASCVI obtenemos $f(i)$, que representa la función no lineal que debe aproximarse.

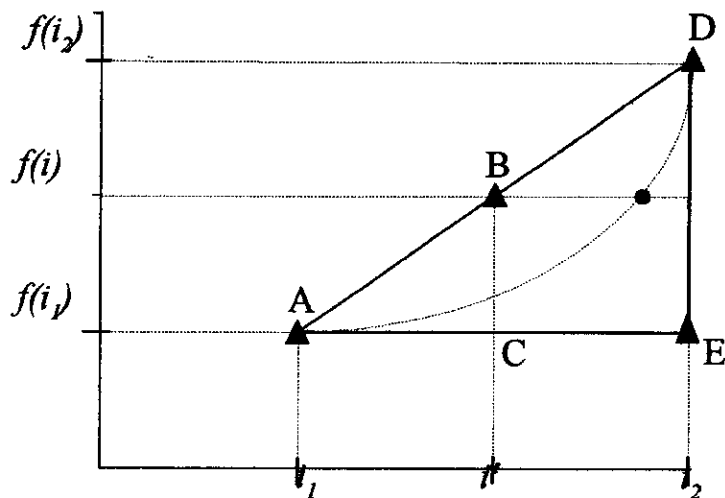
$$VA = \frac{P[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$\frac{VA}{P} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = f(i)$$



Los valores i_1 e i_2 nos dan una recta que al ir tomando valores cada vez más cercanos a i , se reduce la distancia d lo cual indica que i' se aproxima a i .

El valor más cercano a i se localiza con la ayuda de la siguiente gráfica y la obtención de una proporción basada en los triángulos ABC y ADE.



$$\frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)} = \frac{i' - i_1}{i_2 - i_1}$$

Todos los valores que intervienen en la proporción, excepto i' los tenemos, por lo que la mejor aproximación a i es:

$$i \cong i' = \left[\frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)} \right] (i_2 - i_1) + i_1$$

donde:

$$f(i_1) = \frac{1 - (1 + i_1)^{-n}}{i_1}$$

$$f(i_2) = \frac{1 - (1 + i_2)^{-n}}{i_2}$$

$$f(i) = \frac{VA}{P}$$

i_1 e i_2 son valores muy cercanos tales que:

$$f(i_1) < f(i) < f(i_2), \quad \left[\frac{VA}{P} \right] = f(i)$$

Ejemplo 3.2.-

Con ayuda del ejemplo 3.1 encontrar:

- El valor actual.
- El número de períodos de pago (n).
- La tasa (i).

$$a) VA = \frac{p[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$VA = \frac{36.72 [1 - (1 + .05)^{-3}]}{.05}$$

$$VA = 99.99$$

$$b) n = \frac{\text{Log} \left| - \left[\frac{1}{\frac{VA}{P} - 1} \right] \right|}{\text{Log}(1 + i)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[- \left(\frac{1}{\frac{(100)(.05)}{36.72} - 1} \right) \right]}{\text{Log}(1 + .05)}$$

$$n = 3$$

$$c) i \cong i' = \frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)}(i_2 - i_1) + i_1$$

$$i_2 = .049$$

$$i_1 = .051$$

$$f(i_2) = \frac{1 - (1 + .049)^{-}}{.049} = 2.728$$

$$f(i_1) = \frac{1 - (1 + .051)^{-}}{.051} = 2.718$$

$$2.718 < 2.7233 < 2.728$$

$$f(i_1) < f(i) < f(i_2)$$

$$i' = \left[\frac{2.7233 - 2.718}{2.728 - 2.718} \right] (.049 - .051) + .051$$

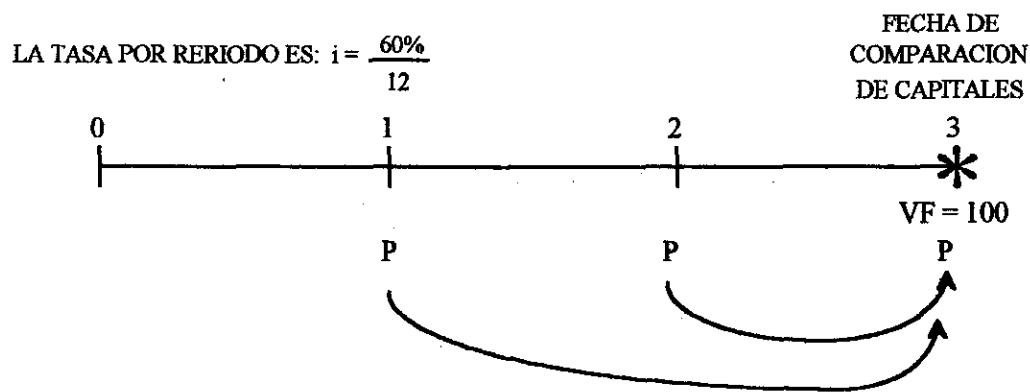
$$i' = .0499 \cong .05 = i$$

También es común en este tipo de anualidades obtener los pagos en base al monto o valor futuro (VF), es decir, que valor tomarán los pagos para tener una cierta cantidad en un período de tiempo determinado y con una tasa dada.

El ejemplo a continuación muestra esta segunda alternativa.

Ejemplo 3.3.-

En tres meses se desea tener en una cuenta bancaria 100 pesos, que valor tomaran los depósitos hechos al final de cada mes si el banco maneja una tasa del 60% capitalizable mensualmente.



Los pagos se llevan a la FCC y se igualan al valor futuro.

$$100 = P(1 + .05)^2 + P(1 + .05)^1 + P$$

Usando la técnica mostrada para obtener el pago conociendo el valor actual de una ASCVI (ver pág. 99); obtenemos la expresión del pago conociendo el valor futuro de una ASCVI.

$$100(1 + .05) = P(1 + .05)^3 + P(1 + .05)^2 + P(1 + .05)^1$$

$$100 + 100(.05) - 100 = P(1 + .05)^3 + P(1 + .05)^2 + P(1 + .05)^1 - (1 + .05)^2 - P(1 + .05)^1 - P$$

$$100(.05) = P(1 + .05)^3 - P$$

$$100(.05) = P[(1 + .05)^3 - 1]$$

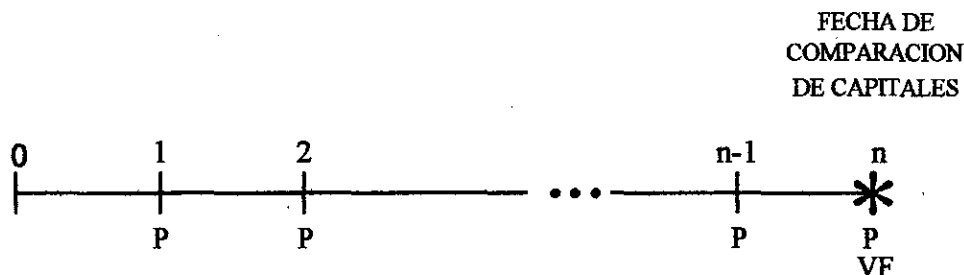
$$P = \frac{100(.05)}{(1+.05)^3 - 1}$$

$$P = 31.72$$

Se necesita depositar 31.72 pesos al final de cada mes, para tener 100 pesos en tres meses.

Para encontrar la ecuación general de las ASCVI utilizando el valor futuro, la tasa, el pago y n períodos de pago se siguen los mismos pasos que se usaron en el caso de conocer el valor actual de la ASCVI.

El esquema para esta anualidad con n períodos es:



Se llevan los pagos a la FCC y se igualen al valor futuro.

$$P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + \dots + P(1+i)^{n-(n-1)} + P = VF$$

$$VF(1+i) = P(1+i)^n + P(1+i)^{n-1} + \dots + P(1+i)^2 + P(1+i)$$

$$VF + VF i - VF = P(1+i)^n + P(1+i)^{n-1} + \dots + P(1+i)^2 + P(1+i) - P(1+i)^{n-1} - P(1+i)^{n-2} - \dots - P(1+i)^1 - P$$

$$VF i = P(1+i)^n - P$$

$$VF = \frac{P[(1+i)^n - 1]}{i}$$

A esta expresión se le conoce como *valor futuro* de las ASCVI, esta conformada por cuatro variables, de las cuales conociendo tres se puede calcular la cuarta.

Para encontrar P :

$$P = \frac{VF i}{(1+i)^n - 1}$$

Para encontrar n :

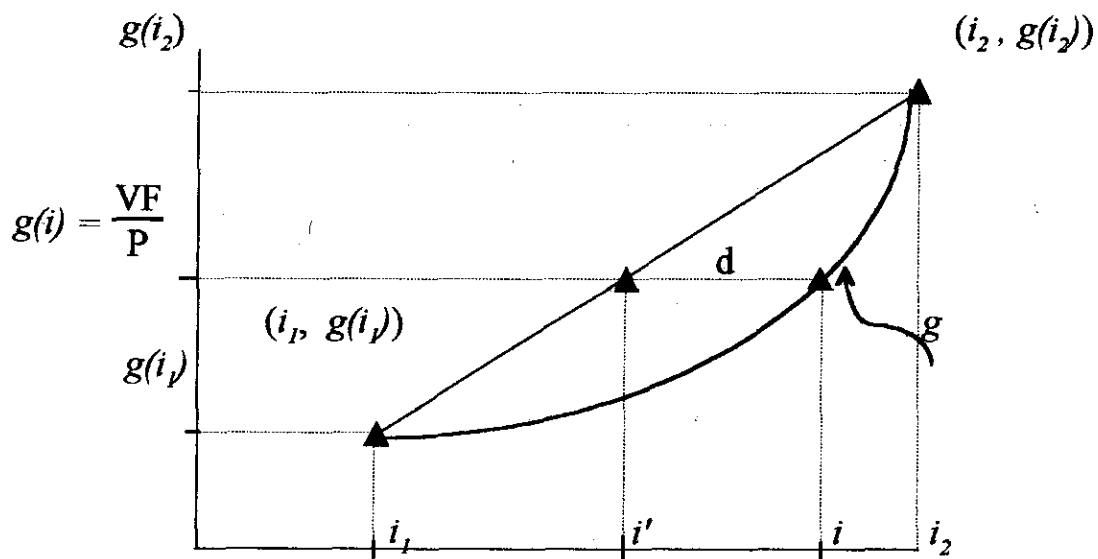
$$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{VF i}{P} + 1 \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

Los valores fraccionarios de n deben interpretarse cuidadosamente .

Para encontrar i es necesario hacer la aproximación de una función no lineal a una recta. De la fórmula del valor futuro de una ASCVI se obtendrá $g(i)$ que representa la función no lineal que debe aproximarse a una recta.

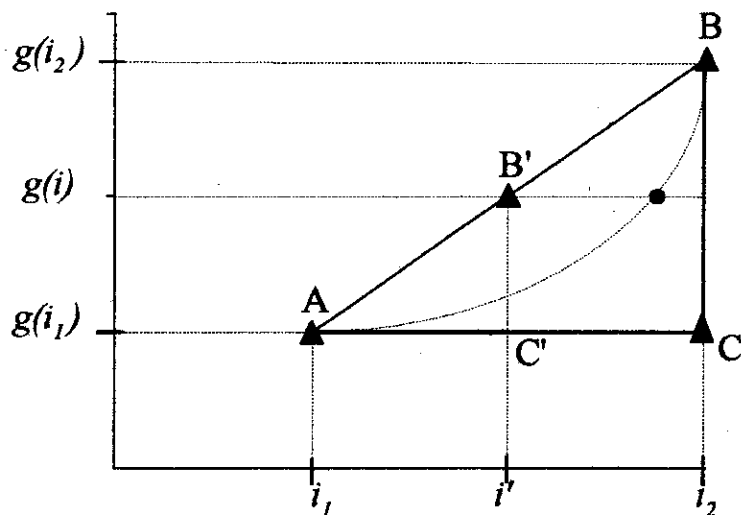
$$VF = \frac{P[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$\frac{VF}{P} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} = g(i)$$



Al valor más próximo a i se le denomina i' ; los valores i_1 e i_2 forman parte de una recta que al ir tomando valores cada vez más cercanos a i , se reduce la distancia d lo cual indica que i' se aproxima a i .

El valor de i' se localiza con la ayuda de la siguiente gráfica y la obtención de una proporción basada en los triángulos $AB'C'$ y ABC .



$$\frac{g(i) - g(i_1)}{g(i_2) - g(i_1)} = \frac{i' - i_1}{i_2 - i_1}$$

A excepción de i' todos los valores son conocidos, por lo que la mejor aproximación a i es:

$$i \cong i' = \left[\frac{g(i) - g(i_1)}{g(i_2) - g(i_1)} \right] (i_2 - i_1) + i_1$$

donde:

$$g(i_1) = \frac{(1+i_1)^n - 1}{i_1}$$

$$g(i_2) = \frac{(1+i_2)^n - 1}{i_2}$$

$$g(i) = \frac{VF}{P}$$

i_1 e i_2 son valores muy cercanos tales que

$$g(i_1) < g(i) < g(i_2), \quad \frac{VF}{P} = g(i)$$

Ejemplo 3.4.-

Utilizando el ejemplo 3.3 encontrar:

- a) El valor futuro (VF),
- b) el número de períodos de pago (n),
- c) la tasa (i)

$$a) VF = \frac{P[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$VF = \frac{31.72 [(1+.05)^3 - 1]}{.05}$$

$$VF = 99.99$$

$$b) n = \frac{\text{Log} \left[\frac{VF}{P} + 1 \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{100(.05)}{31.72} + 1 \right]}{\text{Log}(1+.05)}$$

$$n = 3$$

$$c) i \cong i' = \left[\frac{g(i) - g(i_1)}{g(i_2) - g(i_1)} \right] (i_2 - i_1) + i_1$$

$$i_2 = .051$$

$$i_1 = .049$$

$$g(i_2) = \frac{(1+.052)^3 - 1}{.051} = 3.155$$

$$g(i_1) = \frac{(1 + .049)^3 - 1}{.049} = 3.149$$

$$g(i) = \frac{100}{31.72} = 3.152$$

$$g(i_1) < g(i) < g(i_2)$$

$$3.149 < 3.152 < 3.155$$

$$i' = \left(\frac{3.152 - 3.149}{3.155 - 3.149} \right) (.051 - .049) + .049$$

$$i' = .05 = i$$



BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

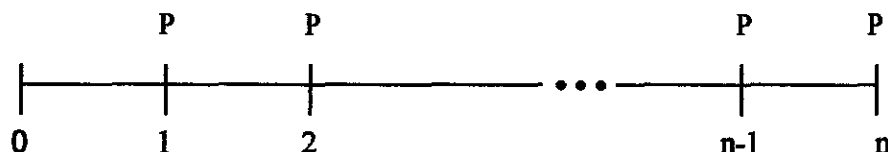
EL SABER DE NIÑOS
PARA MI GRANDEZA

3.3.-ANUALIDADES SIMPLES CIERTAS ANTICIPADAS (ASCAI)

La diferencia entre estas anualidades y las estudiadas anteriormente, es que los pagos iguales y periódicos se efectúan al principio del primer período, continuando así hasta llegar a la fecha estipulada.

Se presenta el siguiente diagrama para comprender mejor la diferencia entre las ASCVI y ASCAI.

ANUALIDAD VENCIDA



ANUALIDAD ANTICIPADA



Es común ver estas anualidades en negocios de alquiler, pues éste se paga al principio del período; puede ser que se quiera pagar la renta generada en un año de una casa al momento de hacer el contrato, por lo que es necesario conocer el valor actual de los pagos, o quizás se desee conocer que cantidad se tendrá ahorrada en una cuenta bancaria haciendo depósitos regulares e iguales durante 6 meses, para este caso se necesita conocer el valor futuro de los pagos.

Como se ha visto para las ASCAI, es importante también poder calcular el valor actual y el valor futuro, que se obtendrán a partir de las fórmulas para las ASCVI.

Si en una ASCAI no se toma en cuenta el primer pago, queda una ASCVI a pagar durante $n-1$ periodos.



Quedando expresado el valor actual de esos pagos como:

$$\frac{P \left[1 - (1+i)^{-n+1} \right]}{i}$$

A este valor se le suma el primer pago P que se le quito y se obtiene así el valor actual de una ASCAI con P pagos por periodo, a una tasa i pagadera durante n periodos.

$$VA = P \left[\frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} + 1 \right]$$

Para calcular el pago por periodo se empleará la siguiente expresión:

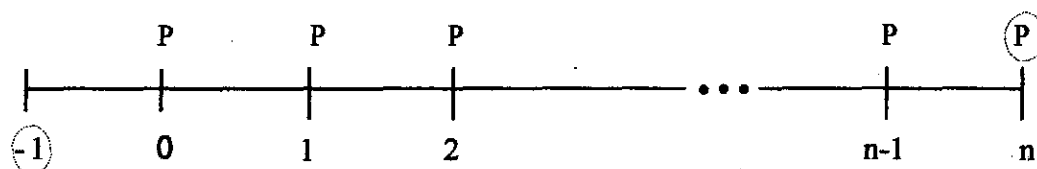
$$P = \frac{VA}{\left[\frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} + 1 \right]}$$

Y para calcular el número de periodos de pago se utiliza:

$$n = 1 - \frac{\text{Log} \left[\left(1 - \frac{VA}{P} \right) i + 1 \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

Para calcular la tasa por periodo i se seguirá el mismo procedimiento de aproximación que se utilizó para las ASCVI, ver las páginas 102 y 103.

Ahora bien si lo que se requiere es conocer el valor futuro de una ASCAI, agregemos un pago P en el período n y consideremos un período mas al inicio de la anualidad.



Considerando estos cambios ahora se tiene una ASCVI con $n+1$ períodos de pago y su valor futuro se expresa:

$$\frac{P \left[(1+i)^{n+1} - 1 \right]}{i}$$

A este valor se le quita el pago P que se agregó y queda expresado el valor futuro de una ASCAI con P pagos por período, con una tasa i pagadera durante n períodos.

$$VF = P \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$$

Para calcular el pago por período se emplea:

$$P = \frac{VF}{\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1}$$

Para calcular el número de períodos de pagos se emplea:

$$n = \frac{\text{Log} \left[\left(\frac{VF}{P} + 1 \right) i + 1 \right]}{\text{Log}(1+i)} - 1$$

Para calcular la tasa por período i , se seguirá el el procedimiento de aproximación que se utilizó para las ASCVI (ver página 102 y 103).

Ejemplo 3.5.-

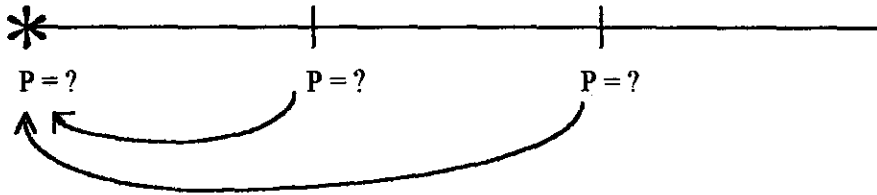
Resolver el ejemplo 3.1, con los pagos al principio de cada mes.

La representación gráfica de este problema es:

FECHA DE
COMPARACION
DE CAPITAL

LA TASA POR PERIODO ES: $i = \frac{60\%}{12}$

VA = 100



$$P = \frac{VA}{\left[\frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} + 1 \right]}$$

$$P = \frac{100}{\frac{1 - (1+.05)^{-2}}{.05} + 1}$$

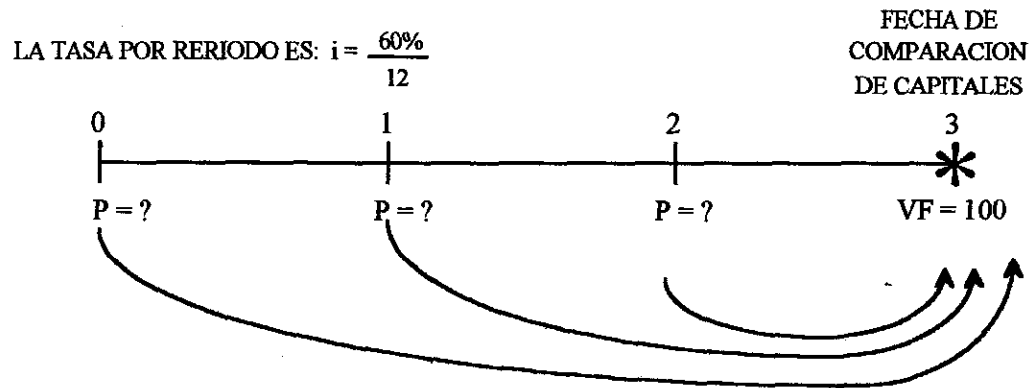
$$P = 34.97$$

Si la compañía paga 34.97 pesos al inicio de los 3 primeros meses, pagará el total de su deuda.

Ejemplo 3.6.-

Resolver el ejemplo 3.3 con los depósitos hechos al inicio de cada mes.

La representación gráfica de este problema es:



$$P = \frac{VF}{\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1}$$

$$P = \frac{100}{\frac{(1+.05)^4-1}{.05}-1}$$

$$P = 30.21$$

Se requiere depositar 30.21 pesos mensualmente para tener 100 pesos en tres meses.

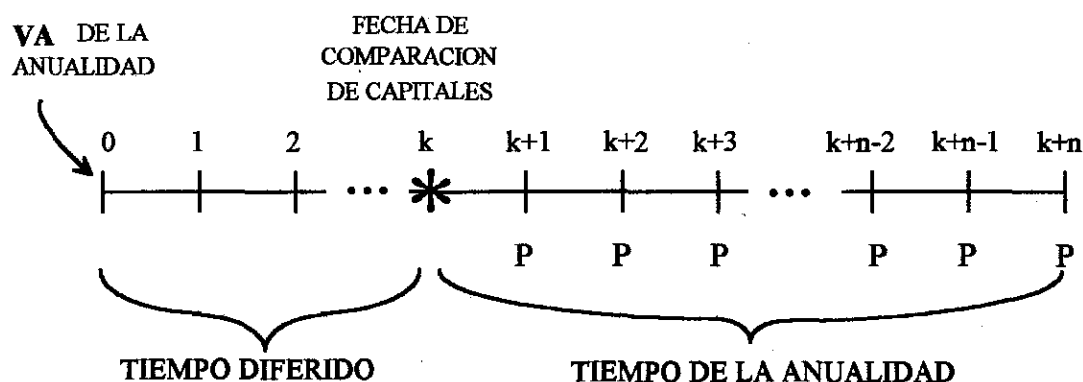
3.4.-ANUALIDADES SIMPLES CIERTAS VENCIDAS DIFERIDAS (ASCVD)

La característica de esta anualidad es que el inicio de la misma no coincide con la fecha del primer pago.

Un caso muy común en este tipo de anualidad es cuando se vende algún producto en pagos, dando el primero de ellos después de un tiempo de haber realizado la compra.

Las anualidades diferidas pueden ser vencidas o anticipadas, aquí se estudiarán solo las vencidas, de manera que, al hablar de una anualidad diferida se supone que es vencida.

La gráfica para una ASCVI es



Donde k es el número de períodos que se difiere el pago y n los períodos de la anualidad.

Para calcular el valor actual se utiliza como fecha de comparación de capitales el final del período k , donde se iguala el valor futuro del valor actual de la anualidad con el valor actual de los pagos.

$$VA(1+i)^k = \frac{P[1-(1+i)^{-n}]}{i}$$

$$VA = P(1+i)^k \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right]$$

El valor futuro para una ASCVD es igual al calculado para una ASCVI.

$$VF = P \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Para calcular el pago solo se despeja P de la fórmula para el valor actual.

$$P = A(1+i)^k \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \right]$$

Es poco frecuente pero podría suceder querer conocer el tiempo diferido o el tiempo de la anualidad.

Para el tiempo diferido se usa:

$$k = \frac{\text{Log} \left[\frac{P(1-(1+i)^{-n})}{VAi} \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

Para el tiempo de la anualidad:

$$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{P}{P-VAi(1+i)^k} \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

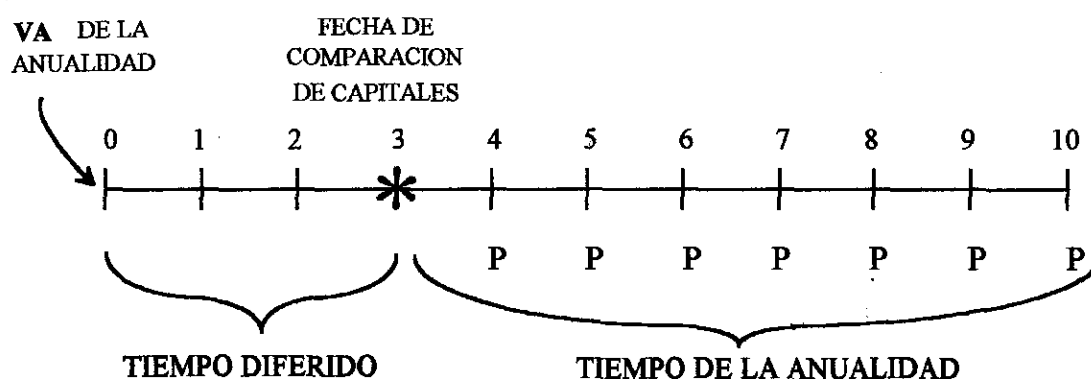
Para el cálculo de la tasa que rara vez, en la práctica se presenta el quererla calcular, se emplean las fórmulas que hemos estudiado resolviéndose en la mayoría de los casos por interpolación.

$$\frac{VA}{P} = \frac{(1+i)^{-k}(1-(1+i)^{-n})}{i}$$

Ejemplo 3.7.-

Un empleado universitario solicita un préstamo en la caja de ahorros por el cual puede pagar 10,000 pesos anuales durante 7 años, realizando el primer pago al finalizar el 4to año después de recibir el dinero. Considerando una tasa nominal del 5%, ¿cuánto se le puede prestar?

La gráfica de este problema se presenta a continuación



Lo que aquí se quiere conocer es el valor actual de la anualidad, el cual se calcula:

$$VA = P(1+i)^{-k} \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$VA = 10000(1+.05)^{-3} \left[\frac{1-(1+.05)^{-7}}{.05} \right]$$

$$VA = 49,984.86$$

Ejemplo 3.8.-

Con la información del ejemplo 3.7 calcular:

- a) Los pagos diferidos.
- b) El tiempo diferido.
- c) El tiempo de la anualidad.
- d) La tasa de la operación.

$$a) P = VA(1+i)^k \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \right]$$

$$P = 49984.86(1+.05)^3 \left[\frac{.05}{1-(1+.05)^{-7}} \right]$$

$$P = 10000$$

$$b) k = \frac{\text{Log} \left[\frac{P(1-(1+i)^{-n})}{VAi} \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

$$k = \frac{\text{Log} \left[\frac{10000 [1-(1+.05)^{-7}]}{49984.86(.05)} \right]}{\text{Log}(1+.05)}$$

$$k = 2.99$$

$$c) n = \frac{\text{Log} \left| \frac{P}{P-VAi(1+i)^k} \right|}{\text{Log}(1+i)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left| \frac{10000}{10000 - (49984.86)(.05)(1+.05)^3} \right|}{\text{Log}(1+.05)}$$

$$n = 7$$

$$d) \frac{VA}{P} = \frac{(1+i)^{-k}(1-(1+i)^{-n})}{i}$$

$$\frac{VA}{P} = \frac{49984.86}{10000} = 4.998$$

se evaluarán valores de i para encontrar el que más se aproxime a 4.998

$$i_1 = .02 \text{ ----- } 6.09$$

$$i_2 = .04 \text{ ----- } 5.335$$

$$i_3 = .06 \text{ ----- } 4.687$$

entre i_2 e i_3 se encuentra el valor para i , que de un valor mas cercano

$$i_4 = .05 \text{ ----- } 4.998$$

por lo que la tasa de la operación es:

$$i = .05 = 5\%.$$

3.5.- RENTAS PERPETUAS

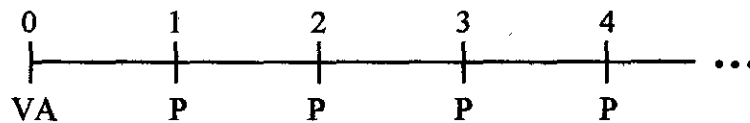
Una renta perpetua es una anualidad cuyo plazo no tiene fin; un ejemplo clásico es el establecimiento de fondos para la beneficencia, pues generan un pago que se efectúa indefinidamente, también los fondos creados para las reposiciones periódicas de los servicios de una comunidad son rentas perpetuas.

Se originan pues, según las necesidades diversos tipos de rentas perpetuas, tales como rentas perpetuas simples ordinarias, anticipadas, diferidas, etc.

Ya que los pagos de una renta perpetua nunca terminan es imposible calcular el valor futuro de las mismas.

3.5.1.-VALOR ACTUAL DE UNA RENTA PERPETUA SIMPLE ORDINARIA

Si consideramos a P como los pagos realizados al final de cada periodo, el esquema es el siguiente:



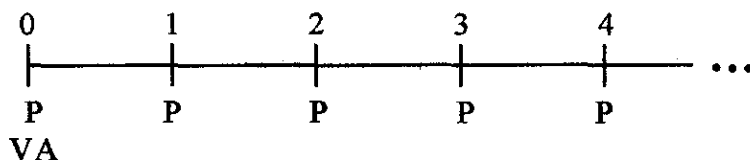
Se deduce que el valor actual de la renta perpetua es aquella cantidad que en un periodo, produce como intereses el pago P, es decir:

$$P = VAi$$

$$VA = \frac{P}{i}$$

3.5.2.- VALOR ACTUAL DE LAS RENTAS PERPETUAS SIMPLES ANTICIPADAS

La diferencia entre estas rentas y las anteriores, es el pago inmediato que se realiza, el esquema para este caso es el siguiente:



Y como ya se dijo que la diferencia es el 1er. pago, para obtener el valor actual de una renta perpetua anticipada solo sumamos ese primer pago, quedando expresado el valor actual de la siguiente manera:

$$VA = \frac{P}{i} + P$$

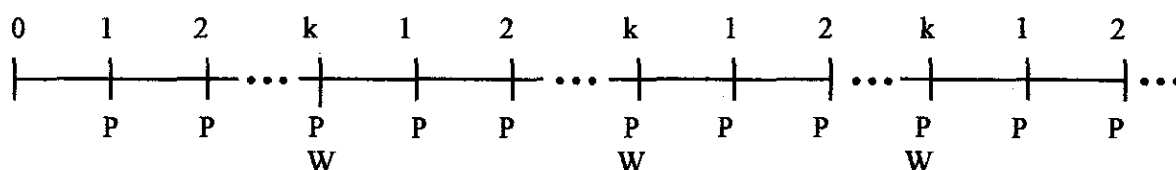
Si el pago que se debe realizar al inicio es diferente a los demas pagos se tiene para el valor actual.

$$VA = W + \frac{P}{i}$$

3.5.3.- VALOR ACTUAL DE LAS RENTAS PERPETUAS, A PAGAR AL FINAL DE CADA CIERTO NUMERO DE PERIODOS DE CAPITALIZACION

La reposición o reparación de los servicios creados para las poblaciones son un ejemplo claro de este tipo de rentas perpetuas, puesto que estos activos (puentes, vías férreas, etc.) deben ser reparados o remplazados periódicamente e indefinidamente, el costo de las sustituciones constituye una renta perpetua.

El siguiente diagrama muestra este tipo de renta, en donde W representa el costo de la reposición.



Se toma a W como el valor futuro de los P pagos, realizados al final de cada período de capitalización.

En la expresión obtenida para el valor futuro de los pagos en una ASCVI, (ver pág.107) sustituyamos el valor futuro por el costo de la reposición ($VF = W$) y el tiempo de la anualidad, por el número de períodos de capitalización transcurridos, para hacer el pago de la reposición ($n = k$).

Quedando finalmente el valor futuro de los k pagos expresado como:

$$W = \frac{P [(1+i)^k - 1]}{i}$$

De donde se deduce que el pago es:

$$P = \frac{Wi}{(1+i)^k - 1}$$

Así el valor actual para estas rentas lo obtenemos sustituyendo en la fórmula $VA = P \cdot 1/i$ (el valor de P).

$$VA = \frac{Wi}{(1+i)^k - 1} \cdot \frac{1}{i}$$

$$VA = \frac{W}{(1+i)^k - 1}$$

Ejemplo 3.9.-

Un club social desea establecer un fondo que genere 100,000 pesos anuales a perpetuidad, que seran entregados cada fin de año a una institución de beneficencia infantil. Si la tasa de interés utilizada para el fondo es del 12%, ¿qué cantidad debe donar este club social?

$$VA = P \cdot \frac{1}{i}$$

$$VA = 100000 \left[\frac{1}{.12} \right]$$

$$VA = 833,333.33$$

La cantidad que se requiere depositar para este fondo es de 833,333.33 pesos

Ejemplo 3.10.-

Cierta persona hace una donación a una universidad de la siguiente manera: 500,000 pesos para reparación y ampliación de la infraestructura universitaria y 50,000 pesos anuales para su constante mantenimiento. Que cantidad fué donada si la tasa de interés es del 10%.

$$VA = W + \frac{P}{i}$$

$$VA = 500000 + \frac{50000}{.10}$$

$$VA = 1000000$$

La donación fué de 1,000,000 de pesos.

Ejemplo 3.11.-

Una comunidad crea un fondo para poder sufragar los gastos que realizan en los festejos de su santo patrono, los cuales ascienden a 60,000 pesos cada 5 años. ¿Qué cantidad necesitaron poner en el fondo, si la tasa de interés es del 8%?

$$VA = \frac{W}{(1+i)^k - 1}$$

$$VA = \frac{60000}{(1+.08)^5 - 1}$$

$$VA = 127,842.34$$

lo depositado en el fondo fué 127,842.34 pesos.

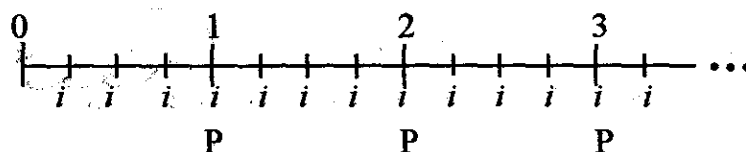
3.6.- ANUALIDADES GENERALES

Ya se han estudiado distintos casos de las anualidades, las que aquí estudiaremos son las anualidades generales, básicamente las anualidades generales ciertas vencidas inmediatas (AGCVI).

Las anualidades generales anticipadas y diferidas se resuelven utilizando los procedimientos de las secciones anteriores y los que se verán aquí.

Como se dijo en un principio en las anualidades generales el período de pago no coincide con el período de capitalización.

El esquema para estas anualidades es el siguiente:



En la gráfica se tiene a i como el período de capitalización y P como el período de pago.

Las anualidades generales se presentan en dos formas:

- 1.- El período de pago es más largo que el período de capitalización (ésta forma es la presentada en la gráfica anterior).
- 2.- El período de capitalización es más largo que el período de pago.

La forma más fácil de analizar estas dos situaciones para las anualidades generales, es transformandolas en anualidades simples; y después emplear las fórmulas ya obtenidas en las secciones anteriores para calcular los valores requeridos en las anualidades generales.

Los procedimientos para cambiar una anualidad general a una anualidad simple son:

1.- Encontrar la tasa de interés equivalente.

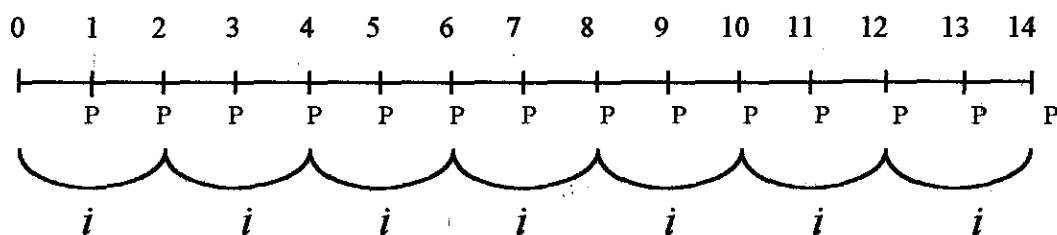
2.- Encontrar el pago periódico equivalente.

El problema radica esencialmente en encontrar la tasa equivalente o encontrar el pago equivalente; ya que si se tienen pagos anuales y una tasa mensual no se puede hacer directamente nada, es aquí donde se decide que hacer, si los pagos los cambio a mensuales para usar la tasa mensual dada o si la tasa la convierto en una anual, para usar los pagos anuales. El procedimiento que se utilice dará el mismo resultado.

Una vez utilizado el procedimiento que se presente más fácil para el lector, se tendrá una anualidad simple que se resuelve con lo visto en las secciones anteriores.

Ejemplo 3.12.-

Encontrar el valor actual y el valor futuro de 14 pagos mensuales de 20,000 pesos, si la tasa nominal es de 40% capitalizable bimestralmente.



En este ejemplo el período de capitalización es más largo que el período de pago; utilizaremos los dos procedimientos para cambiar esta anualidad general a una anualidad simple.

a) Encontrando la tasa de interés equivalente.

$$i = \frac{J}{m} = \frac{.40}{6} = .0666$$

En base a esta tasa bimestral, obtendremos la tasa efectiva

$$(1 + i_e) = (1 + \frac{.40}{6})^6$$

$$i_e = .4728$$

en base a esta tasa efectiva, obtenemos la tasa mensual,

$$(1 + .4728) = (1 + \frac{J}{12})^{12}$$

$$i = \frac{J}{12} = .0327$$

$$J = .3935 = 39.35\% \text{ (tasa nominal).}$$

Una vez encontrada la tasa mensual y utilizando el período de pago mensual, se calculará el valor futuro y el valor actual empleando para ello lo estudiado para las ASCVI.

$$P = 20,000 \text{ (pago mensual)}$$

$$i = .0327 \text{ (tasa mensual)}$$

$$n = 14$$

$$VA = ?$$

$$VF = ?$$

$$VF = P \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$VA = P \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$VF = 20000 \left[\frac{(1 + .0327)^{14} - 1}{.0327} \right]$$

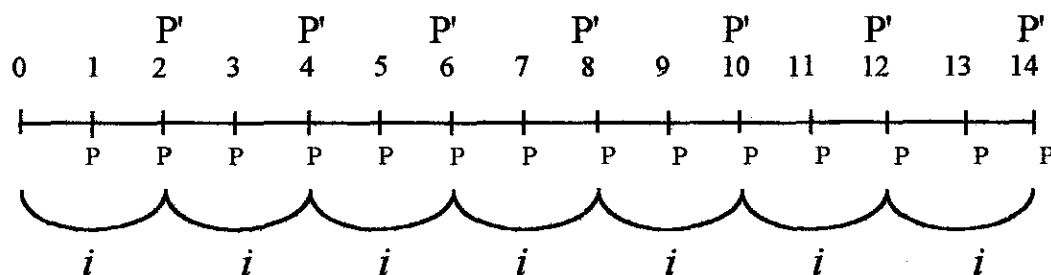
$$VA = 20000 \left[\frac{1 - (1 + .0327)^{-14}}{.0327} \right]$$

$$VF = 348,272.76$$

$$VA = 221,675.88$$

b) Encontrando el pago equivalente.

Se calcula primeramente el valor futuro de los pagos hasta el 1er. período de capitalización (P'), que es el pago que coincide con el período de capitalización.



$$P' = VF = P \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = 20000 \left[\frac{(1+.0327)^2 - 1}{.0327} \right]$$

$$P' = 40655.91$$

40,655.91 es el pago bimestral de la operación, es pues, el pago equivalente, se ha logrado tener el período de pago igual al período de capitalización.

$$n = 14 \text{ meses} = 7 \text{ bimestres}$$

$$VA = ?$$

$$i = \frac{40}{6} = .0666 \text{ (tasa bimestral)}$$

$$VF = ?$$

$$P = 40655.91 \text{ (pago bimestral)}$$

$$VF = P \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$VA = P \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$VF = 40655.9 \left[\frac{(1+.0666)^7 - 1}{.0666} \right]$$

$$VA = 40655.9 \left[\frac{1 - (1+.0666)^{-7}}{.0666} \right]$$

$$VF = 348,272.76$$

$$VA = 221,675.88$$

3.6.1.-PAGO DE UNA ANUALIDAD GENERAL CIERTA VENCIDA INMEDIATA

En el caso de querer calcular el pago en una anualidad general, es necesario obtener su anualidad simple equivalente y como lo que buscamos es el pago, encontraremos pues, la tasa equivalente.

Ejemplo 3.13.-

Utilizando la información del ejemplo 12, calcular:

- a) Los pagos en base al valor actual.
- b) El plazo en base al valor futuro.
- c) La tasa empleando el valor actual.

a) $VA = 221675.88$

$n = 14$ meses

$$i = \frac{J}{m} = \frac{.40}{6}$$

$i = .0666$ (tasa bimestral)

$$i_e = (1 + .0666)^6 - 1$$

$i_e = .47234$ (tasa efectiva)

$$i = \frac{J}{m} = (1 + .4723)^{1/12} - 1$$

$i = .0327$ (tasa mensual)

$$P = \frac{VAi}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$P = \frac{(221675.88)(.0327)}{1 - (1 + .0327)^{-14}}$$

$P = 19999.99$

$$b) n = \frac{\text{Log} \left[\frac{VFi}{P} + 1 \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{(348272.76)(.0327)}{20000} + 1 \right]}{\text{Log}(1+.0327)}$$

$$n = 14$$

$$c) f(i) = \frac{VA}{P} = \frac{221675.88}{20000} = 11.083$$

$$f(i) = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$i_1 = .035$$

$$f(i_1) = \frac{1 - (1+.035)^{-14}}{.035} = 10.92$$

$$i_2 = .03$$

$$f(i_2) = \frac{1 - (1+.03)^{-14}}{.03} = 11.29$$

$$i \cong i' = \frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)}(i_2 - i_1) + i_1$$

$$i' = \frac{11.08 - 10.92}{11.29 - 10.92}(.03 - .035) + .035$$

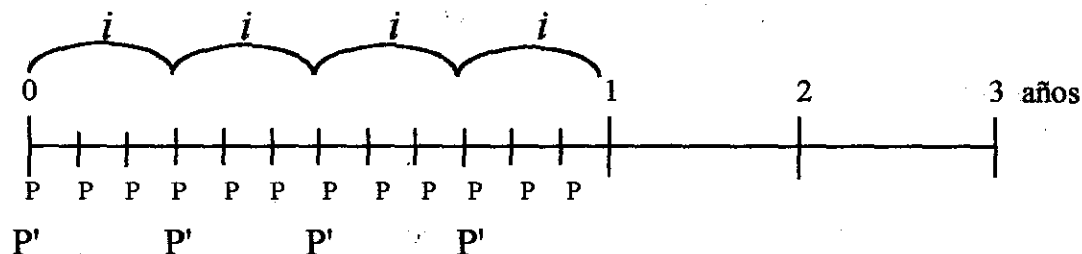
$$i \cong i' = .0328$$

3.7.- ANUALIDADES GENERALES ANTICIPADAS

En estas anualidades al igual que en las simples anticipadas, lo que las caracteriza son los pagos o depósitos que se efectúan al principio de cada período de pago; y como ya se ha mencionado se requiere transformar la anualidad general en una ASCVI equivalente, de la misma forma que se ha venido realizando.

Ejemplo 3.14.-

Un empleado realiza 12 depósitos el día primero de cada mes, si el banco establece una tasa del 12% capitalizable trimestralmente, calcule el valor futuro en tres años si los depósitos ascienden a 100 pesos.



Tasa trimestral

$$i = \frac{12}{4} = 3\%$$

Tasa mensual

$$i = \frac{11.88}{12} = .99\%$$

Se calcula primero el pago equivalente en un trimestre.

$$P' = VA = P \left[\frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} - 1 \right]$$

$$P' = VA = 100 \left[\frac{1 - (1+.009)^{-2}}{.009} - 1 \right]$$

$$P' = 297.06$$

Con el pago equivalente trimestral y la tasa trimestral, se calcula el valor futuro.

$$VF = P \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$$

$$VF = 297.06 \left[\frac{(1+.03)^{13} - 1}{.03} - 1 \right]$$

$$VF = 43442.48$$

El empleado tendrá a los 3 años 4,342.48 pesos.

Ejemplo 3.15.-

Con la información del ejemplo 3.14 calcular:

- a) Los pagos,
- b) el plazo;
- c) la tasa.

a) $VF = 4342.48$

Se necesita calcular la tasa equivalente mensual

$n = 36$ meses

$$i_e = (1 + \frac{.12}{4})^4 - 1 = .1255$$

$i = .03$ trimestral

$$\frac{J}{12} = (1 + .1255)^{1/12} - 1 = .0099$$

$P = ?$

$i = .0099$ mensual

$$P = \frac{VF}{\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}}$$

$$P = \frac{4342.48}{\frac{(1+.009)^{37} - 1}{.009}}$$

$$P = 99.99$$

$$b) n = \frac{\text{Log} \left[\left[\frac{VF}{P} + 1 \right] i + 1 \right]}{\text{Log}(1+i)} - 1$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[\left[\frac{4342.48}{100} + 1 \right] (.009) + 1 \right]}{\text{Log}(1+.009)} - 1$$

$$n = 35.99 \text{ meses}$$

$$c) \frac{VF}{P} = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 = f(i)$$

$$f(i) = 43.4248$$

$$i_1 = .01$$

$$f(i_1) = 43.50$$

$$i_2 = .007$$

$$f(i_2) = 41.06$$

$$i \cong \bar{i} = \frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)} (i_2 - i_1) + i_1$$

$$i \cong \bar{i} = \frac{4342.48 - 43.50}{41.06 - 43.50} (.007 - .01) + .01$$

$$\bar{i} = .009898$$

$$i \cong .00989$$

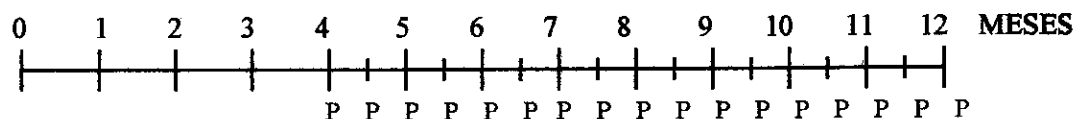
3.8.- ANUALIDADES GENERALES DIFERIDAS

La característica de esta anualidad es que el primer pago o depósito se efectúa en una fecha posterior al inicio de la misma, y como en todas las anualidades generales el período de pago y el de capitalización no coinciden.

Para trabajar con estas anualidades, se debe cambiar a una anualidad simple equivalente como ya se ha venido haciendo para su estudio y resolución.

Ejemplo 3.16.-

Una ama de casa planea remodelar su hogar, en la mueblería que visitó le ofrecieron todo lo que quería con un valor de 150,000 pesos al contado y se podía llevar todo en abonos, dando el primero 3 meses después de realizada la compra; la mueblería maneja una tasa nominal del 20% capitalizable mensualmente y ella desea dar los abonos restantes en forma quincenal. Si quiere liquidar su deuda en 5 años, ¿qué valor tomarán los pagos quincenales; si éstos se realizan por período vencido?



GRAFICA DEL PRIMER AÑO DE LA ANUALIDAD

$$VA = 150000$$

$$k = 3$$

$$n = 5$$

$$i = \frac{.20}{12} = .016 \text{ mensual}$$

Se calcula el valor futuro de la deuda en el 5to año.

$$VF = VA(1+i)^{60}$$

$$VF = 150000(1+.016)^{60}$$

$$VF = 404395.52$$

Se calcula la tasa efectiva,

$$i_e = \left(1 + \frac{.20}{12}\right)^{12} - 1 = .2193$$

y en base a esta tasa efectiva se calcula la tasa quincenal.

$$\frac{J}{24} = (1 + .2193)^{1/24} - 1 = .008$$

$$J = 19.91\%$$

Utilizando el valor futuro y la tasa quincenal obtenida se calculan los pagos quincenales.

$$P = \frac{VF i}{(1+i)^n - 1}$$

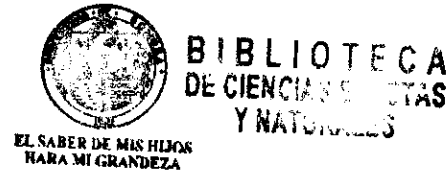
$$P = \frac{(404395.52)(.008)}{(1+.008)^{113} - 1}$$

$$P = 2172.99$$

El pago quincenal es de 2,172.99 pesos.

Observación:

Si lo que se requiere calcular es la tasa o el plazo (de la anualidad o el de diferimiento) se procede una vez obtenida la anualidad simple diferida, como en las secciones anteriores.



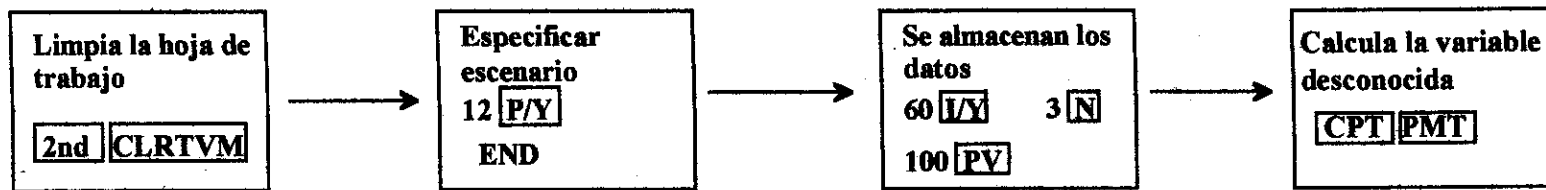
3.9.- USO DE LAS CALCULADORAS

Para el presente capítulo se utilizarán las hojas de trabajo *Time-Value-of-Money* y *Valor del Dinero en función del Tiempo*, de los modelos TEXAS INSTRUMENTS BAI Plus y HEWLETT-PACKARD HP-17B respectivamente, los cuales fueron explicados en el capítulo II (ver páginas 49 a 54 y 59 a 65).

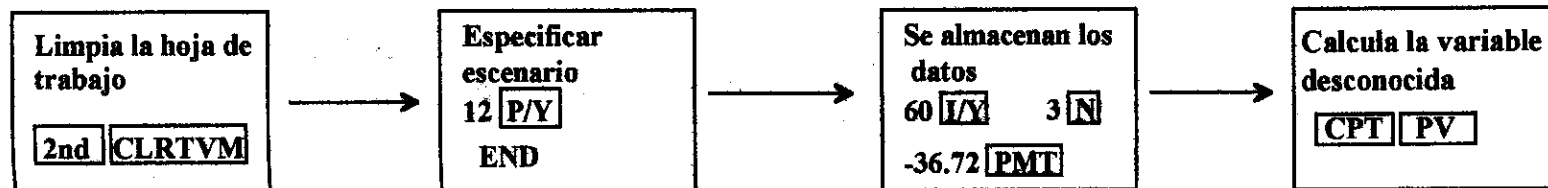
3.9.1.- Solución de problemas haciendo uso de la calculadora LA TEXAS INSTRUMENTS BAI Plus.

Con el propósito de exhibir el material de forma distinta para la calculadora TEXAS INSTRUMENTS BAI Plus, haremos uso de los diagramas de flujo.

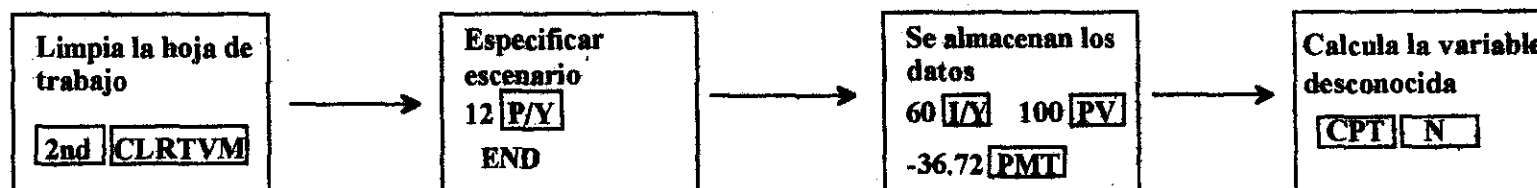
Ejemplo 3.1.-



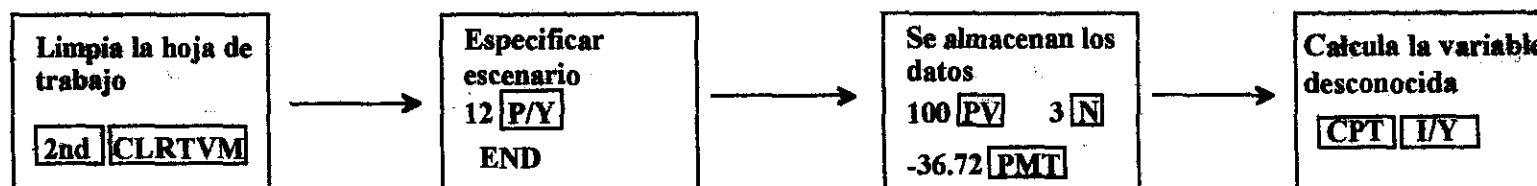
Ejemplo 3.2.- a)



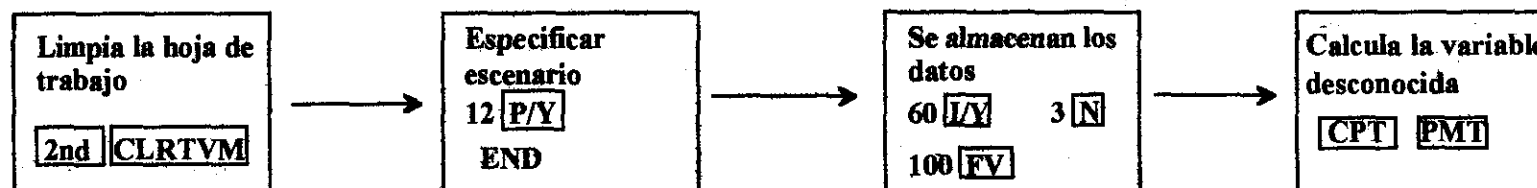
Ejemplo 3.2.- b)



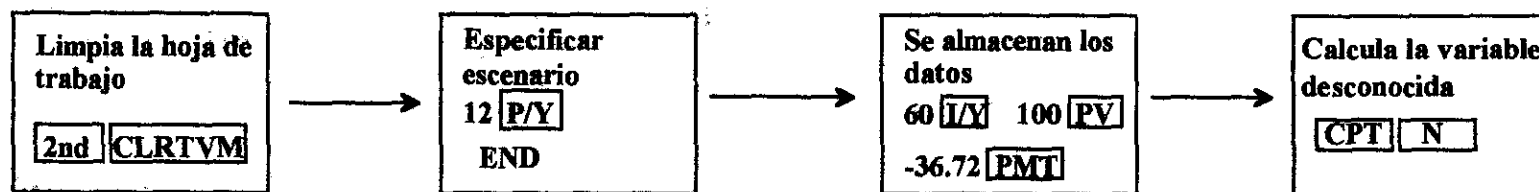
Ejemplo 3.2.- c)



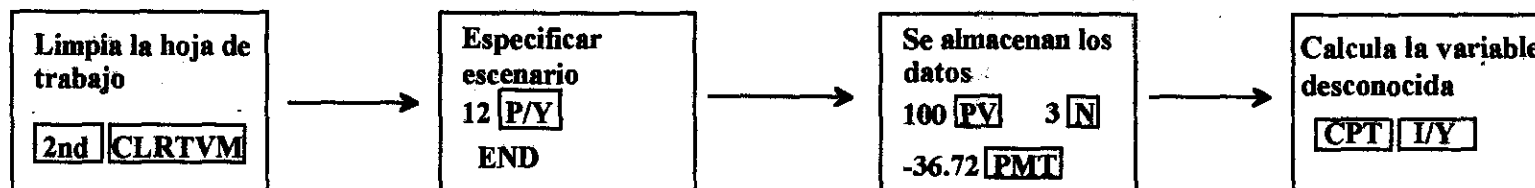
Ejemplo 3.3.-



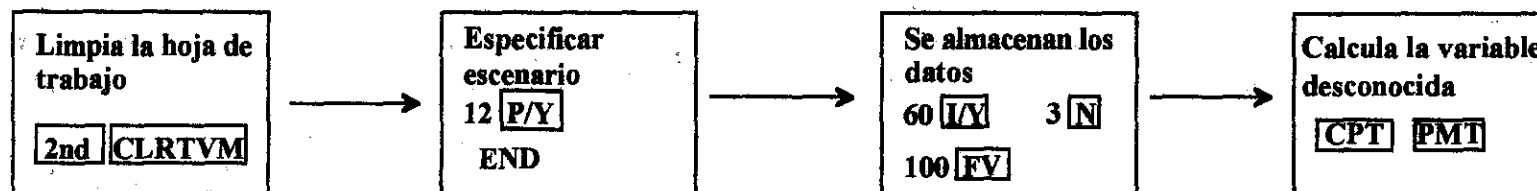
Ejemplo 3.2.- b)



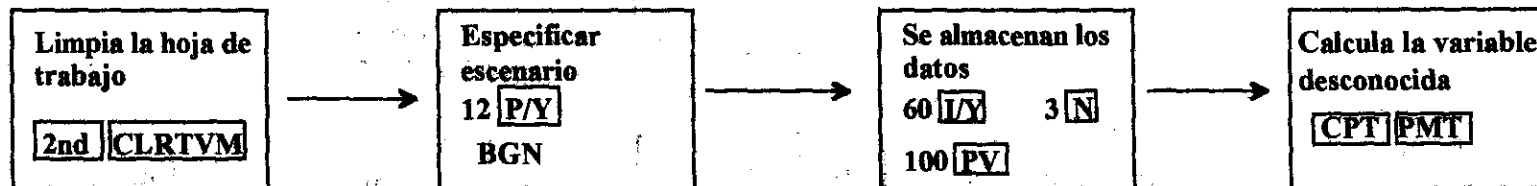
Ejemplo 3.2.- c)



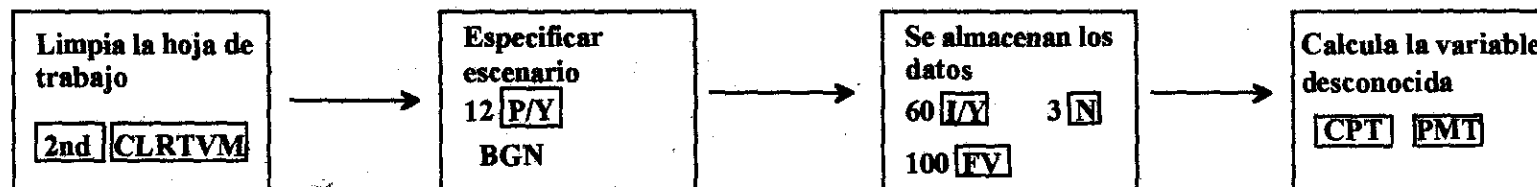
Ejemplo 3.3.-



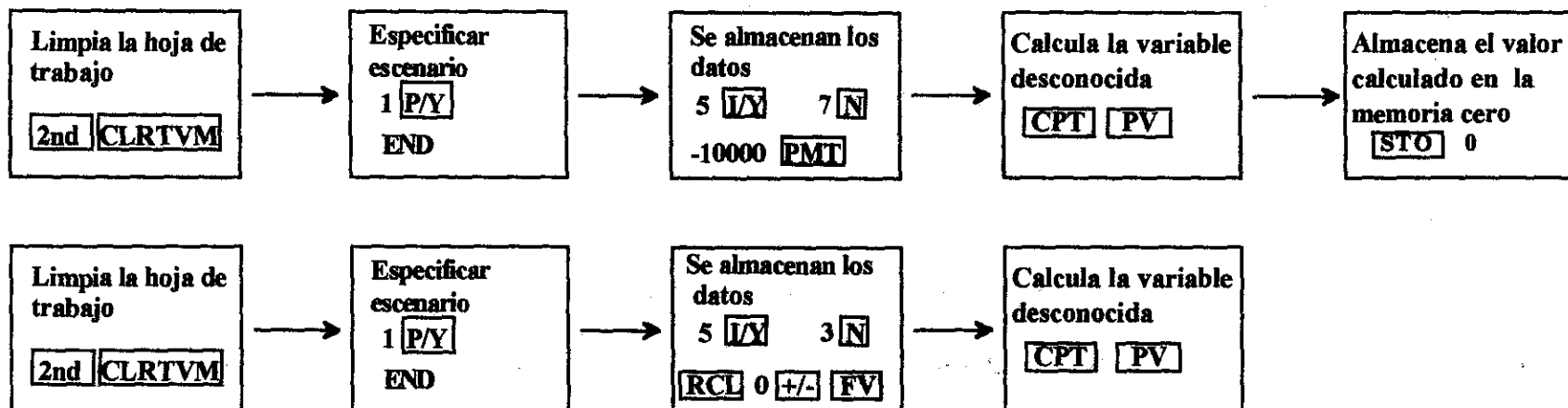
Ejemplo 3.5.-



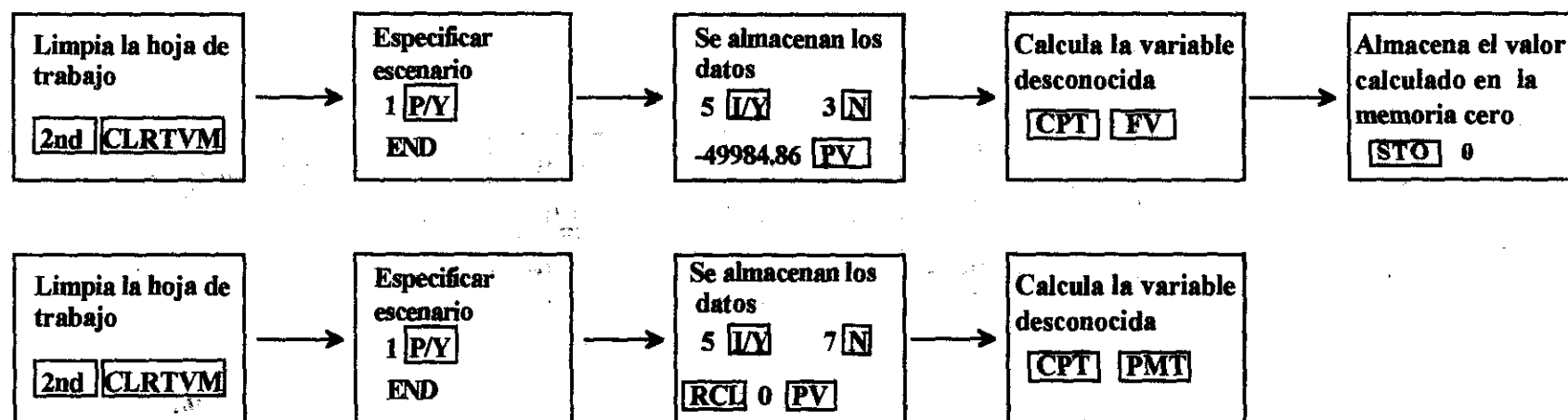
Ejemplo 3.6.-



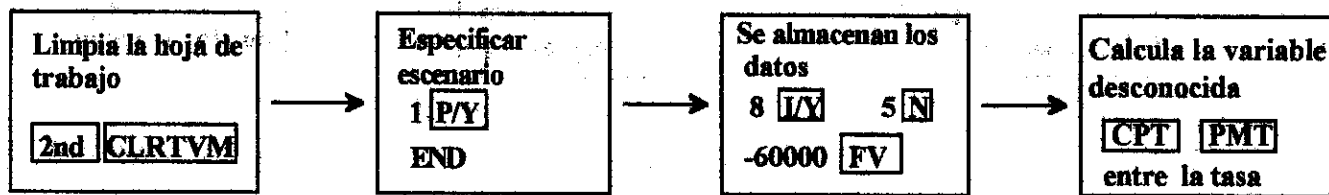
Ejemplo 3.7.-



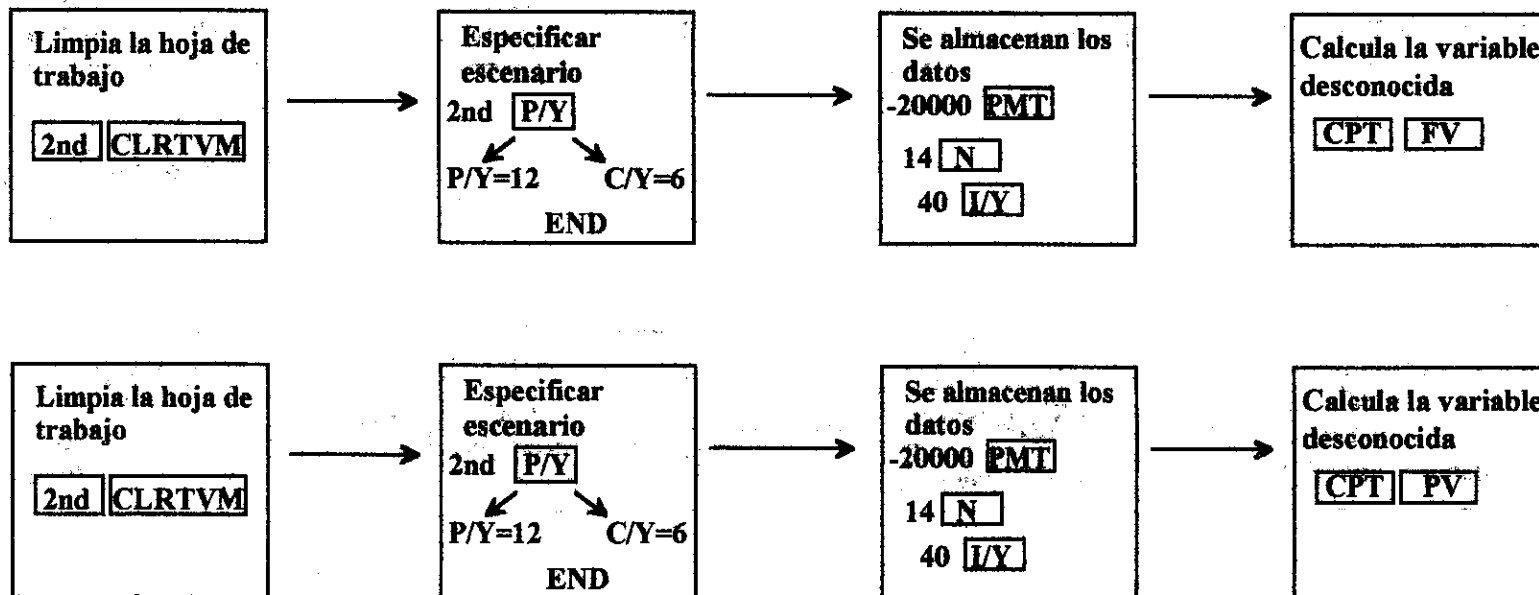
Ejemplo 3.8.- a)



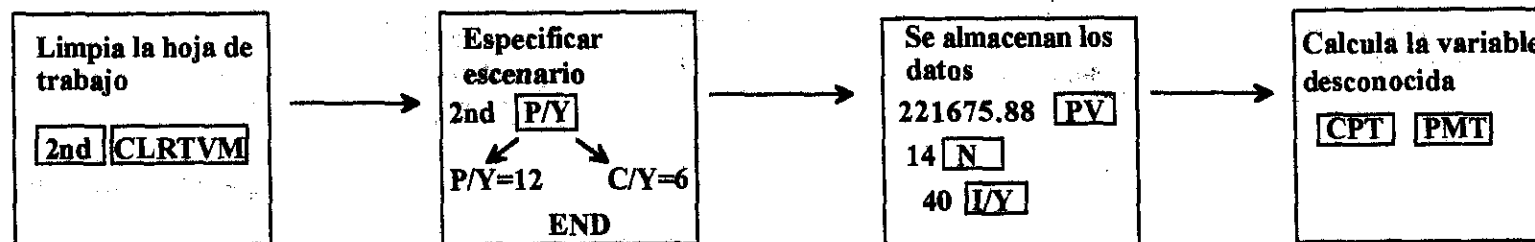
Ejemplo 3.11.-



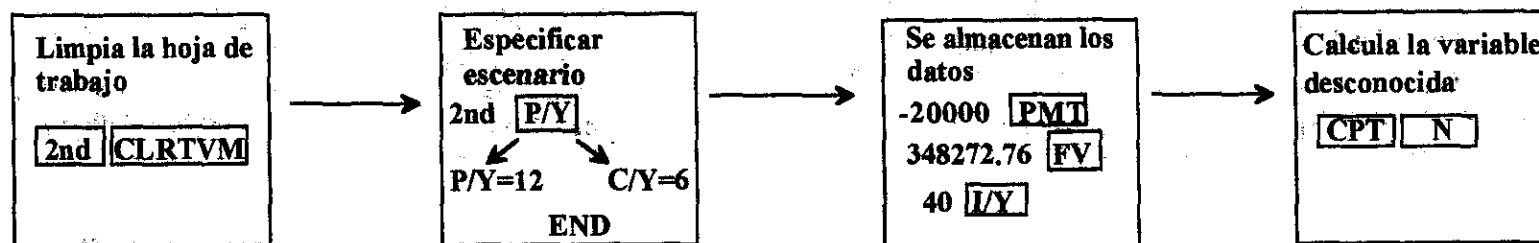
Ejemplo 3.12.-



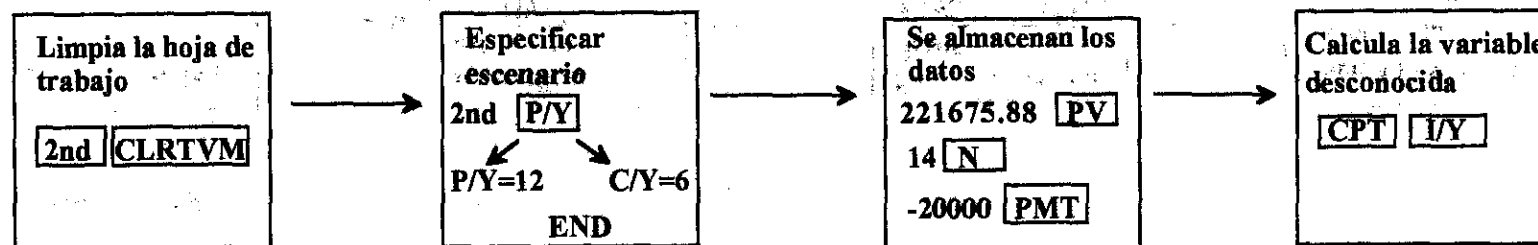
Ejemplo 3.13.- a)



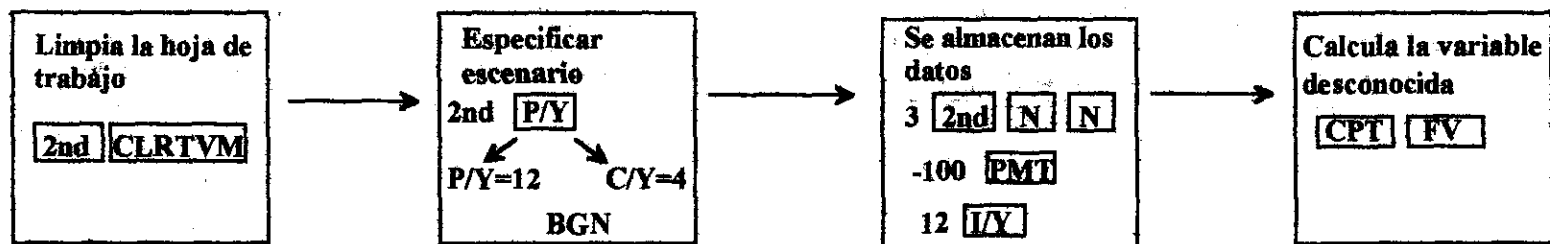
Ejemplo 3.13.- b)



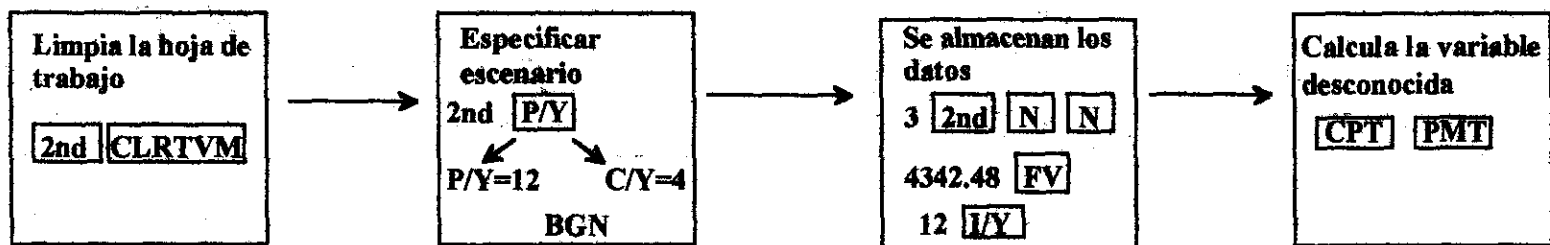
Ejemplo 3.13.- c)



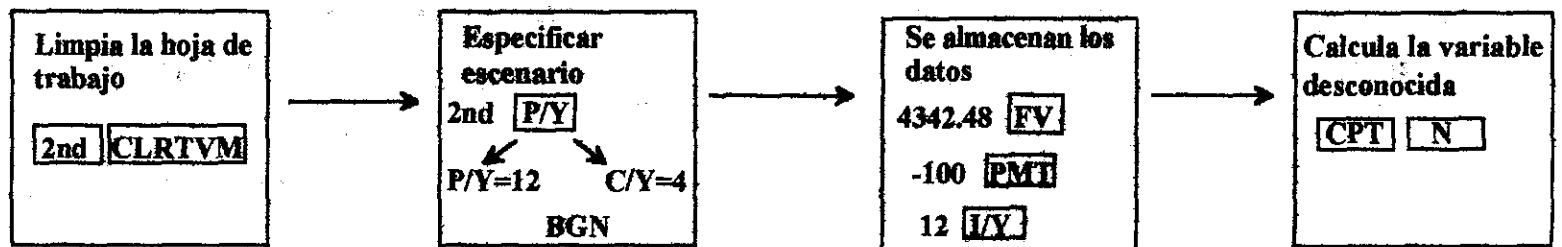
Ejemplo 3.14.-



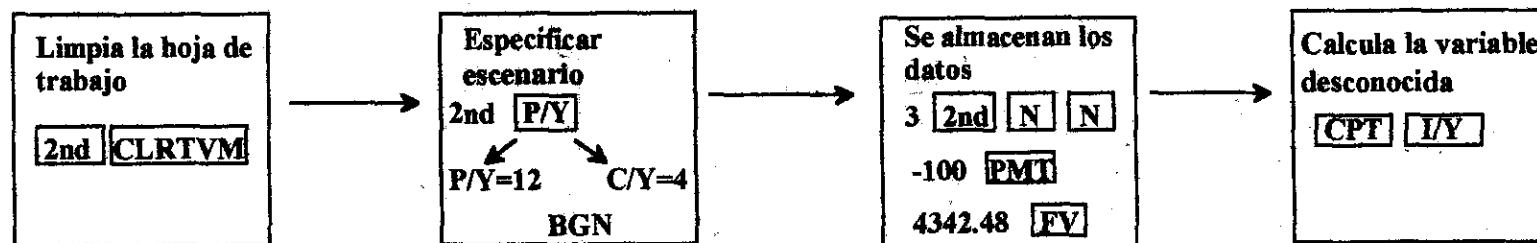
Ejemplo 3.15.- a)



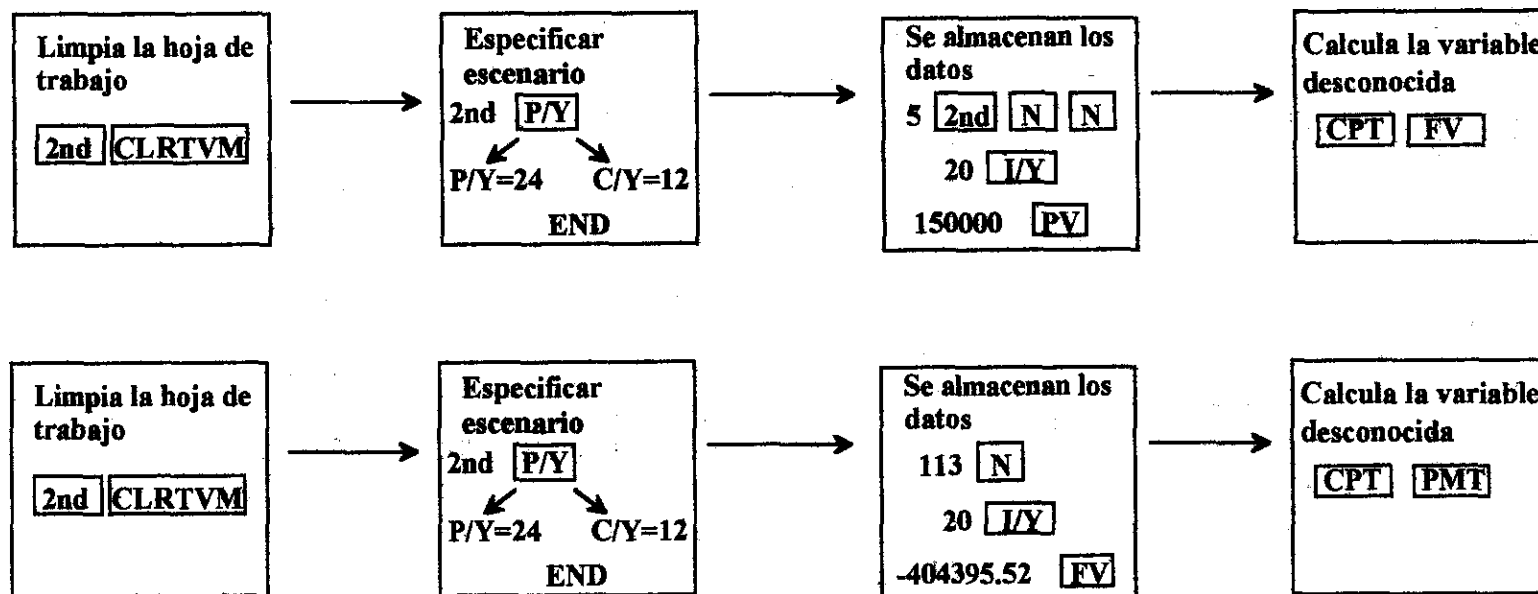
Ejemplo 3.15.- b)



Ejemplo 3.15.- c)



Ejemplo 3.16.-



3.9.2.- Solución de problemas empleando la calculadora HEWLETT - PACKARD.

Ejemplo 3.1.- Una compañía solicita un préstamo de 100 pesos con una tasa de 60% capitalizable mensualmente pagaderos a un año; por necesidades internas la compañía desea liquidar su deuda con 3 pagos iguales al finalizar cada uno de los tres primeros meses de efectuado el contrato. ¿A cuánto asciende cada pago?

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN	Selecciona el menú finanzas.	SELECCIONE UN MENU VDT CNVI F.CAJ BONG DEPRC
VDT	Selecciona el menú primario "Valor del dinero en función del tiempo".	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT.	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
3 N	Almacena 3 como el número de pagos.	N = 3 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
60 %IA	Almacena 60 como la tasa nominal.	%IA = 60 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
100 VA	Introduce 100 como valor actual.	V. A. = 100 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
PAGO	Calcula el pago.	PAGO = -36.7208564631 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

Si la compañía paga 36.72 pesos, al final de los 3 primeros meses, pagará el total de la deuda; el signo menos indica que la cantidad de dinero es pagada o depositada.*³

³ En este ejemplo no se requiere cambiar los pagos por año ya que la máquina presentaba el requerido para los pagos anuales.

Ejemplo 3.2.- Con ayuda del ejemplo 3.1 encontrar:

- El valor actual.
- El número de períodos de pago (n).
- La tasa (i).

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN VDT

Presenta el menú "Valor del dinero en función del tiempo".

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

3 **N**

Almacena 3 como número de pagos en la operación.

N = 3

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

60 **%IA**

Almacena 60 como la tasa nominal.

%IA = 60

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

36.7208564631

+/- PAGO

Almacena 36.72 como el pago (negativo).

PAGO = -36. 7208564631

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

VA

Calcula el valor actual.

V. A = 100

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN VDT

Presenta el menú "Valor del dinero en función del tiempo".

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

60 **%IA**

Almacena 60 como la tasa nominal.

%IA = 60

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

100 **VA**

Almacena 100 como valor actual.

V. A = 100

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
36.7208564631 +/- PAGO	Almacena 36.720856 como pago (negativo).	PAGO = -36. 7208564631 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
N	Calcula el número de pagos en la operación.	N = 3 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

c).-

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN VDT	Presenta el menú "Valor del dinero en función del tiempo".	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT.	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
100 VA	Almacena 100 como valor actual.	V. A = 100 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
3 N	Almacena el número de pagos en la operación.	N = 3 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
36.7208564631 +/- PAGO	Almacena el pago. (Negativo)	PAGO = -36. 7208564631 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
%IA	Calcula la tasa nominal.	%IA = 59. 9999999996 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
÷ 12 =	Se divide la tasa nominal ÷ el número de capitalizaciones por año, para obtener la tasa por período.*4	4. 99999999997 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

4

La tasa se expresa como un porcentaje.

Ejemplo 3.3.- En 3 meses se desea tener en una cuenta bancaria 100 pesos, ¿ qué valor tomarán los depósitos hechos al final de cada mes, si el banco maneja una tasa del 60% capitalizable mensualmente?

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA						
FIN VDT	Presenta el menú "Valor del dinero en función del tiempo".	12 NO. P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT.	12 NO. P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
100 VF	Almacena 100 como valor futuro.	V. F. = 100 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
60 %IA	Almacena 60 como la tasa nominal.	%IA = 60 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
3 N	Almacena 3 como el número de pagos en la operación.	N = 3 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
PAGO	Calcula el valor de los depósitos.	PAGO = -31. 7208564631 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			

Se necesita depositar 31.72 pesos al final de cada mes para tener 100 pesos en tres meses.

Ejemplo 3.4.- Utilizando el ejemplo anterior encontrar:

- El valor futuro
- El número de períodos de pago (n)
- La tasa (i).

a).-

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA						
FIN VDT	Presenta el menú "Valor del dinero en función del tiempo".	12 NO. P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT.	12 NO. P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			



TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

3 **N**

Almacena 3 como número de pagos en la operación.

N = 3

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

60 **%IA**

Almacena 60 como la tasa nominal.

%IA = 60

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

31.7208564631

+/- PAGO

Almacena 36.72 como el pago (negativo).

PAGO = -31. 7208564631

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

VF

Calcula el valor futuro.

V. F. = 99. 999999999999

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

b).-

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN VDT

Presenta el menú "Valor del dinero en función del tiempo".

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

60 **%IA**

Almacena 60 como la tasa nominal.

%IA = 60

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

100 **VF**

Almacena 100 como valor futuro.

V. F. = 100

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

31.7208564631

+/- PAGO

Almacena 36.720856 como pago (negativo).

PAGO = -31. 7208564631

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

N

Calcula el número de pagos en la operación.

N = 3

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

c).-

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN VDT

Presenta el menú "Valor del dinero en función del tiempo".

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

100 **VF**

Almacena 100 como valor futuro.

3 **N**

Almacena el pago. (Negativo)

31.7208564631

+/- PAGO

Almacena el número de pagos en la operación.

%IA

Calcula la tasa nominal.

÷ 12 =Se divide la tasa nominal el número de capitalizaciones por año, para obtener la tasa por período.*⁵**12 NO. P AÑO MODO FINAL**

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

V. F. = 100

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

N = 3

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

PAGO = -31. 7208564631

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

%IA = 60. 000000001

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

5. 00000000008

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

⁵ La tasa nominal se expresa como un porcentaje.

Ejemplo 3.5.- Resolver el ejemplo 3.1, con pagos al principio de cada mes.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN VDT	Presenta el menú "valor del dinero en función del tiempo.	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT.	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
OTRO	Da paso al segundo nivel.	12 NO. P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
INIC	Especifica pagos al inicio del período.	12 NO. P AÑO MODO INICIAL P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al 1er. nivel.	12 NO. P AÑO MODO INICIAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
3 N	Almacena 3 como el número de pagos.	N = 3 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
60 %IA	Almacena 60 como la tasa nominal.	%IA = 60 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
100 VA	Almacena 100 como valor actual.	V. A = 100 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
PAGO	Calcula el pago.	PAGO = -34. 9722442506 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

Si la compañía paga 34.97 pesos, al inicio de los tres primeros meses pagará el total de su deuda.

Ejemplo 3.6.- Resolver el ejemplo 3.3, con los depósitos hechos al inicio de cada mes.

228

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN VDT

Presenta el menú "valor del dinero en función del tiempo.

12 NO. P AÑO MODO FINAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

12 NO. P AÑO MODO FINAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

Las siguientes tres teclas se usan si la calculadora se encuentra en el modo final.

OTRO

Da paso al segundo nivel.

12 NO. P AÑO MODO FINAL					
P AÑ	INIC	FIN		AMRT	

INIC

Especifica pagos al inicio del periodo.

12 NO. P AÑO MODO INICIAL					
P AÑ	INIC	FIN		AMRT	

EXIT

Regresa al 1er. nivel.

12 NO. P AÑO MODO INICIAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

3 **N**

Almacena 3 como el número de pagos.

N = 3					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

60 **%IA**

Almacena 60 como la tasa nominal.

%IA = 60					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

100 **VF**

Almacena 100 como valor futuro.

V. F. = 100					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

PAGO

Calcula el pago.

PAGO = -30.2103394887					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

Se necesita depositar 30.21 pesos al inicio de cada mes, para tener 100 pesos en tres meses. El signo menos indica que la cantidad de dinero es pagada o depositada.

Ejemplo 3.7.- Un empleado universitario solicita un préstamo en la caja de ahorro por el cual puede pagar 10,000 pesos anuales durante 7 años, realizando el primer pago al finalizar el cuarto año después de recibir el dinero. Considerano una tasa nominal del 5%, ¿cuánto se le puede prestar?.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN VDT	Presenta el menú "valor del dinero en función del tiempo."	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT.	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
OTRO	Da paso al segundo nivel.	12 NO. P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
1 P AÑ	Especifica un pago por año.	1 NO. P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al 1er. nivel.	1 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
7 N	Almacena 7 como el número de pagos en la operación (tiempo de la anualidad).	N = 7 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
5 %IA	Almacena 5 como la tasa nominal.	%IA = 5 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
10 000 +/- PAGO	Almacena -10,000 como los pagos en la operación.	PAGO = - 10, 000 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
VA	Calcula el valor actual de los pagos en la FCC (inicio del 4to. período	V. A = 57, 863. 733934 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
STO 0	Almacena el número en pantalla en la memoria cero.	V. A = 57, 863. 733934 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores en VDT.	1 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

3 **N**

Almacena 3 como el núm. de periodos diferidos en la operación.

N = 3

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

5 **%IA**

Almacena 5 como la tasa nominal de la operación.

%IA = 5

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

RCL 0**+/- VF**

Exhibe el número de la memoria cero y lo almacena como el V.F negativo.

V. F. = - 57, 863. 733974

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

VA

Calcula el valor actual de la anualidad.

V. A = 49, 984. 733974

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

Con las condiciones establecidas se le puede prestar al empleado 49,984.86 .

Ejemplo 3.8.- Con la información del ejemplo 3.7, calcular:

a).- Los pagos diferidos.

El valor actual de la anualidad lo llevaremos a la fecha de C.C. donde es igual al valor actual de los pagos.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN VDT

Presenta el menú "valor del dinero en función del tiempo.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

OTRO

Da paso al segundo nivel.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN	AMRT
------	------	-----	------

P AÑ

Especifica un pago por año.

1 NO. P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN	AMRT
------	------	-----	------

EXIT

Regresa al 1er. nivel.

1 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

3 **N**

Almacena 3 como el número de pagos en la operación (tiempo diferido).

N = 3					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

5 **%IA**

Almacena 5 como la tasa nominal.

%IA = 5					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

49 984.8689

+/- **VA**

Almacena el valor actual de la anualidad.

V. A = - 49, 984. 8689982					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

VF

Calcula el valor futuro de la anualidad a los 3 años, que es igual al V.A de los pagos en esa fecha.

V. F = 57, 863. 733974					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

STO 0

Almacena el número en pantalla en la memoria cero.

V. F = 57, 863. 733974					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

El valor de la anualidad al 3er. año lo tomaremos ahora como el valor actual de los pagos en la F.C.C (3er. año).

CLEAR DATA

Borra los valores en VDT.

1 NO. P AÑO MODO FINAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

RCL 0 **VA**

Exhibe el número de la memoria 0 y lo almacena en el valor actual (de los pagos).

V. A = 57, 863. 733934					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

5 **%IA**

Almacena la tasa nominal de la operación.

%IA = 5					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

7 **N**

Almacena el núm. de pagos en la operación (tiempo de la anualidad).

N = 7					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

PAGO

Calcula el valor de los pagos diferidos.

PAGO = - 10, 000					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

Los pagos diferido son de 9,999.99. El signo negativo indica un pago o depósito (salidas de efectivo).

b).- El tiempo diferido.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN **VDT**

CLEAR DATA

Presenta el menú VDT y borra los valores previos.

1 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

5 **%IA**

Almacena la tasa nominal.

%IA = 5

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

49 984.8689

+/- **VA**

Almacena el valor actual de la anualidad.

V. A = - 49, 984. 8689982

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

57 863.733974

VF

Almacena el valor futuro de la anualidad a los N años.

V. F = 57, 863. 733974

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

N

Calcula el núm. de periodos de capitalización en la operación (tiempo diferido).

N = 2. 99999999999

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

c).- El tiempo de la anualidad.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN **VDT**

Presenta el menú "valor del dinero en función del tiempo".

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

Si en la pantalla aparece el mensaje: 1 NO. P AÑO MODO FINAL, se omite los 3 pasos siguientes.

OTRO

Da paso al segundo nivel.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN	AMRT
------	------	-----	------

P AÑ

Especifica un pago por año.

1 NO. P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN	AMRT
------	------	-----	------

EXIT

Regresa al 1er. nivel.

1 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

TECLA	DESCRIPCION
57 863.733974 VA	Almacena el valor actual de los pagos.
5 %IA	Almacena 5 como la tasa nominal.
10 000 +/- PAGO	Introduce los pagos de la anualidad.
N	Calcula el núm. de pagos en la operación (tiempo de la anualidad).

PANTALLA					
V. A = 57, 863. 733974					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
%IA = 5					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
PAGO = - 10, 000					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N = 7					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

d).- La tasa de la operación.

TECLA	DESCRIPCION
FIN VDT CLEAR DATA	Presenta el menú VDT y borra los valores previos.
49 984.8689982 VA	Almacena el valor actual de la anualidad.
81 420. 08 +/- VF	Almacena el valor futuro de la anualidad.
10 N	Almacena el núm. de períodos de capitalización.
%IA	Calcula la tasa nominal de interés anual como porcentaje.

PANTALLA					
1 NO. P AÑO MODO FINAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
V. A = 49, 984. 8689982					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
V. F = - 81, 420. 08					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N = 10					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
%IA = 4. 99999941563					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

3.9.- Un club social desea establecer un fondo que genere 100,000 pesos a perpetuidad, que serán entregados cada fin de año a una institución de asistencia infantil. Si la tasa de interés utilizada para el fondo es del 21% ¿qué cantidad debe donar este club social?

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

RESOL

Exhibe el menú RESOL.
(ver anexo 3)

$IS = C \times (1 + N \times I)$

CALC EDITAR ELIM NVO

NVO

Se introduce la fórmula que se necesita.

ESC. FORMULA

ABCDE FGHI JKLM NOPQ RSTUV WXYZ

CALC

Verifica que la fórmula este bien editada y crea un menú para el solucionador con rótulos de menú para esta fórmula en particular.

0

VA P %IA

CLEAR DATA

Borra los valores almacenados anteriormente.

0

VA P %IA

100 000

P

Almacena 100 000 como la renta.

$P = 100,000$

VA P %IA

12 %IA

Almacena 12 como la tasa de interés.

$\%IA = 12$

VA P %IA

VA

Calcula el valor actual de la renta perpetua.

$VA = 833,333.333333$

VA P %IA



BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

Ejemplo 3.10.- Por medio del menú RESOL encontraremos los valores involucrados en las rentas perpetuas, ver el enunciado del ejemplo en la pág. 125.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
RESOL	Exhibe el menú RESOL.	< CMZO. DE LISTA > CALC EDITAR ELIM NVO
▲ ó ▼	Para localizar la fórmula deseada.	$VA = N + (P \div (\%IA \div 100))$ CALC EDITAR ELIM NVO
CALC	Verifica que la fórmula este bien editada y crea un menú para el solucionador con rótulos de menú para esta fórmula en particular.	0 VA P %IA
CLEAR DATA	Borra los valores almacenados anteriormente.	0 VA P %IA
500 000 W	Almacena en W el pago inicial diferente a los demás.	W = 500, 000 VA P %IA
50 000 P	Almacena el pago efectuado indefinidamente.	P = 50, 000 VA P %IA
10 %IA	Almacena la tasa nominal como porcentaje.	%IA = 10 VA P %IA
VA	Calcula el valor actual de la renta perpetua simple anticipada.	VA = 1, 000, 000 VA P %IA

Ejemplo 3. 11.- Una comunidad crea un fondo para poder sufragar los gastos que se hacen en los festejos de su santo patrono los cuales ascienden a 60,000 pesos al año. Si el fondo se crea por 5 años, ¿ qué cantidad necesitan poner en el fondo si la tasa de interés es del 8%?

Este tipo de anualidades las podemos resolver tomando los pagos periódicos como el valor futuro de una ASCVI y calculando el pago P, para tratar ahora con una renta perpetua.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN VDT	Presenta el menú "valor del dinero en función del tiempo".	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT.	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
OTRO	Da paso al segundo nivel.	12 NO. P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
1 P AÑ	Especifica un pago por año.	1 NO. P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al 1er. nivel.	1 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
60 000 +/- VF	Almacena W como el valor futuro negativo; ya que representa un gasto (salida).	V. F = - 60, 000 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
5 N	Almacena 5 como el núm. de pagos en la operación Que representa el núm. de periodos de capitalización transcurridos.	N = 5 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
8 %IA	Almacena 8 como la tasa nominal de la operación.	%IA = 8 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
PAGO	Calcula el pago necesario para obtener en 5 años 60,000 pesos.	PAGO = 10, 227. 387274 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

Este pago obtenido lo tomaremos como el de una renta perpetua asi el valor actual (dado por $VA=P/i$) se encuentra de la siguiente manera:

a).- Dividiendo el pago entre la tasa.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
10 227. 387274 ÷ .08 =	Realiza las operaciones para calcular el V.A. de una renta perpetua.	127, 842. 340925 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

b).- Utilizando el menú RESOL donde ya se encuentra almacenada la fórmula para el V.A de una renta perpetua.

NOTA: Otra forma de resolver este ejemplo es almacenando la fórmula para este tipo de anualidades en el menú RESOL explicado en el anexo3.

Ejemplo 3.12.- Encontrar el valor actual y el valor futuro de 14 pagos mensuales de 20,000; si la tasa nominal es del 40% capitalizable bimestralmente. Ver el diagrama temporal en la pág. 128.

Utilizaremos los dos procedimientos para cambiar esta anualidad general a una anualidad simple.

a).- Encontrando la tasa de interés simple.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN CNVI	Exhibe el menú de Conversión de Interés.	SELEC. CAPITALIZACION PER CONT
PER	Selecciona capitalización periódica.	CAPITZ. P/ VECES AL AÑO %NOM %EFE P
6 P	Almacena 6 como periodos de capitalización por año.	P = 6 %NOM %EFE P
40 %NOM	Almacena 40 como la tasa nominal (cap. bimestral).	%NOM = 40 %NOM %EFE P
%EFE	Calcula la tasa efectiva.	%EFE = 47. 2896877915 %NOM %EFE P
12 P	Almacena 12 como periodos de capitalización por año.	P = 12 %NOM %EFE P
%NOM	Calcula la tasa nominal (capitalizable mensualmente).	%NOM = 39. 3546707864 %NOM %EFE P

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

0 **STO** 0

Almacena el número en pantalla en la memoria cero.

%NOM = 39. 3546707864

%NOM %EFE P

EXIT **EXIT**

Regresa al menú finanzas.

39. 3546707864

VDT CNVI F.CAJ BONO DEPRC

VDT**CLEAR DATA**

Presenta el menú VDT y borra los valores almacenados previamente.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

RCL 0

Exhibe el número almacenado en la memoria cero.

39. 3546707864

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

%IA

Almacena el núm. en pantalla como la tasa nominal.

%IA = 39. 3546707864

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

14 **N**

Introduce el núm. de pagos mensuales en la operación.

N = 14

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

20 000

+/- **PAGO**

Almacena el número de pago en la operación.

PAGO = - 20, 000

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

VF

Calcula el valor futuro de los pagos.

V. F = 348, 272. 766631

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

0 **VF**

Almacena cero en la variable V.F para calcular el valor actual con la misma información.

V. F = 0

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

VA

Calcula el valor actual de los pagos.

V. A = 221, 675. 884858

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

b).- Encontrando la renta equivalente.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN **CNVI**

Exhibe el menú de Conversión de Interés.

SELEC. CAPITALIZACION

PER CONT

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

PERSelecciona capitalización
periódica.**CAPITZ. P/ VECES AL AÑO**

%NOM %EFE P

6

PAlmacena 6 como períodos de
capitalización por año.**P = 6**

%NOM %EFE P

40

%NOMAlmacena 40 como la tasa
nominal (cap. bimestral).**%NOM = 40**

%NOM %EFE P

%EFE

Calcula la tasa efectiva.

%EFE = 47.2896877915

%NOM %EFE P

12

PAlmacena 12 como períodos
de capitalización por año.**P = 12**

%NOM %EFE P

%NOMCalcula la tasa nominal
(capitalizable mensualmente).**%NOM = 39.3546707864**

%NOM %EFE P

STO 0Almacena el número en
pantalla en la memoria cero.**%NOM = 39.3546707864**

%NOM %EFE P

EXIT EXIT

Regresa al menú finanzas.

39.3546707864

VDT CNVI F.CAJ BONG DEPRC

VDT**CLEAR DATA**Presenta el menú VDT y borra
los valores almacenados
previamente.**12 NO. P AÑO MODO FINAL**

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

RCL 0Exhibe el número almacenado
en la memoria cero.**39.3546707864**

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

%IAAlmacena el núm. en pantalla
como la tasa nominal.**%IA = 39.3546707864**

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

2

NAlmacena el núm. de pagos
que se encuentran en el 1er.
período de capitalización.**N = 2**

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

20 000

+/- PAGOAlmacena el pago en la
operación.**PAGO = - 20,000**

N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

VF

Calcula el valor futuro de los pagos hasta el 1er. período de capitalización.

V. F = 40, 655. 9111798

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

Este último número representa los pagos bimestrales en la operación.

STO 1

Almacena el núm. en pantalla en la memoria uno.

V. F = 40, 655. 9111798

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

CLEAR DATA

Borra los valores almacenados.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

OTRO

Da paso al 2do. nivel.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN		AMRT
------	------	-----	--	------

6 P AÑ

Especifica 6 pagos por año.

6 NO. P AÑO MODO FINAL

P AÑ	INIC	FIN		AMRT
------	------	-----	--	------

EXIT

Regresa la 1er. nivel.

6 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

RCL 1

Presenta el núm. almacenado en la memoria uno.

40, 665. 911798

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

+/- PAGO

Almacena el núm. en pantalla como el pago bimestral.

PAGO = - 40, 665. 9111798

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

7 N

Almacena el núm. de pagos bimestrales en la operación.

N = 7

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

40 %IA

Almacena la tasa nominal.

%IA = 40

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

VF

Calcula el valor futuro de los pagos (bimestrales).

V. F = 348, 272. 766631

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

0 VF

Almacena cero en la variable VF, para calcular el valor actual de los pagos con la misma información.

V. F = 0

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

VA

Calcula el valor actual de los pagos bimestrales.

V. A = 221, 675. 884858

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

Ejemplo 3.13.- Utilizando la información del ejemplo 3.12 calcular:

a).- Los pagos en base al valor actual.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN **CNVI**

Exhibe el menú de Conversión de Interés.

SELEC. CAPITALIZACION

PER **CONT**

PER

Selecciona capitalización periódica.

CAPITZ. P/ VECES AL AÑO

%NOM **%EFE** **P**

6 **P**

Almacena 6 como períodos de capitalización por año.

P = 6

%NOM **%EFE** **P**

40 **%NOM**

Almacena 40 como la tasa nominal (cap. bimestral).

%NOM = 40

%NOM **%EFE** **P**

%EFE

Calcula la tasa efectiva.

%EFE = 47. 2896877915

%NOM **%EFE** **P**

12 **P**

Almacena 12 como períodos de capitalización por año.

P = 12

%NOM **%EFE** **P**

%NOM

Calcula la tasa nominal (capitalizable mensualmente).

%NOM = 39. 3546707864

%NOM **%EFE** **P**

STO **0**

Almacena el número en pantalla en la memoria cero.

%NOM = 39. 3546707864

%NOM **%EFE** **P**

EXIT **EXIT**

Regresa al menú finanzas.

39. 3546707864

VDI **CNVI** **F.CAJ** **BONO** **DEPRC**

VDI

CLEAR DATA

Presenta el menú VDI y borra los valores almacenados previamente.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO**

RCL **0**

Exhibe el número almacenado en la memoria cero.

39. 3546707864

N **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO**

%IA

Almacena el núm. en pantalla como la tasa nominal.

%IA = 39. 3546707864

N **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO**

14 **N**

Almacena el número de pagos anuales en la operación.

N = 14

N **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO**

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

221 675.884858

VA

Almacena el valor actual de la anualidad.

PAGO

Calcula el pago en la anualidad.

V. A = 221, 675. 884858

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

PAGO = - 20, 000

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

b).- El pago en base al valor futuro.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

CLEAR DATA

Borra los valores almacenados anteriormente.

RCL 0

Exhibe el número almacenado en la memoria cero.

%IA

Almacena el número en la pantalla como la tasa nominal.

20 000

+/- PAGO

Almacena el pago de la anualidad.

348 272.766631

VF

Introduce el valor futuro de los pagos.

14

N

Calcula el número de pagos o periodos de capitalización.⁶

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

39. 3546707864

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

%IA = 39. 3546707864

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

PAGO = - 20, 000

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

V. F = 348, 272. 766631

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

N = 14

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

c).- La tasa empleando el valor actual.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

CLEAR DATA

Limpia la hoja de trabajo.

20 000

+/- PAGO

Almacena el pago de la anualidad.

12 NO. P AÑO MODO FINAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

PAGO = - 20, 000

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

⁶ Los datos utilizados para resolver este ejemplo son los del inciso a, ejemplo 12.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

14 **N**

Almacena el número de pagos mensuales en la operación.

N = 14

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

221 675.884858

VA

Almacena el valor actual de los pagos en la anualidad.

V. A = 221, 675. 884858

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

%IA

Calcula la tasa nominal con capitalización mensual.

%IA = 39. 3546707864

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

÷ 12 =

Calcula la tasa mensual como porcentaje.

3. 27955622326

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

Ejemplo 3.14.- Un empleado realiza 12 depósitos el día primero de cada mes, si el banco establece una tasa del 12% capitalizable trimestralmente; calcule el valor futuro en tres años si los depósitos ascienden a los 100 pesos.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN CNVI

Exhibe el menú conversión de interés.

SELEC. CAPITALIZACION

PER	CONT
-----	------

PER

Selecciona capitalización periódica.

CAPITZ. P/ VECES AL AÑO

%NOM	%EFE	P
------	------	---

4 **P**

Almacena 4 períodos de capitalización por año.

P = 4

%NOM	%EFE	P
------	------	---

12 **%NOM**

Introduce la tasa nominal (capitalización bimestral).

%NOM = 12

%NOM	%EFE	P
------	------	---

%EFE

Calcula la tasa efectiva.

%EFE = 12. 550881

%NOM	%EFE	P
------	------	---

12 **P**

Almacena los períodos de capitalización por año.

P = 12

%NOM	%EFE	P
------	------	---

%NOM

Calcula la tasa nominal con capitalización mensual.

%NOM = 11. 88196086

%NOM	%EFE	P
------	------	---

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

STO 0

Almacena el núm. en pantalla en la memoria cero.

EXIT **EXIT**

Regresa al menú finanzas.

VDT**CLEAR DATA**

Presenta el menú VDT y borra los valores almacenados anteriormente.

OTRO

Da paso al 2do. nivel.

INIC

Especifica pagos al inicio del periodo.

EXIT

Regresa al 1er. nivel.

RCL 0**%IA**

Exhibe el núm. almacenado en la memoria cero y lo almacena como la tasa nominal.

3

N

Almacena el número de pagos.

100

+/- **PAGO**

Almacena el pago en la operación.

VA

Calcula el valor actual de los pagos en el primer trimestre(pago trimestral).

STO 1

Almacena el núm. en pantalla en la memoria 1.

CLEAR DATA

Limpia la hoja de trabajo.

OTRO

Da paso al 2do. nivel.

%NOM = 11. 88196086**%NOM** **%EFE** **P****11. 88196068****VDT** **CNVI** **F.CAJ** **BONO** **DEPRC****12 NO. P AÑO MODO FINAL****N** **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO****12 NO. P AÑO MODO FINAL****P AÑ** **INIC** **FIN** **AMRT****12 NO. P AÑO MODO INICIAL****P AÑ** **INIC** **FIN** **AMRT****12 NO. P AÑO MODO INICIAL****N** **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO****%IA = 11. 88196086****N** **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO****N = 3****N** **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO****PAGO = - 100****N** **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO****V. A = 297. 068247039****N** **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO****V. A = 297. 068247039****N** **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO****12 NO. P AÑO MODO INICIAL****N** **%IA** **V.A.** **PAGO** **V.F.** **OTRO****12 NO. P AÑO MODO FINAL****P AÑ** **INIC** **FIN** **AMRT**

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
4 P AÑ	Especifica 4 pagos al año.	4 NO. P AÑO MODO INICIAL P AÑ INIC FIN AMB
EXIT	Regresa al primer nivel.	1 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
RCL 1 +/- PAGO	Exhibe el núm. almacenado en la memoria 1 y lo almacena como pago trimestral.	PAGO = - 297. 068247039 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
3 N	Introduce el número de pagos en la operación.	N = 12 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
12 %IA	Almacena la tasa nominal.	%IA = 12 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
VF	Calcula el valor futuro. ⁷	V. F = 4, 342. 48138409 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

Ejemplo 3.15.- Con la información dada en el ejemplo anterior calcular lo siguiente:

a).- Los pagos.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN CNVI	Exhibe el menú conversión de interés.	SELEC. CAPITALIZACION PER CONT
PER	Selecciona capitalización periódica.	CAPITZ. P/ VECES AL AÑO %NOM %EFE P
4 P	Almacena 4 períodos de capitalización por año.	P = 4 %NOM %EFE P
12 %NOM	Introduce la tasa nominal (capitalización bimestral).	%NOM = 12 %NOM %EFE P
%EFE	Calcula la tasa efectiva.	%EFE = 12. 550881 %NOM %EFE P

7

Si se trabaja con la tasa y los pagos mensuales se llega más rápido al resultado.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
12 P	Almacena los periodos de capitalización por año.	P = 12 %NOM %EFE P
%NOM	Calcula la tasa nominal con capitalización mensual.	%NOM = 11. 88196086 %NOM %EFE P
STO 0	Almacena el núm. en pantalla en la memoria cero.	%NOM = 11. 88196086 %NOM %EFE P
EXIT EXIT	Regresa al menú finanzas.	11. 88196068 VDT CNVI F.CAJ BONO DEPRC
VDT CLEAR DATA	Presenta el menú VDT y borra los valores almacenados anteriormente.	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
OTRO	Da paso al 2do. nivel.	12 NO. P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
INIC	Especifica pagos al inicio del periodo.	12 NO. P AÑO MODO INICIAL P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al 1er. nivel.	12 NO. P AÑO MODO INICIAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
RCL 0 %IA	Exhibe el núm. almacenado en la memoria cero y lo almacena como la tasa nominal.	%IA = 11. 88196086 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
3 N	Almacena el número total de pagos en la operación.	N = 36 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
4 342,48138409 VF	Almacena el valor futuro de los pagos.	VF = 4, 342. 48138409 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
PAGO	Calcula el pago mensual en la operación.	PAGO = - 99. 999999999 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

b).- El plazo.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

CLEAR DATA

Borra los vaqlor almacenados en VDT.

11. 88196086

%IA

Almacena la tasa nominal mensual (calculada en el ejemplo anterior).

4 342.48138409

VF

Almacena el valor futuro de la operación.

100

+/- PAGO

Almacena los pagos anuales en operación.

N

Calcula el número total de pagos en la operación.

÷ 12 =

Se divide el núm. en pantalla entre 12 para conocer los años.

12 NO. P AÑO MODO INICIAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

%IA = 11. 88196086

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

VF = 4, 342. 48138409

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

PAGO = - 100

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

N = 36

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

3

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

c).- La Tasa

CLEAR DATA

Borra los valores almacenados previamente.

100

+/- PAGO

Almacena los pagos en la operación.

4 342.48138409

VF

Almacena el V.F. de la anualidad.

36

N

Almacena el núm. de pagos mensuales en la operación.

%IA

Calcula la tasa nominal.

÷ 12 =

Calcula la tasa mensual.

12 NO. P AÑO MODO INICIAL

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

PAGO = - 100

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

VF = 4, 342. 48138409

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

N = 36

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

%IA = 11. 88196086

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

9. 90163404992E - 1

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

EJEMPLO 16.- Una ama de casa planea remodelar su hogar, en la mueblería que visito le ofrecieron todo lo que quería con un valor de 150, 000 pesos al contado y se podía llevar todo en abonos, dando el primero 3 meses después de realizada la mueblería maneja una tasa nominal del 20% capitalizable mensualmente y ella desea dar los abonos restantes restantes en forma quincenal. Si quieres liquidar su deuda en 5 años, ¿qué valor tomarán los pagos quincenales si éstos se realizarán por periodo vencido?

TECLA	DESCRIPCION
FIN VDT	Exhibe el menú VDT.
CLEAR DATA	Borra los valores que pudieran estar almacenados en la hoja de trabajo.
150 000 VA	Almacena el V.A de la anualidad.
5 N	Almacena el núm. de periodos de capitalización.
20 %IA	Almacena la tasa nominal.
VF	Calcula el V.F de la anualidad.
STO 0	Almacena el núm. en pantalla en la memoria cero.
EXIT CNVI	Exhibe el menú de conversión de interés.
PER	Selec. capitalización periódica.
12 P	Almacena los periodos de capitalización al año.
20 %NOM	Almacena la tasa nominal.

PANTALLA

12 NO. P AÑO MODO FINAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

12 NO. P AÑO MODO FINAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

VA = 150, 000					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

N = 5					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

%IA = 20					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

V. F = - 404, 395. 5209					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

V. F = - 404, 395. 5209					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

SELEC. CAPITALIZACION					
PER	CONT				

CAPITZ. P/ VECES AL AÑO					
%NOM	%EFE	P			

P = 12					
%NOM	%EFE	P			

%NOM = 20					
%NOM	%EFE	P			

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
%EFE	Calcula la tasa efectiva.	%EFE = 21. 9391084905 %NOM %EFE P
24 P	Almacena 24 como periodos de capitalización al año.	P = 24 %NOM %EFE P
%NOM	Calcula la tasa nominal.	%NOM = 19. 911763539606 %NOM %EFE P
STO 1	Almacena el núm. en pantalla en la memoria 1.	%NOM = 19. 911763539606 %NOM %EFE P
EXIT EXIT	Regresa al menú finanzas.	19. 911763539606 VDT CNVI FCAJ BONO DEPRC
VDT CLEAR DATA	Presenta el menú VDT y borra los valores almacenados previamente.	12 NO. P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
OTRO	Da paso al 2do. nivel.	12 NO. P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
24 P AÑ	Especifica 24 pagos por año.	12 NO. P AÑO MODO INICIAL P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al primer nivel.	12 NO. P AÑO MODO INICIAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
RCL 0 +/- VF	Exhibe el núm. almacenado en la memoria 0 y lo almacena como V.F (negativo).	V. F = - 404, 395. 5209 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
RCL 1 %IA	Exhibe el núm. almacenado en la memoria 1 y lo almacena como la tasa nominal.	%IA = 19. 9173539606 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
113 N	Almacena el núm. de pagos en la operación.	N = 113 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
PAGO	Calcula el pago quincenal en la anualidad.	PAGO = - 2, 172. 99782523 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

Capítulo 4

Flujo de Caja

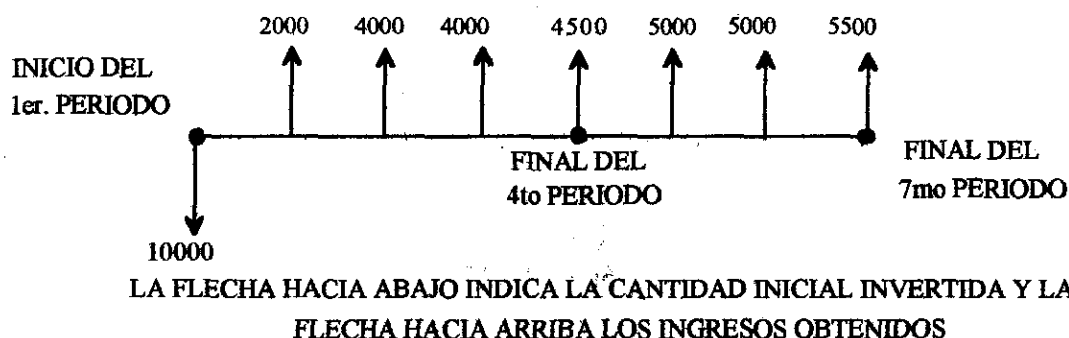
4.1.- COMPARACIÓN DEL VALOR PRESENTE NETO EN DIFERENTES TIEMPOS (PERÍODOS) PARA MOSTRAR SU EQUIVALENCIA

Cuando se invierte en cualquier tipo de negocio, llega el momento de querer saber si la inversión fue buena o no.

El siguiente problema plantea esta situación:

Ejemplo 4.1.-

Cierta empresa adquirió una máquina con un costo de 10,000 pesos. En siete periodos contabilizados se registró un ingreso por parte de esa máquina como lo muestra la figura.



Si la tasa por período es 15%, fue buena la adquisición de la máquina?

Lo que se pretende aquí, es comparar la inversión con las entradas de dinero obtenidas; para esto es necesario calcular los valores presentes de los ingresos para compararlos con el capital invertido.

El procedimiento para solucionar el problema es el siguiente:

- 1.-Para poder hacer la comparación se requiere obtener los valores actuales de las entradas de dinero.
- 2.-A la suma de éstos valores actuales se le resta la inversión.
- 3.-Los criterios utilizados para evaluar la inversión son:
 - a) si el resultado es una cantidad positiva la inversión es buena.

b) si el resultado es igual a cero, ni se pierde ni se gana en la inversión.

c) si el resultado es una cantidad negativa la inversión es mala.

SOLUCION AL PROBLEMA PLANTEADO

1.-Calcular los valores actuales de las entradas

$$\begin{array}{r} 2000(1.15)^{-1} = 1739.1304 \quad + \\ 4000(1.15)^{-2} = 3024.5746 \\ 4000(1.15)^{-3} = 2630.0649 \\ 4500(1.15)^{-4} = 2572.8896 \\ 5000(1.15)^{-5} = 2485.8836 \\ 5000(1.15)^{-6} = 2161.6379 \\ 5500(1.15)^{-7} = \underline{2067.6537} \\ 16681.8347 \end{array}$$

2.- A la suma de los valores actuales se le resta la inversión

$$\begin{array}{r} 16681.8347 \quad - \\ \underline{10000} \\ 6681.8347 \end{array}$$

3.- El resultado obtenido es una cantidad positiva por lo que se concluye que la inversión fue buena.

A la cantidad que resulta de la comparación se le conoce con el nombre de *valor presente neto* (VPN).

La comparación se hizo al principio del 1er. período, pero esta puede hacerse en cualquier tiempo especificado. En las siguientes partes del capítulo se hará la comparación en dos diferentes tiempos, con el objetivo de mostrar la equivalencia de los resultados.

COMPARACION AL FINAL DEL CUARTO PERIODO

PROCEDIMIENTO

- 1.-Al obtener los valores futuros y valores presentes correspondientes se obtiene:

$$\begin{aligned} 2000(1.15)^3 &= 3041.75 & + \\ 4000(1.15)^2 &= 5290 & \\ 4000(1.15)^1 &= 4600 & \\ 4500(1.15)^0 &= 4500 & \\ 5000(1.15)^{-1} &= 4347.826 & \\ 5000(1.15)^{-2} &= 3780.7183 & \\ 5500(1.15)^{-3} &= \underline{3616.3392} & \\ &29176.6335 & \\ M_4 &= 29176.6335 \end{aligned}$$

- 2.-A la suma obtenida se le debe restar el costo de la máquina para obtener el VPN o ganancia. (El costo de la máquina debe ser calculado para el final del cuarto período).

$$\begin{aligned} 29176.6335 &- \\ \underline{10000(1.15)^4} & \\ 11686.571 &= \text{VPN} \end{aligned}$$

Tal cantidad es la ganancia al final del cuarto período

- ¿ Cual es la relación entre esta cantidad (11686.57) y la anterior (6681.83) ?

COMPARACION AL FINAL DEL SEPTIMO PERIODO

PROCEDIMIENTO:

- 1.- Obtener los valores futuros de los flujos, al final del período séptimo.

$$\begin{aligned} 2000(1.15)^6 &= 4626.1215 & + \\ 4000(1.15)^5 &= 8045.4287 & \\ 4000(1.15)^4 &= 6996.025 & \\ 4500(1.15)^3 &= 6843.9375 & \\ 5000(1.15)^2 &= 6612.5 & \\ 5000(1.15)^1 &= 5750 & \\ 5500(1.15)^0 &= \underline{5500} & \\ &44374.0127 \end{aligned}$$

2.-A la cantidad obtenida le restamos el valor futuro de la inversión o cantidad inicial.

$$44374.0127 - \frac{10000(1.15)^7}{1.15^7} = 17773.8139 = \text{VPN}$$

¿Qué relación hay entre 17773.81 y las dos cantidades (6681.83, 11686.58) obtenidas anteriormente?

Para comparar las cantidades, obtenemos los valores presentes al principio del primer período.

1er. cantidad: 6681.8350

2da. cantidad: $11686.5712(1+.15)^{-4} = 6681.8350$

3er. cantidad: $17773.8139(1+.15)^{-7} = 6681.8350$

Por lo tanto, la comparación se puede llevar a cabo en cualquier tiempo especificado. En la literatura se acostumbra hacerla al principio del primer período.

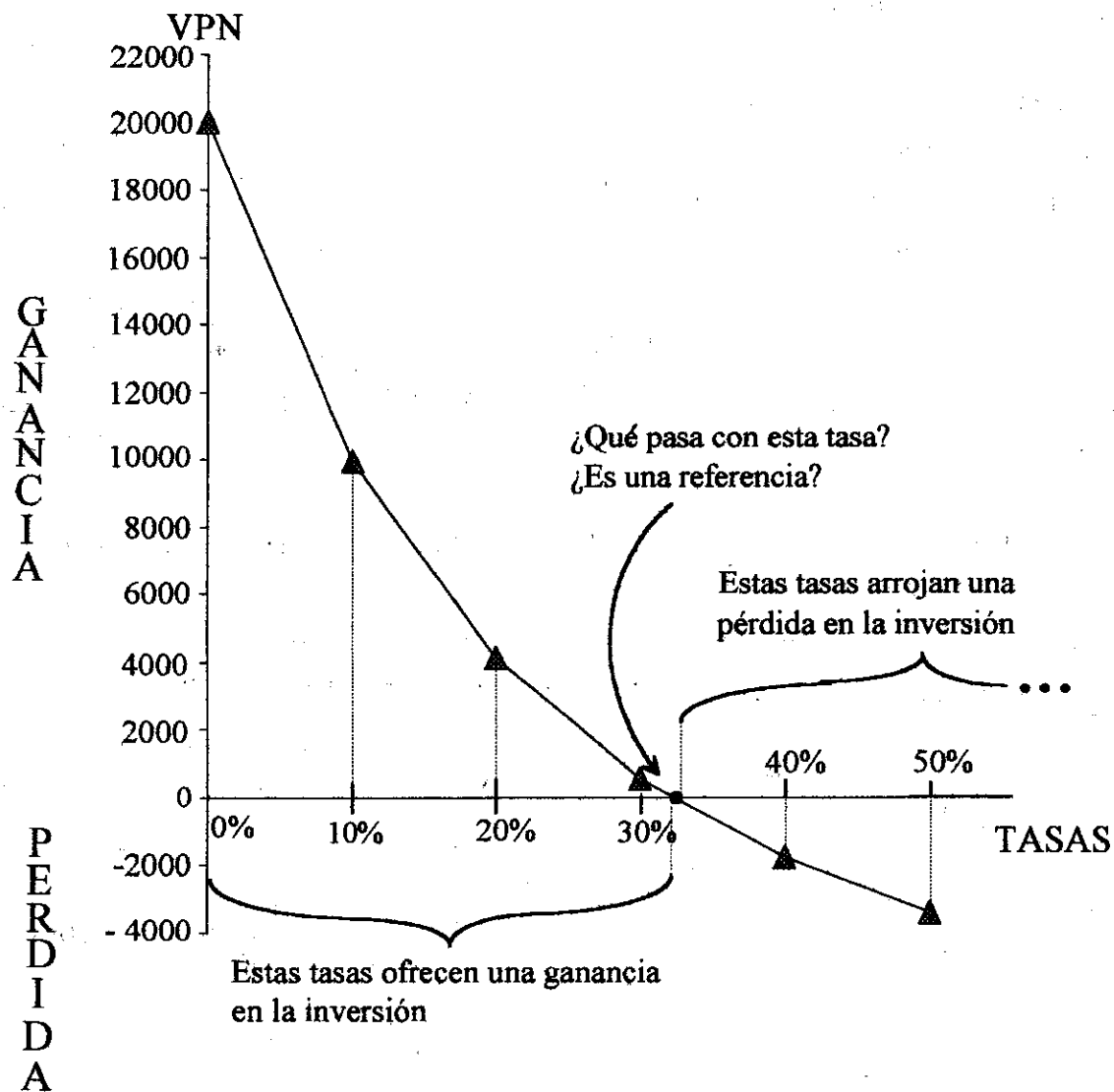
4.2.- RELACION FUNCIONAL ENTRE LA TASA Y EL VPN

Valores actuales de las entradas a diferentes tasas:

TASA DEL 0 %	TASA DEL 10%	TASA DEL 20%	TASA DEL 30%	TASA DEL 40%	TASA DEL 50%
-10000(1) ⁰	-10000(1.10) ⁰	-10000(1.20) ⁰	-10000(1.30) ⁰	-10000(1.40) ⁰	-10000(1.50) ⁰
2000(1) ⁻¹	2000(1.10) ⁻¹	2000(1.20) ⁻¹	2000(1.30) ⁻¹	2000(1.40) ⁻¹	2000(1.50) ⁻¹
4000(1) ⁻²	4000(1.10) ⁻²	4000(1.20) ⁻²	4000(1.30) ⁻²	4000(1.40) ⁻²	4000(1.50) ⁻²
4000(1) ⁻³	4000(1.10) ⁻³	4000(1.20) ⁻³	4000(1.30) ⁻³	4000(1.40) ⁻³	4000(1.50) ⁻³
4500(1) ⁻⁴	4500(1.10) ⁻⁴	4500(1.20) ⁻⁴	4500(1.30) ⁻⁴	4500(1.40) ⁻⁴	4500(1.50) ⁻⁴
5000(1) ⁻⁵	5000(1.10) ⁻⁵	5000(1.20) ⁻⁵	5000(1.30) ⁻⁵	5000(1.40) ⁻⁵	5000(1.50) ⁻⁵
5000(1) ⁻⁶	5000(1.10) ⁻⁶	5000(1.20) ⁻⁶	5000(1.30) ⁻⁶	5000(1.40) ⁻⁶	5000(1.50) ⁻⁶
<u>5500(1)⁻⁷</u>	<u>5500(1.10)⁻⁷</u>	<u>5500(1.20)⁻⁷</u>	<u>5500(1.30)⁻⁷</u>	<u>5500(1.40)⁻⁷</u>	<u>5500(1.50)⁻⁷</u>
20,000	9,952.13	4,148.22	560.61	-1,786.02	-3,395.52

NOTA: En el último renglón se tiene la suma de cada una de las columnas

**4.2.1.- GRAFICA DEL COMPORTAMIENTO DEL VPN EN
FUNCION DE LA TASA
(COMPARACION HECHA AL PRINCIPIO
DEL PRIMER PERIODO)**

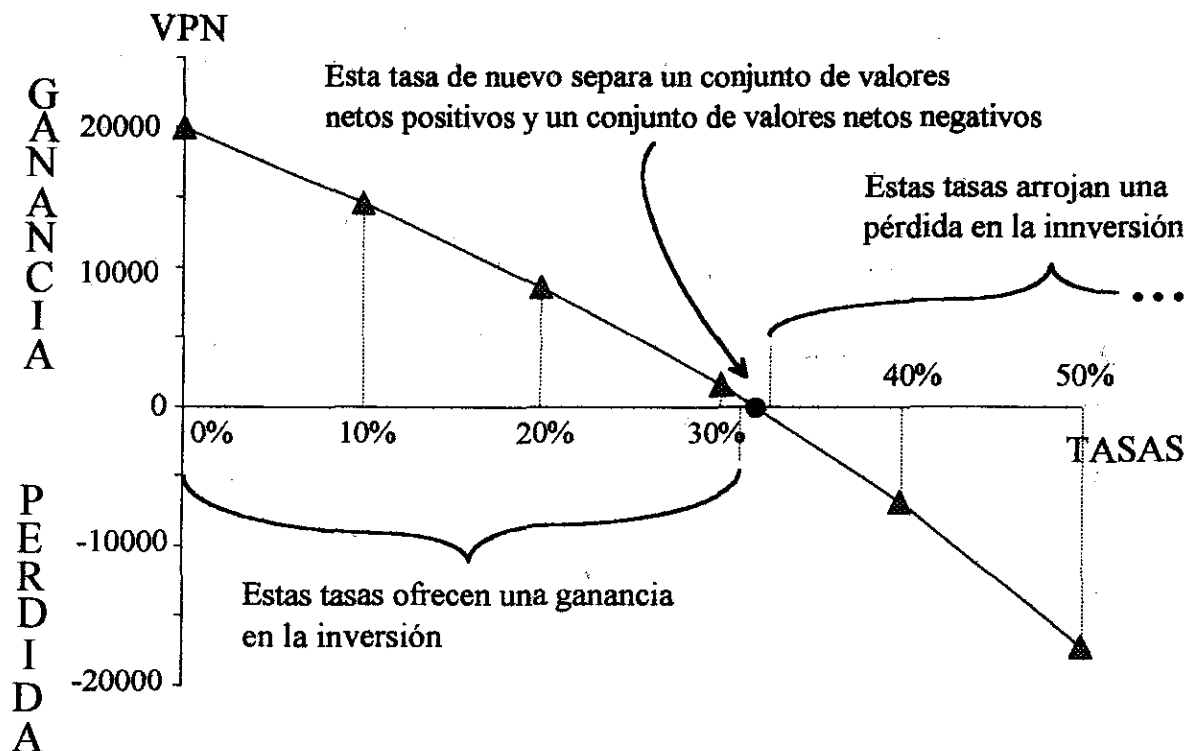


4.2.2.- GRAFICA DEL COMPORTAMIENTO DEL VPN EN FUNCION DE LA TASA. (COMPARACION HECHA AL FINAL DEL CUARTO PERIODO)

Valores presentes y futuros a diferentes tasas:

TASA DEL 0%	TASA DEL 10%	TASA DEL 20%	TASA DEL 30%	TASA DEL 40%	TASA DEL 50%
-10000(1) ⁴	-10000(1.10) ⁴	-10000(1.20) ⁴	-10000(1.30) ⁴	-10000(1.40) ⁴	-10000(1.50) ⁴
2000(1) ³	2000(1.10) ³	2000(1.20) ³	2000(1.30) ³	2000(1.40) ³	2000(1.50) ³
4000(1) ²	4000(1.10) ²	4000(1.20) ²	4000(1.30) ²	4000(1.40) ²	4000(1.50) ²
4000(1) ¹	4000(1.10) ¹	4000(1.20) ¹	4000(1.30) ¹	4000(1.40) ¹	4000(1.50) ¹
4500(1) ⁰	4500(1.10) ⁰	4500(1.20) ⁰	4500(1.30) ⁰	4500(1.40) ⁰	4500(1.50) ⁰
5000(1) ⁻¹	5000(1.10) ⁻¹	5000(1.20) ⁻¹	5000(1.30) ⁻¹	5000(1.40) ⁻¹	5000(1.50) ⁻¹
5000(1) ⁻²	5000(1.10) ⁻²	5000(1.20) ⁻²	5000(1.30) ⁻²	5000(1.40) ⁻²	5000(1.50) ⁻²
<u>5500(1)⁻³</u>	<u>5500(1.10)⁻³</u>	<u>5500(1.20)⁻³</u>	<u>5500(1.30)⁻³</u>	<u>5500(1.40)⁻³</u>	<u>5500(1.50)⁻³</u>
20000	14570.91	8601.75	1601.14	-6861.17	-17189.81

NOTA: En el último renglón se tiene la suma de cada una de las columnas

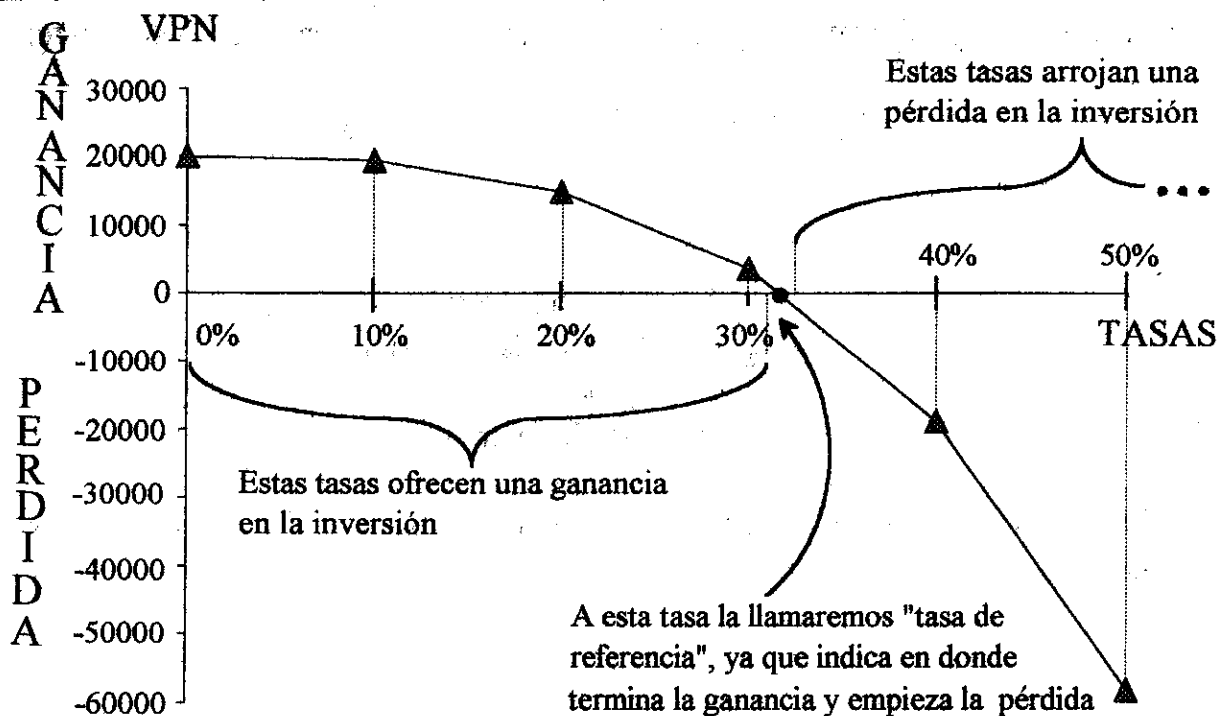


3.2.3.- GRAFICA DEL COMPORTAMIENTO DEL VPN EN FUNCION DE LA TASA. (COMPARACION HECHA AL FINAL DEL SEPTIMO PERIODO)

Valores futuros a diferentes tasas:

TASA DEL 0%	TASA DEL 10%	TASA DEL 20%	TASA DEL 30%	TASA DEL 40%	TASA DEL 50%
$-10000(1)^7$	$-10000(1.10)^7$	$-10000(1.20)^7$	$-10000(1.30)^7$	$-10000(1.40)^7$	$-10000(1.50)^7$
$2000(1)^6$	$2000(1.10)^6$	$2000(1.20)^6$	$2000(1.30)^6$	$2000(1.40)^6$	$2000(1.50)^6$
$4000(1)^5$	$4000(1.10)^5$	$4000(1.20)^5$	$4000(1.30)^5$	$4000(1.40)^5$	$4000(1.50)^5$
$4000(1)^4$	$4000(1.10)^4$	$4000(1.20)^4$	$4000(1.30)^4$	$4000(1.40)^4$	$4000(1.50)^4$
$4500(1)^3$	$4500(1.10)^3$	$4500(1.20)^3$	$4500(1.30)^3$	$4500(1.40)^3$	$4500(1.50)^3$
$5000(1)^2$	$5000(1.10)^2$	$5000(1.20)^2$	$5000(1.30)^2$	$5000(1.40)^2$	$5000(1.50)^2$
$5000(1)^1$	$5000(1.10)^1$	$5000(1.20)^1$	$5000(1.30)^1$	$5000(1.40)^1$	$5000(1.50)^1$
$5500(1)^0$	$5500(1.10)^0$	$5500(1.20)^0$	$5500(1.30)^0$	$5500(1.40)^0$	$5500(1.50)^0$
20000	19393.89	14863.84	3571.72	-18827.07	-58,015.62

NOTA: En el último renglón se tiene la suma de cada una de las columnas.



Como ya se ha visto, los valores presentes netos obtenidos en cualquier período aparentemente diferentes, son equivalentes.

Esta situación se presenta de nuevo en las gráficas ya que son diferentes entre sí; el hecho de que las cantidades obtenidas sean mayores se debe a que la comparación fue hecha en tiempos posteriores.

Se ha observado también, que la tasa de referencia en los tres casos analizados, arroja un valor presente neto igual a cero, es por esto que se deduce que señala la costeabilidad de la inversión, es pues la tasa en donde ni se pierde ni se gana. La tasa de referencia es llamada en la literatura *Tasa Interna de Retorno* (TIR).

4.3.-OBTENCION DE LA TASA DE REFERENCIA (TR)

Para conocer la tasa de referencia es necesario plantear y resolver la ecuación que representa la suma de los valores actuales y/o futuros (dependiendo de el período donde se haga la comparación).

La representación del valor actual de las entradas al inicio de la operación, la cual se iguala al capital invertido para conocer la tasa de referencia es la siguiente:

$$C_0 = R_1(1+i)^{-1} + R_2(1+i)^{-2} + \dots + R_n(1+i)^{-n}$$

donde:

$$\begin{aligned} C_0 &= \text{Capital invertido} \\ R_{1,2,\dots,n} &= \text{Flujos de la inversión} \\ n &= \text{Período} \\ i &= \text{tasa de referencia} \end{aligned}$$

El método utilizado para resolver el polinomio es el de Newton-Rapson. Ver apéndice (2).

Y como se quiere encontrar la tasa que separa las tasas que dan ganancia de las que dan una pérdida, se plantean las ecuaciones para obtener la Tasa de Referencia en cada período analizado; demostrándose inmediatamente después que las ecuaciones obtenidas son equivalentes.

1.-Se plantean las ecuaciones para obtener la TR en cada período analizado.

inicio del 1er. período

$$10000 = 2000(1+i)^{-1} + 4000(1+i)^{-2} + 4000(1+i)^{-3} + 4500(1+i)^{-4} + 5000(1+i)^{-5} + 5000(1+i)^{-6} + 5500(1+i)^{-7} \dots\dots\dots(1.1)$$

final del 4to. período

$$1000(1+i)^4 = 2000(1+i)^3 + 4000(1+i)^2 + 4000(1+i)^1 + 4500(1+i)^0 + 5000(1+i)^{-1} + 5000(1+i)^{-2} + 5500(1+i)^{-3} \dots\dots\dots(1.2)$$

final del 7mo. período

$$10000(1+i)^7 = 2000(1+i)^6 + 4000(1+i)^5 + 4000(1+i)^4 + 4500(1+i)^3 + 5000(1+i)^2 + 5000(1+i)^1 + 5500(1+i)^0 \dots\dots\dots(1.3)$$

2.- Demostración de equivalencia de las ecuaciones para calcular la TR.

Se multiplica (1.1) por $(1+i)^7$ y (1.2) por $(1+i)^3$ para lograr que las tres ecuaciones sean iguales, e igualando a cero se obtiene:

$$0 = -10000(1+i)^7 + 2000(1+i)^6 + 4000(1+i)^5 + 4000(1+i)^4 + 4500(1+i)^3 + 5000(1+i)^2 + 5000(1+i)^1 + 5500(1+i)^0 \dots\dots\dots(2)$$

CONCLUSION:

En cualquier tiempo que se haga la comparación la Tasa de referencia es igual.

OBTENCION DE LA TASA DE REFERENCIA

Para conocer la TR se resuelve la ecuación (2), se empleará el triángulo de Pascal para obtener rápidamente el desarrollo del polinomio.

Con el triángulo de Pascal se obtiene el desarrollo de cada uno de los binomios del polinomio.

5500	por	→	1							
5000	por	→	1	1						
5000	por	→	1	2	1					
4500	por	→	1	3	3	1				
4000	por	→	1	4	6	4	1			
4000	por	→	1	5	10	10	5	1		
2000	por	→	1	6	15	20	15	6	1	
-10000	por	→	1	7	21	35	35	21	7	1

Se multiplica cada flujo por su correspondiente binomio desarrollado.

Términos con variable exponente 7

Términos con variable exponente 6

Términos con variable exponente 5

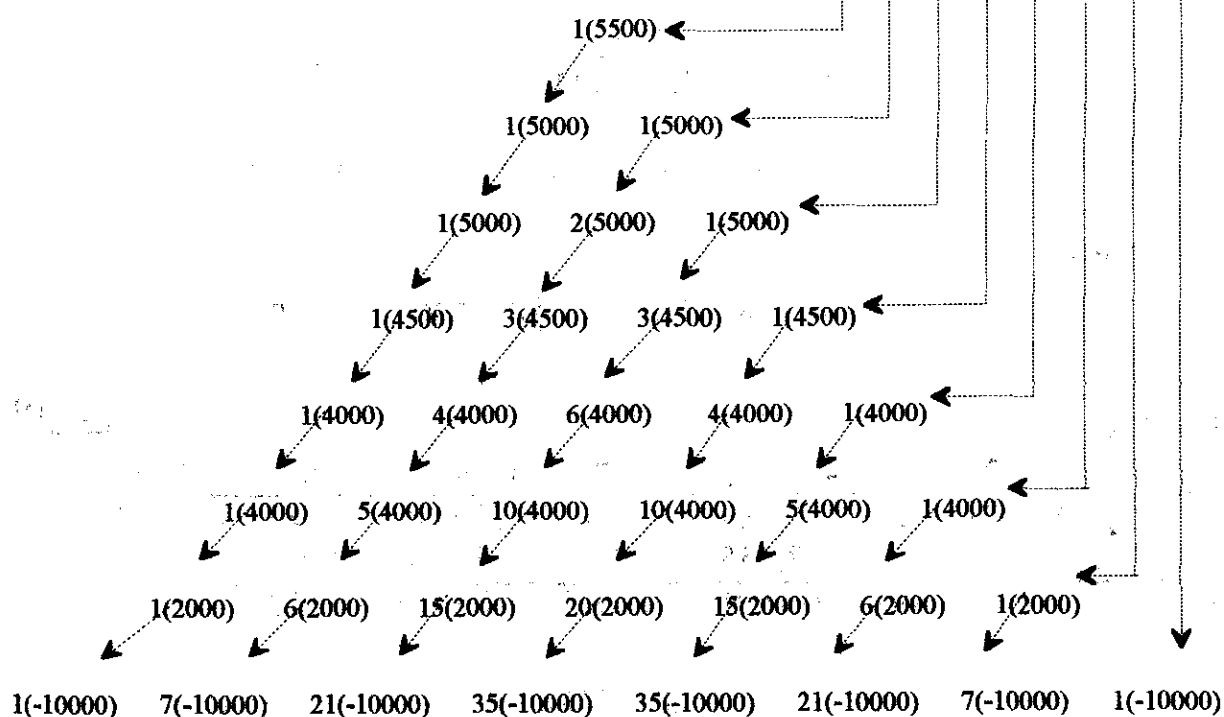
Términos con variable exponente 4

Términos con variable exponente 3

Términos con variable exponente 2

Términos con variable exponente 1

Términos con variable exponente 0



Se suman todas las cantidades semejantes (variables con un mismo exponente) y obtenemos así el polinomio:

$$20000 + 6500i - 97500i^2 - 249500i^3 - 296000i^4 - 194000i^5 - 68000i^6 - 10000i^7 = 0$$

Dividiendo esta ecuación ente 10000 y aplicando el método de Newton - Rapson se resuelve la siguiente expresión:

$$-i^7 - 6.8i^6 - 19.4i^5 - 29.6i^4 - 24.95i^3 - 9.75i^2 + .65i + 2 = 0$$

Paso 1.-

Se toma como una primera aproximación $i_1 = .3$, en base a este número se realiza una segunda aproximación.

-1	-6.8	-19.4	-29.6	-24.95	-9.75	.65	2	<u>.3</u>
	-.3	-2.13	-6.459	-10.8177	-10.7303	-6.1440	-1.6482	
-1	-7.1	-21.53	-36.059	-35.7677	-20.4803	-5.494	<u>.35177</u>	
	-.3	-2.22	-7.125	-12.955	-14.618	-10.529		
-1	-7.4	-23.75	-43.184	-48.722	-35.097	<u>-16.0232</u>		

$$i_2 = .30 - \frac{.3517721}{-1.6023247} = .3 - (-.02195)$$

$i_2 = .321953859$, 2da. aproximación a la raíz

Paso 2.-

En base a la raíz i_2 se realiza una 3era. aproximación.

-1	-6.8	-19.4	-29.6	-24.95	-9.75	.65	2	<u>.3219</u>
	-.32195	-2.2929	-6.9841	-11.778	-11.8248	-6.946	-2.027	
-1	-7.1219	-21.692	-36.584	-36.728	-21.574	-6.296	<u>-.02705</u>	
	-.32195	-2.396	-7.755	-14.275	-16.420	-12.2328		
-1	-7.4439	-24.0894	-44.3398	-51.003	-37.9956	<u>-18.528</u>		

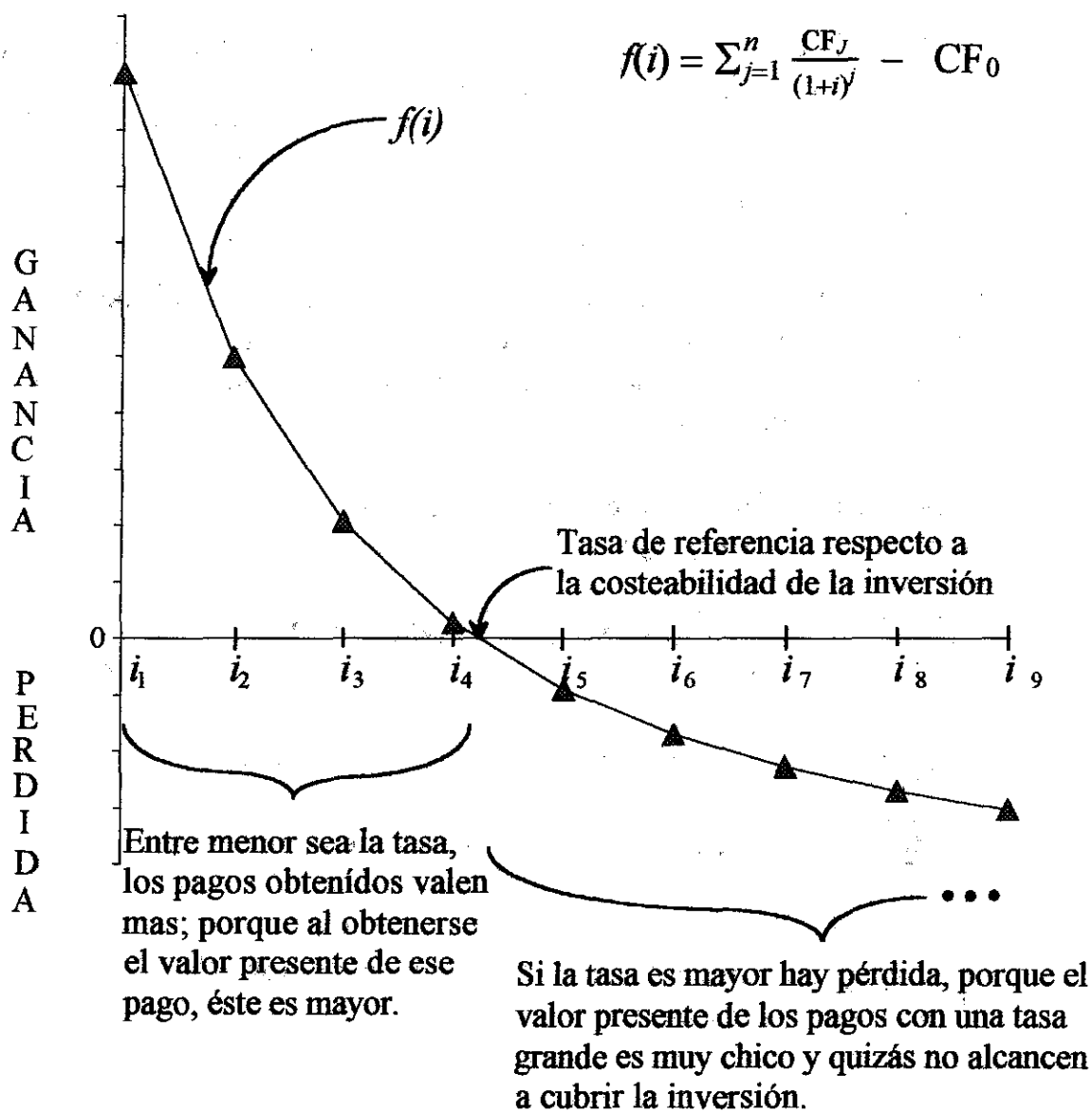
$$i_3 = .32195 - \frac{(-.0270557)}{(-18.52844)} = .32195 - .000146$$

$i_3 = .320489$, 3era. aproximación a la raíz

Por lo tanto la raíz de la ecuación es .3204, es así como se tiene que la TR para los tres casos es $i = 32.04\%$.

Nota: Si se requiere de una mayor precisión para la tasa se sigue el método hasta lograr el número de dígitos exactos deseados.

GRAFICA DEL VPN EN FUNCION DE LA TASA POR PERIODO



4.4.- USO DE LAS CALCULADORAS

Todo este trabajo que se ha realizado para obtener la información requerida se puede conocer utilizando cualquiera de las calculadoras financieras existentes en el mercado; que permite en pocos pasos (lo que implica menos tiempo) obtener los mismos resultados.

Los modelos de calculadoras utilizadas en el presente trabajo; como ya se ha dicho son: la TEXAS INSTRUMENTS BAI Plus y la HEWLETT-PACKARD 17B. Éstos modelos realizan los cálculos únicamente al inicio de la operación.

4.4.1.- TEXAS INSTRUMENTS.

La hoja de trabajo Cash Flow (flujo de caja) es útil para aplicaciones tales como análisis e inversión de flujo de efectivo. Éstas aplicaciones involucran el flujo de caja que son igualmente espaciados pero con valores desiguales y es posible que sean flujos de entrada o flujos de salida.

Lo primero es familiarizarse con las teclas de la calculadora que son útiles para ejecutar el cálculo de Flujo de Caja, las cuales son:

CF

Esta tecla ayuda a introducir el flujo de caja como dato.

NPV

Tecla para calcular el valor presente neto.

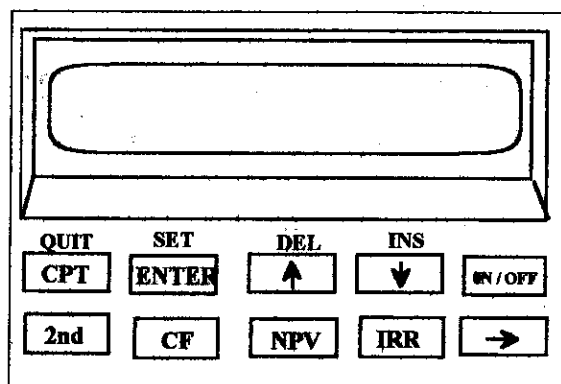
IRR

Tecla para calcular la tasa interna de retorno.

Para moverse através de cada variable de escenario.

Las teclas utilizadas en la hoja de trabajo Flujo de Caja, CF, NVP y IRR; se encuentra en la segunda línea del teclado normal de la calculadora.



TECLAS Y ROTULOS DE LA HOJA DE TRABAJO FLUJO DE CAJA

TECLA	ROTULO O LETRERO	FUNCION	TIPO DE VARIABLE
CF	CF0	Flujo de caja inicial	De entrada
↓	Cnn *	Cantidad del enésimo flujo de caja	De entrada
↓	Fnn *	Frecuencia del enésimo flujo de caja	De entrada
NPV	I	Tasa de descuento	De entrada
↓	NPV	Valor presente neto	De cálculo
IRR	IRR	Tasa interna de retorno	De cálculo

* nn representa el número de el flujo de caja (C01- C24) o el número de la frecuencia correspondiente (F01 - F24).

SIGNIFICADO DE LAS VARIABLES

CF0 = Capital Invertido

C01 = Primer flujo de efectivo (hasta 24).

F01 = Frecuencia del flujo de efectivo (hasta 24).

Este dato debe ser entero y no mayor de 9999.

I = Tasa efectiva de la operación

NPV = Valor presente neto

IRR = Tasa interna de retorno.

Si se ha cometido un error al introducir los datos, con ayuda de la tecla  se localiza el dato equivocado y lo borra con las teclas  [DEL] . Presionando  [INS] seguida del dato correcto se corrige el error.

NOTAS SOBRE LA HOJA DE TRABAJO

-  [CLR Work] borra la información que pudiese tener almacenada la calculadora.
-  [Reset]  hace cero el valor de todas las variables.
- Para almacenar los valores de flujo de caja y sus frecuencias, se presiona  . Puede almacenar el flujo inicial (CF0) y 24 flujos de caja más, cada cual con un valor único. Al almacenar flujos de entrada (ingresos) se introducen en la calculadora como positivos y son flujos de salida (egresos) se introducen como negativos. Se usa  para almacenar un valor negativo.
- Al introducir flujos de cajas múltiples consecutivos de valores iguales, se puede almacenar un valor para la frecuencia (Fnn) después de almacenar el valor para Cnn . El valor de Fnn debe ser un entero que no exceda 9,999. Si no se almacena el valor para la frecuencia después de almacenar el valor Cnn, la calculadora asume automáticamente el valor de 1.

- Los indicadores INS y DEL en el teclado permite conocer que la secuencia de las teclas **2nd** [INS] y **2nd** [DEL] son útiles si se necesita insertar o borrar flujos de caja.
- Se tiene acceso a NPV (valor presente neto) e I (tasa de descuento), presionando la tecla **NPV**, si se almacena un valor para I de forma automática se calcula el valor de NPV.
- Se tiene acceso a IRR (tasa interna de retorno) presionando la tecla **IRR**
- Se puede usar la hoja de trabajo flujo de caja para resolver problemas financieros donde los flujos de caja ocurren en intervalos regulares, pero son de valores variables.

En referencia a los problemas de flujo de caja, éste modelo usa los siguientes términos:

- VALOR PRESENTE NETO (NPV) es la suma de los valores presentes para los ingresos y egresos de dinero. Un valor positivo para NPV significa una ganancia en la inversión, consecuentemente; un valor negativo indica una pérdida en la inversión.
- TASA INTERNA DE RETORNO (IRR) es la tasa de interés al cual el valor presente neto del flujo de caja es igual a cero.

SIGNIFICADO DE LOS INDICADORES EN LA PANTALLA.

ENTER : Señala que la variable en pantalla es solo de entrada, una vez tecleado el dato se presiona **[ENTER]** para introducir el dato a la calculadora.

◁ : Indica que el número en pantalla es un dato.

INS : Indica que se pueden insertar mas datos.

DEL : Señala que se pueden borrar datos ya introducidos.

COMPUTE : Señala que la variable en pantalla es solo de cálculo, se presiona **[CPT]** y aparecerá el valor de la misma.

***** : Indica que el número en pantalla fue calculado.

↑↓ : Para indicar que se tiene acceso a otras alternativas y a introducir otros datos.

COMO ENTRAR A LA HOJA DE TRABAJO

Para almacenar datos en la hoja de trabajo flujo de caja:

- 1.- Presione **[CF]** para seleccionar la sección de flujo de efectivo de la hoja de trabajo.
CF0 es exhibido, con cualquier valor previo.
- 2.- Si es necesario, presione **[2nd]** **[CLR Work]** para limpiar la hoja de trabajo.
- 3.- Teclee un valor para CF0 (flujo de caja inicial o capital inicial) y presione **[ENTER]**.
- 4.- Presione **[↓]** para exhibir C01.

Teclee un valor para el primer flujo de caja o grupo de flujos de caja y presione **ENTER**. Recuerde almacenar un ingreso como un número positivo y un egreso como un número negativo.

5.- Presione **↓** para exhibir F01.

Si hay múltiplos consecutivos de igual ocurrencia del flujo de caja almacenado, teclee el número de frecuencia y presione **ENTER**. El valor de default es 1.

6.- Presione **↓** para exhibir el siguiente flujo de caja utilizado.

Teclee el valor del flujo (o flujos) de caja y presione **ENTER**.

7.- Presione **↓**.

Si éstos son múltiplos consecutivos de igual ocurrencia del flujo de caja almacenado, teclee un valor para la frecuencia y presione **ENTER**.

8.- Repita los pasos 6 y 7 hasta almacenar todos los flujos de caja y frecuencias utilizadas.

Cuando tenga almacenado todos los datos de flujo de caja, presione

↓ o **↑** para revisar todo lo almacenado.

PROCEDIMIENTO PARA BORRAR UN FLUJO DE CAJA

El indicador DEL aparece cuando se puede borrar un flujo de caja.

Para borrar un flujo de caja:

1.- Presione **↑** o **↓** hasta que el flujo de caja que se desea borrar aparezca en la pantalla.

2.- Presione **2nd** [DEL].

El flujo de caja especificado y su frecuencia es borrado. La calculadora decrece el número de caja siguiente para no dejar un espacio vacío.



BIBLIOTECA
DE CIENCIAS Y
TECNOLOGÍAS

PROCEDIMIENTO PARA INSERTAR UN FLUJO DE CAJA

El indicador INS aparece cuando se puede introducir un flujo de caja.
Para insertar un flujo de caja:

- 1.- Presione o hasta que aparezca el flujo de caja donde se quiere introducir el nuevo flujo de caja.
- 2.- Presione [INS].
- 3.- Teclee el nuevo valor de flujo de caja y presione .
El nuevo flujo de caja es insertado antes del flujo de caja señalado en el punto 1. La calculadora incrementa el número de los siguientes flujos de caja.
- 4.- Si es necesario, presione . Después teclee un valor para la frecuencia y presione .

CALCULO DE NPV Y IRR

Para calcular el valor presentee neto (NPV):

- 1.- Presione .
I es exhibida en la pantalla con su valor previo.
- 2.- Teclee un valor para I (tasa de descuento) y presione .
- 3.- Presione para exhibir el rótulo de la variable NPV.
- 4.- Presione para calcular el valor presente neto para la serie de flujos de cajas.
La calculadora calcula y exhibe el valor.

Para calcular la tasa interna de retorno (IRR):

1.- Presione **IRR**.

IRR es exhibido en la pantalla con su valor previo.

2.- Presione **CPT** para calcular la tasa interna de retorno.

La calculadora calcula y exhibe el valor.

4.1.a.- Solución del problema haciendo uso de la calculadora Texas Instruments.

Ejemplo 4.1.- Cierta empresa adquirió una máquina con un costo de N\$10,000; en siete periodos (observe el diagrama de registro de flujos en la pág.179) con una tasa por período de 15%, ¿ fué buena la adquisición de la máquina?.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
CF	Seleccciona la hoja de trabajo flujo de caja.	ENTER CFo = 0.
2nd [CLR Work]	Limpia la hoja de trabajo.	
10 000 +/- ENTER	Introduce el flujo de caja inicial.	ENTER CFo = - 10, 000 .
↓ 2 000 ENTER	Introduce el 1er. flujo de caja.	ENTER DEL INS C01 = - 2, 000 .
↓	Si el flujo de caja anterior se repite, se introduce el # de veces que aparece (1 es el valor de default).	ENTER DEL INS F01 = 1 .
↓ 4 000 ENTER	Introduce el 2do. flujo de caja.	ENTER DEL INS C02 = 4, 000 .
↓ 2 ENTER	Almacena 2 como la frecuencia del flujo anterior (# de veces que se repite).	ENTER DEL INS F02 = 2 .
↓ 4 500 ENTER	Introduce el 3er. flujo de caja.	ENTER DEL INS C03 = 4, 500 .

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
	Almacena automáticamente 1 como la frecuencia del flujo anterior.	ENTER DEL INS F03 = 1.
 5 000 ENTER	Introduce el 4to. flujo de caja.	ENTER DEL INS C04 = 5,000.
 2 ENTER	Almacena 2 como la frecuencia del cuarto flujo.	ENTER DEL INS F04 = 2.
 5 500 ENTER	Introduce el 5to. flujo de caja.	ENTER DEL INS C05 = 5,500.
	Almacena 1 como la frecuencia para el 5to. flujo.	ENTER DEL INS F05 = 1.
NPV 15 ENTER	Almacena la tasa periódica de interés.	I = 15.
 CPT	Calcula el valor presente neto.	COMPUTE NPV = 6,681.835014
IRR CPT	Calcula la tasa interna de retorno (Tasa de referencia).	COMPUTE IRR = 32.0486731

El NPV representa la suma de los valores actuales menos la inversión y como este valor es positivo se concluye que la inversión fue buena.

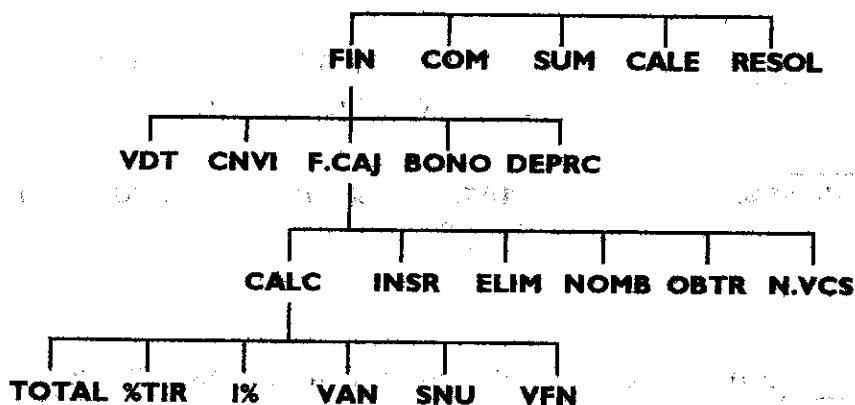
A.2.- HEWLETT - PACKARD.

PROPOSITO O TRABAJO QUE SE PRETENDE DESEMPEÑAR

El menú de flujos de caja (F.CAJ) almacena y analiza flujos de caja (dinero recibido o pagado) de montos desiguales (no agrupados) que ocurren en intervalos regulares. También es posible utilizar F.CAJ con flujos de caja de montos iguales, pero generalmente éstos funcionan mejor en el menú VDT (Valor del dinero en función del tiempo), presentado en el capítulo II.

SECCION DONDE SE DESEMPEÑA

Menú F.CAJ



El menú F.CAJ crea listas de flujos de cajas y lleva a cabo cálculos con una lista de flujos de caja.



VARIABLES Y TECLAS UTILIZADAS

Rótulos del menú F.CAJ

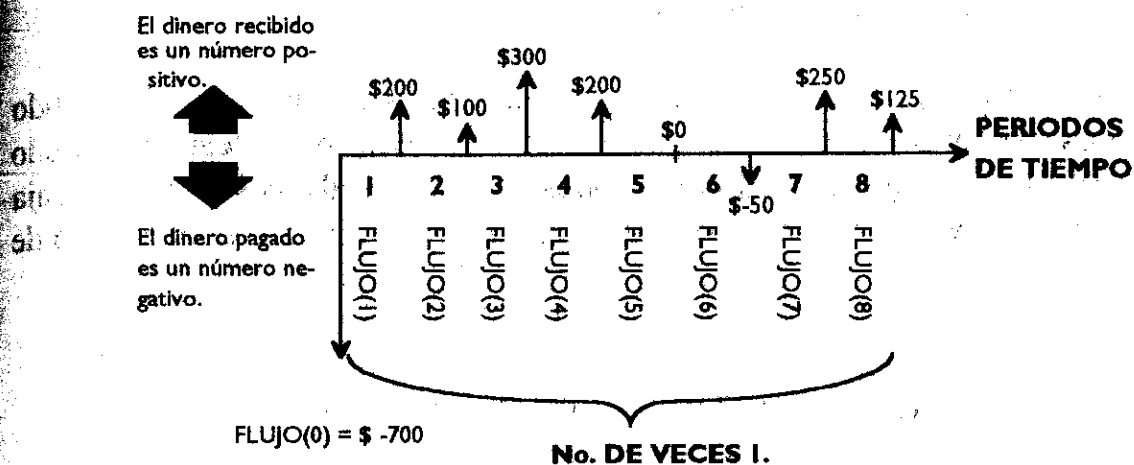
ROTULO DE MENU	DESCRIPCION
CALC	Ingresa al menú CALC para calcular TOTAL, %TIR, VAN, SNU, VFN.
INSR	Le permite insertar flujos de caja en una lista.
ELIM	Elimina flujos de caja de una lista.
NOMB	Le permite darle un nombre a una lista.
OBTR	Le permite desplazarse de una lista a otra o crear una nueva lista.
No.VCS	Activa y desactiva el pedido No. DE VECES.

- Para ver la línea de cálculo cuando este menú se encuentra en la pantalla, oprima **INPUT** una vez. (Esto no afecta el ingreso de números).
- Para ver este menú cuando la línea de cálculo se encuentra en la pantalla, oprima **EXIT**.

Las convenciones del signo utilizadas para los cálculos de flujo de caja son las mismas que aquellas usadas en los cálculos de "Valor del dinero en función del tiempo". Una serie de flujos de caja pueden ser de dos variedades a saber:

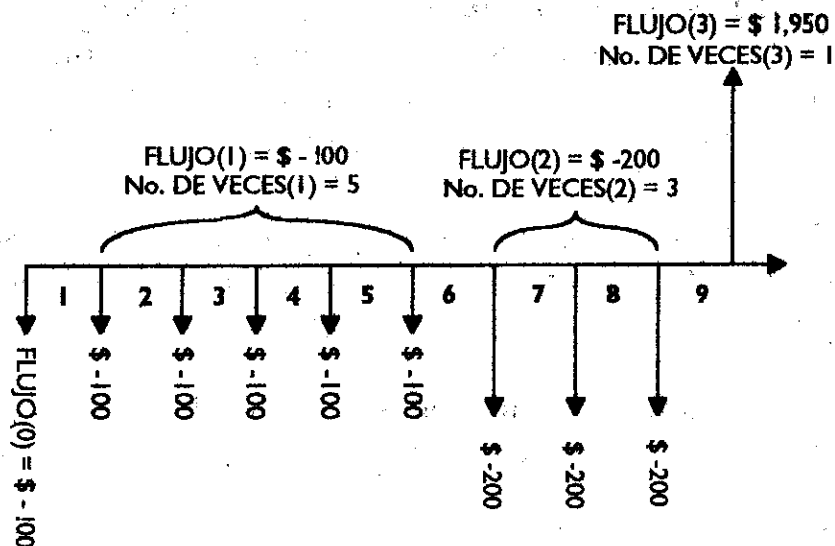
- *Flujos de caja desagrupados* : Estos ocurren en series de flujos de caja *sin* grupos de flujos iguales y consecutivos.*¹ Ya que cada flujo difiere del flujo precedente, el *número de veces* que ocurre cada flujo es uno.

¹ Cualquier serie de flujos de caja, puede ser considerada como una serie desagrupada si ud. ingresa cada flujo individualmente.



La línea de tiempo horizontal está dividida en periodos de capitalización iguales. Las líneas verticales representan los flujos de caja. Las líneas señalan hacia arriba (positivo) para el dinero recibido; para el dinero pagado, las líneas señalan hacia abajo (negativo).

- *Flujos de caja agrupados.*- Esos ocurren en una serie que contiene "grupos" de flujos iguales y consecutivos, los cuales reciben el nombre de *flujos de caja agrupados*. La serie que aparece abajo está agrupada en dos juegos de flujos de caja iguales y consecutivos.



Para cada flujo de caja que usted ingrese, la calculadora le pide que indique cuántas veces (No.DE VECES) éste ocurre.

Para utilizar flujo de caja, asegúrese que los flujos de caja estén ocurriendo en intervalos regulares al final de cada período.*² En caso de saltar un período ingrese cero para el flujo de caja correspondiente. Si hay algunos flujos de caja agrupados (iguales y consecutivos), el pedido No. DE VECES facilita el ingreso de información.

¿ COMO SE INTRODUCEN LOS DATOS ?

Para ingresar flujos de caja en una lista F.CAJ., siga los pasos siguientes:

- 1.- Oprima **FIN** **F.CAJ** . Aparecerá entonces uno de estos mensajes:
FLUJO(0) = ? si la lista actual esta vacía, o FLUJO (1 o más) si la lista no esta vacía. Este es *final* de la lista actual.
- 2.- Si la lista *no* se encuentra vacía, siga uno de los pasos dados a continuación:
 - a).- Despeje la lista oprimiendo **CLEAR DATA** **SI**
 - b).- Obtenga una nueva lista oprimiendo **OBTR** **NVO** . (La lista anterior debe recibir un nombre primero. Oprima **NOMB**
- 3.- Si los flujos de caja se encuentran *desagrupados*, oprima **N.VCS** para introducir el mensaje N.VCES.PEDIDO: APAG. En el caso de los flujos de caja agrupados, deje el pedido activado.
- 4.- Ingrese el valor de flujo de caja inicial, FLUJO(0). Recuerde que el dinero pagado es negativo (-) ; utilice **+/-** para cambiar de signo, y oprima **INPUT** .
- 5.- Luego de presentar momentáneamente FLUJO(0), la pantalla mostrará FLUJO(1) = ? . (Para visualizar FLUJO(0) por más tiempo, *mantenga*

² Si los flujos de caja toman lugar al comienzo de cada período, combine entonces el primero de ellos con el flujo inicial (el cual puede incrementar o disminuir el flujo), y desplace cada flujo de caja un período hacia adelante. (Recuerde: un pago efectuado al comienzo del período 2 equivale al mismo pago efectuado al final del período 1, etc.)

oprimida la tecla **INPUT** antes de liberarla.)

Ingrese el valor para FLUJO(1) y oprima **INPUT**. Aparecerá entonces el pedido para el nuevo flujo de caja.

6.- **Para flujos de caja agrupados:** La pantalla muestra ahora No. DE VECES(1) = 1. En caso contrario, oprima **EXIT** **N.VCS** para activar el pedido No. DE VECES.

El No. DE VECES es el número de veces consecutivas en que el FLUJO(1) ocurre. No. DE VECES ha sido automáticamente fijado en 1, y la línea de cálculo muestra 100. Siga entonces el paso a o b:

a.- Para conservar el valor 1 y continuar hacia el próximo flujo, oprima **INPUT** (o **▼**).

b.- Para cambiar el No. DE VECES, escriba el número y oprima **INPUT**. El máximo No. DE VECES para cada flujo es de 999.

7.- Continúe el ingreso de cada flujo de caja, y en el caso de los flujos agrupados, ingrese también el número de veces en que ocurre cada flujo. La calculadora reconoce el final de la lista cuando uno de los flujos se deja en blanco.

8.- Oprima **EXIT** para terminar la lista y regresar al menú F.CAJ ud. podrá entonces proceder a la corrección de la lista o efectuar cálculos con los valores.

OBSERVACIONES.

Cuando la calculadora exhibe al mensaje No. DE VECES(1) = 1 le está *pidiendo* el número de veces que ocurre el flujo actual. Si *todos* los flujos de caja son diferentes (No. DE VECES es siempre 1), Ud. no necesitará entonces el pedido No. DE VECES. Es posible activar y desactivar el pedido No. DE VECES oprimiendo **N.VCS** en el menú F.CAJ. Esto producirá un breve mensaje, ya sea N.VECES. PEDIDO: ENC. Cuando se encuentre desactivado, todos los flujos de caja que se ingresen contarán con No. DE VECES = 1.

Si usted esta visualizando una lista de flujos de caja con el pedido No. DE VECES desactivado, la calculadora exhibirá únicamente aquellos valores de No. DE VECES *diferentes* de 1.

CÓMO VISUALIZAR Y CORREGIR UNA LISTA

- ♦ Para exhibir una lista determinada, utilice **OBTR**. Las teclas  y  mueven la lista un número hacia arriba y hacia abajo.  y  exhiben el comienzo y final de una lista.
- ♦ Para cambiar un número luego de haberlo ingresado, exhibalo primero, ingrese el nuevo valor y oprima **INPUT**. Para borrar un número y convertirlo en cero utilice el mismo método (No oprima **CLR** ni , los cuales despejan la línea de cálculo y no el ingreso de los flujos de caja).

CÓMO INSERTAR Y ELIMINAR FLUJOS DE CAJA DE UNA LISTA

- ♦ La inserción toma lugar *antes (encima)* del flujo actual. Al oprimir **INSR** se inserta un flujo de caja de cero y se renumera el resto de la lista. Entonces podrá ingresar el flujo de caja nuevo y No. de veces.

Por ejemplo, si flujo (4) se encuentra en la pantalla, al oprimir **INSR** se inserta un flujo de cero entre flujo (3) previamente numerado y el flujo (4).

- ♦ Para eliminar un flujo de una lista; al oprimir **ELIM**, borra el flujo actual y su No. de veces.

CÓMO ASIGNAR O REASIGNAR UN NOMBRE A UNA LISTA DE FLUJO DE CAJA

Una lista nueva no tiene nombre, Ud. puede asignarle un nombre ya sea antes o después de ingresar valores con ella, pero es necesario darle un nombre para almacenar otra lista.

Para asignarle un nombre a una lista, haga lo siguiente:

- 1.- Oprima **NOMB** en el menú F.CAJ.

2.- Utilice el menú ALPHA para escribir un nombre. Para borrar un nombre, oprima **CLR**.

3.- Oprima **INPUT**.

OBS: El nombre puede tener hasta 22 caracteres e incluir cualquier caracter excepto +, -, x, /, (), < >, :, =, espacio.

Unicamente los primeros tres a cinco caracteres del nombre se utilizan en el rótulo de menú. evite usar nombres con la misma secuencia de caracteres iniciales, ya que sus rótulos de menú son iguales.

Para visualizar el nombre de la lista actual oprima **NOMB** y luego **EXIT**.

Para borrar una lista de flujo de caja con su nombre, haga lo siguiente:

- 1.- Presente en la pantalla la lista que Usted desea borrar y luego oprima **CLEAR DATA** **SI**. De esta forma se borran los números.
- 2.- Si la lista tiene nombre, verá también el mensaje ¿ BORRO NOMBRE DE LA LISTA?. Oprima **SI** para despejar el nombre. Oprima **NO** si desea conservar el nombre con la lista vacía

OBS: Para borrar sólo un valor de la lista , utilice la tecla **ELIM**

Cuando Ud. oprime **F.CAJ**, la lista de flujo de caja que aparece en pantalla es la misma que la última lista utilizada.

Para comenzar una nueva lista o cambiar una lista diferente, debe asignarle un nombre a la lista actualmente en uso o borrarla, Luego siga los pasos dados a continuación:

- 1.- Oprima **OBTR**. El menú OBTR contiene un rótulo de menú para cada lista identificada más el rótulo ***NVO**.
- 2.- Oprima la tecla correspondiente a la lista deseada. (***NVO** exhibe una lista nueva vacía).

Una vez que se ha ingresado una lista de flujos de caja, es posible calcular los siguientes valores en el menú CALC.

MENÚ CALC. PARA LA LISTA FLUJO DE CAJA

ROTULO DE MENU

DESCRIPCION

TOTAL

Calcula la suma de los flujos de caja.

% TIR

Calcula la tasa interna de rendimiento, la tasa de interés (descuento) en el cual el valor actual neto de los flujos de caja es igual a cero.

I %

Almacena la tasa de interés periódico, expresado como porcentaje (llamada a veces costo de capital, tasa de descuento, tasa requerida de rendimiento).

VAN

Dado I % calcula el valor actual neto; el valor actual de una serie de flujos de caja.

SNU

Dado I % calcula la serie neta uniforme ; el monto de una serie de flujos de caja constante e iguales que poseen un valor actual equivalente al valor actual neto.

VFN

Dado I % calcula el valor futuro neto de una serie de flujos de caja, al hallar el valor futuro del valor actual neto.

Información acerca de la tasa interna de rendimiento. (%TIR)

La %TIR es una tasa de rendimiento *Periódica*. Para calcular la tasa nominal *anual* cuando el periodo es diferente de un año, multiplique %TIR por el número de periodos al año.

Si desea utilizar %TIR como una tasa anual *efectiva*, utilice el menú FIN ENVI para convertir de la tasa nominal anual a la tasa efectiva anual.

Una "inversión convencional" se considera atractiva si %TIR excede el costo del capital. Una inversión convencional cumple con dos requisitos:

- 1).- La secuencia de flujos de caja cambia de signo únicamente una vez, y
- 2).- La suma (TOTAL) de los flujos de caja es positiva.

4.4.2.a. Solución del problema empleando la Hewlett-Packard.

A continuación se resuelve el problema de la empresa que adquirió una máquina con un costo de \$ 10,000. en siete periodos

Ingreso de los flujos de caja.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN	Selecciona el menú finanzas.	SELECCIONE UN MENU VDT CNVI F.CAJ BONQ DEPRC
F.CAJ	Selecciona el menú flujo de caja y exhibe la lista de flujo de caja actual.	F. CAJA (6) = ? CALC INSR ELIM NOMB OBTR N. VCS
CLEAR DATA	Pide información.	¿ BORRO LA LISTA ? SI NO
SI	Borra información de la lista y pide el flujo inicial de la lista vacía.	F. CAJA (0) = ? CALC INSR ELIM NOMB OBTR N. VCS
N.VCS	Activa el pedido ya que es necesario.	N. VCS. PEDIDO: ENC. CALC INSR ELIM NOMB OBTR N. VCS
10 000 +/- IMP	Ingresar el flujo inicial, inmediatamente pide el próximo flujo.	F. CAJA (1) = ?
2 000 IMP	Ingresar el FLUJO(1); y pide el No. DE VECES(1).	NO. DE VECES (1) = 1 1
IMP (O ▼)	Para conservar el valor 1 y continuar hacia el próximo flujo.	F. CAJA (2) = ? 1
4 000 IMP	Ingresar el FLUJO(2), y pide el No. DE VECES(2).	NO. DE VECES (2) = 1 1
2 IMP	FLUJO(2) ocurre 2 veces; pide el próximo flujo.	F. CAJA (3) = ? 2
4 500 IMP	Almacena el FLUJO(3) y pide el No. DE VECES(3).	F. CAJA (1) = ?

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
IMPUT	Almacena el FLUJO(3) una vez (el 1 se ingresa automáticamente).	F. CAJA (4) = ? 1
5 000 IMPUT	Ingresa el FLUJO(4) y pide el No. DE VECES(4).	NO. DE VECES (4) = 1 1
2 IMPUT	FLUJO(4) ocurre 2 veces, pide el próximo flujo.	F. CAJA (5) = ? 2
5 500 IMPUT	Almacena el FLUJO(5) y pide el No. DE VECES(5).	NO. DE VECES (5) = 1 1
EXIT CALC	Exhibe el menú CALC.	VAN, SNU, VFN NEC. I% TOTAL%TIR I% VAN SNU VFN
TOTAL	Calcula la suma del los flujos de caja.	TOTAL = 20 000 TOTAL%TIR I% VAN SNU VFN
%TIR	Calcula la tasa interna de rendinmiento.	%TIR = 32. 0486730976 TOTAL%TIR I% VAN SNU VFN
15 %I	Almacena la tasa periódica de interés.	I% = 15 TOTAL%TIR I% VAN SNU VFN
VAN	Calcula el valor actual neto.	VAN = 6, 681. 83501449 TOTAL%TIR I% VAN SNU VFN
VFN	Calcula el valor futuro neto.	VFN = 17, 773. 8139766 TOTAL%TIR I% VAN SNU VFN

UNIVERSIDAD DE SONORA

Capítulo 5

Amortización de Capitales

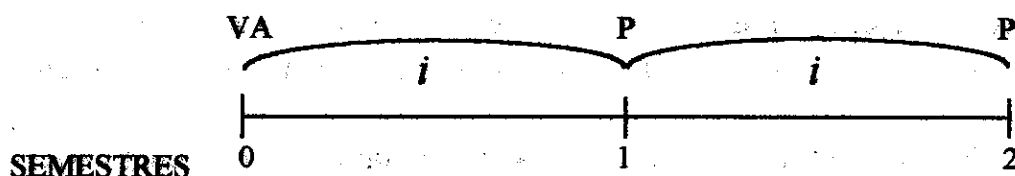
5.1.- CONFORMACION DE LOS PAGOS EN UNA AMORTIZACION

Cuando se cancela una deuda por medio de pagos iguales y períodos de pago también iguales, se dice financieramente hablando que se ha amortizado una deuda; con respecto a estos pagos hechos ¿es posible saber qué parte de los mismos cubre los intereses y qué parte disminuye la deuda?

Para poder responder a esta pregunta se plantea el siguiente problema:

Ejemplo 5.1.-

Se ha solicitado un préstamo de 100 pesos con una tasa del 60% capitalizable semestralmente, se quiere liquidar la deuda en un año realizando los pagos por período vencido. Calcular el valor de los pagos, la parte del pago que cubre los intereses, así como la que disminuirá la deuda.



El primer pago que se realice debe cubrir los intereses generados por los 100 pesos y el resto disminuir la deuda.

$$\text{PAGO} = \text{INTERES DE LA DEUDA} + \text{CANTIDAD QUE DISMINUYE LA DEUDA}$$

$$P = \frac{VA \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}} = \frac{100(.3)}{1 - (1+.3)^{-2}} = 73.478$$

$$73.478 = 30 + 43.478$$

↑
intereses de
100 pesos en
el 1er. semestre

↑
abono a la deuda

Ahora en el primer semestre se debe:

$$100 - 43.478 = 56.52$$

El segundo pago que se realice debe cubrir los intereses generados por 56.52 pesos y el resto liquidar la deuda.

$$73.478 = 16.95 + 56.521$$

intereses de
56.52 en el
2do. semestre

abono a la
deuda

Lo que se adeuda en una fecha dada se conoce como *saldo insoluto*. El *saldo insoluto* al inicio de la amortización es la deuda original y al final es cero en teoría.

Todo lo calculado en este problema se presentará en la siguiente tabla.

FECHA	PAGO SEMESTRAL	30% INTERESES SOBRE SALDOS	PAGO A LA DEUDA	SALDO INSOLUTO
COMIENZO DEL AÑO				100
FINAL 1ER. SEMESTRE	73.48	30	43.47	56.53
FINAL 2DO. SEMESTRE	73.48	16.95	56.52	0.01

Esta forma de expresar lo calculado se conoce como cuadro de amortización de la deuda.

Las amortizaciones se aplican a los diferentes tipos de anualidades, es por esa razón que para resolverlas se procede de la misma forma que en el capítulo III, agregando el correspondiente cuadro de amortización que muestra el desarrollo de la deuda hasta su liquidación.

5.2.- CALCULO DEL PAGO EXACTO PARA LIQUIDAR UNA DEUDA

Ejemplo 5.2.-

Una deuda de 150 pesos debe amortizarse en 3.5 años, con pagos semestrales anticipados de 25 pesos, liquidandose en su totalidad con el último pago. Elaborese un cuadro de amortización de la deuda con una tasa del 10% capitalizable semestralmente sobre saldos insolutos.

FECHA	PAGO SEMESTRAL	10% INTERESES SOBRE SALDOS	AMORTIZACION	SALDO INSOLUTO
INICIO DEL 1ER SEMESTRE	25	0	25	125
INICIO DEL 2DO SEMESTRE	25	6.25	18.75	106.25
INICIO DEL 3ER SEMESTRE	25	5.31	19.69	86.56
INICIO DEL 4TO SEMESTRE	25	4.32	20.67	65.89
INICIO DEL 5TO SEMESTRE	25	3.29	21.7	44.18
INICIO DEL 6TO SEMESTRE	25	2.2	22.79	21.39
INICIO DEL 7MO SEMESTRE	22.45	1.06	21.39	0

Al inicio del 6to. semestre el saldo insoluto es 21.39 pesos, para encontrar el pago que liquide la deuda exactamente al inicio del 7mo. periodo se calculan los intereses que genera esta cantidad para el último semestre:

$$21.39(.05) = 1.06$$

Con esta cantidad obtenida mas el saldo del 6to. semestre se tiene el pago que salda la deuda en su totalidad.

En caso de querer conocer el saldo insoluto en algún periodo intermedio sin tener que hacer el cuadro de amortización, se calculará como los valores de las anualidades en fechas intermedias.

5.3.- CALCULO DEL SALDO INSOLUTO

Ejemplo 5.3.-

Una deuda de 100 pesos se amortiza en 3 años con pagos trimestrales y una tasa del 12% capitalizable trimestralmente. Calcular el saldo insoluto, al final del 2do. año.

Primeramente se calcula el pago en la amortización.

$$P = \frac{VA \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{100(.03)}{1 - (1 + .03)^{-12}} = 10.04$$

En el 2do. año han transcurrido 8 trimestres, el saldo insoluto es igual al valor futuro en 8 trimestres.

$$\begin{aligned} \text{Saldo insoluto} &= P \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right], \quad n = 12 - 8 = 4 \\ &= 10.04 \left[\frac{1 - (1 + .03)^{-4}}{.03} \right] = 37.342 \end{aligned}$$

el saldo insoluto al final del 2do. año es 37.34 pesos.

5.4.- RELACION ENTRE EL PRECIO DE CONTADO, LA CUOTA INICIAL Y EL SALDO INSOLUTO.

Aquí vemos importante señalar, que en el caso de que la amortización sea de alguna venta, se emplearán dos sistemas para exhibir el precio del artículo comprado, estos sistemas se mencionarán a continuación:

- 1.- El precio del artículo se exhibe con el precio en abonos, si se vende al contado se hace un descuento sobre el precio de lista.
- 2.- El precio del artículo es al contado, para dar su precio en abonos, se agrega al saldo por pagar un cierto porcentaje y el monto obtenido se divide en pagos iguales.

Independiente al sistema utilizado, existe entre el precio de contado, la cuota inicial y el saldo insoluto la siguiente relación

$$\begin{array}{c} \text{PRECIO} \\ \text{DE} \\ \text{CONTADO} \end{array} = \begin{array}{c} \text{CUOTA} \\ \text{INICIAL} \end{array} + \begin{array}{c} \text{SALDO} \\ \text{INSOLUTO} \end{array}$$

Ejemplo 5.4.-

Un comedor se vende en 300 pesos. Si la venta es al contado, se descuenta el 10%. A plazos, se puede comprar con una cuota inicial de 50 pesos y el saldo en 12 cuotas mensuales. Hallar el valor de las cuotas y la tasa efectiva de interés anual cargado.

$$\begin{array}{c} \text{VALOR DE} \\ \text{LAS CUOTAS} \end{array} = \frac{300 - 50}{12} = 20.83$$

$$\text{SALDO INSOLUTO} = P \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$\text{CUOTA INICIAL} = 50$$

$$\text{VALOR DE CONTADO} = 300(0.9) = 270$$

$$n = 12$$

$$\begin{array}{c} \text{PRECIO} \\ \text{DE} \\ \text{CONTADO} \end{array} = \begin{array}{c} \text{CUOTA} \\ \text{INICIAL} \end{array} + \begin{array}{c} \text{SALDO} \\ \text{INSOLUTO} \end{array}$$

$$270 = 50 + 20.83 \left[\frac{1 - (1+i)^{-12}}{i} \right]$$

$$10.56 = \frac{220}{20.83} = \left[\frac{1 - (1+i)^{-12}}{i} \right] = f(i)$$

$$i_1 = .021$$

$$f(i_1) = 10.51$$

$$i_2 = .02$$

$$f(i_2) = 10.57$$

$$i \cong i' = \frac{f(i) - f(i_1)}{f(i_2) - f(i_1)} (i_2 - i_1) + i_1$$

$$i = \frac{10.56 - 10.51}{10.57 - 10.51} (.02 - .021) + .021$$

$$i \cong .0202 \cong 2.02\% \text{ mensual}$$

$$i_e = (1 + .0202)^{12} - 1 = .2713$$

$$i_e = 27.13\%$$

5.5.- DERECHOS DEL VENDEDOR Y DEL COMPRADOR

Se puede ver hasta aquí que en las anualidades en general existe un deudor y un acreedor, pero como saber cuando empiezan los derechos de uno y terminan los del otro.

Si una persona compra un artículo en abonos, al momento de dar el pago inicial y restarle un saldo insoluto se ha convertido en un deudor, quien recibe el pago es el acreedor; los derechos de propiedad los adquiere el deudor al pagar la última cuota y por consecuencia el acreedor deja de ser propietario.

Es común que en algún momento se requiera saber con respecto a la deuda amortizada la parte que corresponde al deudor y la que corresponde al acreedor.

Se sabe que:

$$\begin{array}{c} \text{LA PARTE} \\ \text{AMORTIZADA} \end{array} + \begin{array}{c} \text{EL SALDO} \\ \text{INSOLUTO} \end{array} = \begin{array}{c} \text{EL PRECIO} \\ \text{DE} \\ \text{VENTA} \end{array}$$

Y en esta expresión se puede identificar a la parte amortizada como el derecho del comprador y el saldo insoluto como los derechos del vendedor, de tal forma que podemos reescribir:

$$\begin{array}{c} \text{DERECHOS} \\ \text{DEL} \\ \text{COMPRADOR} \\ \text{(DEUDOR)} \end{array} + \begin{array}{c} \text{DERECHOS} \\ \text{DEL} \\ \text{VENDEDOR} \\ \text{(ACREDOR)} \end{array} = \begin{array}{c} \text{PRECIO} \\ \text{DE} \\ \text{COMPRA} \end{array}$$

Con el siguiente ejemplo se verá como utilizar esta expresión.

Ejemplo 5.5.-

Considere un pago de 24.68 para el ejercicio 2 y utilice los datos restantes para elaborar el correspondiente cuadro de amortización. Señalar los derechos del deudor y del acreedor para el tercer semestre.

$$VA = 150$$

$$n = 3.5$$

$$m = 2$$

$$P = 24.68$$

$$j = 10\%$$

$$i = \frac{j}{m} = 5\%$$

FECHA	PAGO SEMESTRAL	10% INTERESES SOBRE SALDOS	AMORTIZACION	SALDO INSOLUTO
INICIO DEL 1ER SEMESTRE	24.68	0	24.68	125.31
INICIO DEL 2DO SEMESTRE	24.68	6.26	18.42	106.88
INICIO DEL 3ER SEMESTRE	24.68	5.34	19.34	87.54
INICIO DEL 4TO SEMESTRE	24.68	4.37	20.31	67.27
INICIO DEL 5TO SEMESTRE	24.68	3.36	21.32	45.9
INICIO DEL 6TO SEMESTRE	24.68	2.29	22.39	23.51
INICIO DEL 7MO SEMESTRE	24.68	1.175	23.5129	3.19×10^{-12}

El saldo al 3er. semestre es 87.54 y son los derechos del acreedor, los deudor son:

$$150 - 87.54 = 62.46$$

Veamos ahora como calcular estas cantidades sin elaborar las tablas.

DERECHOS DEL ACREDOR.-

Lo que vale la deuda - Lo que valen los pagos = derechos sobre la
al inicio del 3er. sem. hechos hasta el 3er. sem. deuda del acreedor

$$150(1 + .05)^2 - (24.68 \left[\frac{(1 + .05)^3 - 1}{.05} - 1 \right] + 24.68) =$$

$$165.375 - 853.142 + 24.688 = 165.37 - 77.83 = 87.54$$

DERECHOS DEL DEUDOR.-

Lo que valen los pagos - Intereses generados por = Derechos
hechos hasta el 3er. sem. el uso del dinero hasta del
el 3er. semestre deudor

$$\left(24.68 \left[\frac{(1 + .05)^3 - 1}{.05} - 1 \right] + 24.68 \right) - (150(1 + .05)^2 - 150) =$$

$$77.83 - 15.375 = 62.455$$

5.5.- USO DE LAS CALCULADORAS

5.5.1.- TEXAS INSTRUMENTS

La hoja de trabajo para los cálculos de una amortización, utiliza los valores almacenados y/o calculados en la hoja de trabajo TVM (I/Y, PV, PMT, P/Y, C/Y y BGN/END como escenario) para calcular datos en la amortización. Los procedimientos sobre estas páginas muestran dos caminos para generar un plan de amortización.

Generación de un plan de amortización:-

Para calcular datos en la amortización:

1.- Presiona **2nd** **[Amort]**. P1 es mostrado con un valor previo almacenado.

2.- Especifica la cadena de los pagos.

♦ Para introducir un valor en P1 (el primer pago en la cadena), teclee un valor y presione **ENTER**.

♦ Para introducir un valor en P2 (el último pago en la cadena), presione **↓**. Entonces teclee un valor y presione **ENTER**.

3.- Presione **↓** cuantas veces sea necesario para ver el valor calculado automáticamente para BAL, PRN e INT.

El balance restante (BAL) después del pago P2 junto con el capital y el interés pagado son mostrados.

4.- Presione **2nd** **[Amort]** o, si INT es exhibido, presione **↓** para mostrar P1 otra vez.

Repita los pasos 2 y 3 para cada cadena de pagos que generaran una tabla de amortización.

Generación automática de un plan de amortización.-

Después de almacenar los valores iniciales para P1 y P2, como se describe en los párrafos anteriores, se puede calcular automáticamente un plan de amortización.

- 1.- Presione [Amort] o, si INT es exhibido, presione para mostrar P1 y el valor almacenado previamente para P1.
- 2.- Presione CPT . P1 y P2 son actualizados automáticamente para representar la próxima cadena de pagos.

La calculadora obtiene la siguiente cadena de pagos usando el mismo número de periodos utilizados en la cadena de pago anterior. Por ejemplo, si la cadena anterior de pagos fué de 1 hasta 12 (12 pagos), presionando CPT actualiza la cadena de pagos de 13 hasta 24 (12 pagos).

- 3.- Presione para mostrar P2.
 - ♦ si se presiona CPT cuando P1 es exhibido, un nuevo valor para P2 es almacenado automáticamente. (sin embargo se puede almacenar un nuevo valor para P2, si es necesario.)
 - ♦ si no se presiona CPT cuando P1 fué exhibido, se puede presionar CPT cuando P2 es mostrado para almacenar valores a ambas variables para la siguiente cadena de pagos.
- 4.- Presione cuantas veces sea necesario para ver el valor calculado automáticamente para BAL, PRN e INT para las siguientes cadenas de pago.
- 5.- Repita del paso 1 al 4 hasta que el plan este completo.

5.5.1.a. - Solución de problemas haciendo uso de la TEXAS INSTRUMENTS BAI PLUS

Ejemplo 5.1.-

Se ha solicitado un préstamo de 100 pesos con una tasa del 60% capitalizable semestralmente, se quiere liquidar la deuda en un año realizando los pagos por período vencido. Calcular el valor de los pagos, la parte del pago que cubre los intereses así como la que disminuirá la deuda.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0 .
2nd [P/Y]	Introduce el número de pagos al año (el valor default o por omisión es 12). Valor que usa la máquina si no se introduce ninguno.	ENTER P/Y 12 .
2 [ENTER]	Introduce el 2, como número de pagos al año.	ENTER P/Y = 2 .
[↓]	Almacena el número de capitalizaciones al año, si se omite este paso lo toma por default igual al número de pagos al año.	ENTER C/Y = 2 .
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	0 .
1 2nd [xP/Y]	Obtiene el número de períodos en la operación ($1 \times 2 = 2$).	2 .
N	Almacena el número de períodos en la operación.	N = 2 .
60 [I/Y]	Almacena 60 como la tasa nominal.	I/Y = 60 .
100 [PV]	Introduce 100 como valor actual o presente.	PV = 100 .

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

CPT **PMT**

Calcula el valor de los pagos.

PMT = - 73.47826087 *

2nd **[Amort]**

Selecciona la hoja de trabajo Amortización.

ENTER
P1 = 1.**2nd** **[CLR TVM]**

Limpia la hoja de trabajo

ENTER
P1 = 1.

↓ ↓

Fija P1 y P2 en uno. Exhibe el balance en la amortización, para el primer período de pago.

BAL= 56.52173913 *

↓

Exhibe la cantidad pagada al capital en el primer período de pago.

PRN = - 43.47826087 *

↓

Exhibe la cantidad pagada a los intereses, en el primer período de pago.

INT = - 30 *

↓ 2 **[ENTER]**

Fija P1 = 2.

ENTER
P1 = 2.↓ 2 **[ENTER]**

Fija P2 = 2.

ENTER
P2 = 2.

↓

Exhibe el balance en la amortización, para el segundo período de pago.

BAL= - 8.81 - 12 *

↓

Exhibe la cantidad pagada al capital en el segundo período de pago.

PRN = - 56.52173913 *

↓

Exhibe la cantidad pagada a los intereses, en el segundo período de pago.

INT = - 16.95652174 *

Ejemplo 5.2.-

Una deuda de 150 pesos debe amortizarse en 3.5 años, con pagos semestrales anticipados de 25 pesos, liquidándose en su totalidad con el último pago. Elaborese un cuadro de amortización de la deuda con una tasa del 10% capitalizable semestralmente sobre saldos insolutos.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0.
2nd [P/Y]	Introduce el número de pagos al año (el valor default o por omisión es 12). Valor que usa la máquina si no se introduce ninguno.	ENTER P/Y 12.
2 [ENTER]	Introduce el 2, como número de pagos al año.	ENTER P/Y = 2.
[↓]	Almacena el número de capitalizaciones al año, si se omite este paso lo toma por default igual al número de pagos al año.	ENTER C/Y = 2.
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	0.
2nd [BGN]	Permite seleccionar la forma de pago.	SET END
2nd [SET]	Fija los pagos al inicio del período.	SET BGN BGN
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	BGN 0.
3.5 2nd [xP/Y]	Obtiene el número de períodos en la operación ($3.5 \times 2 = 7$).	BGN 7.
[N]	Almacena el número de períodos en la operación.	BGN N = 7.
10 [I/Y]	Almacena 10 como la tasa nominal.	BGN I/Y = 10.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
150 PV	Introduce 150 como valor actual o presente.	BGN 4 PV = 150 .
25 +/- PMT	Introduce el valor de los pagos en la anualidad.	BGN 4 PMT = -25 .
2nd [Amort]	Selecciona la hoja de trabajo Amortización.	ENTER BGN P1 = 1 .
2nd [CLR Work]	Limpia la hoja de trabajo	ENTER BGN P1 = 1 .
↓ ↓	Fija P1 y P2 en uno. Exhibe el balance en la amortización, para el primer periodo de pago.	BGN * BAL = 125 .
↓	Exhibe la cantidad pagada al capital en el primer periodo de pago.	BGN * PRN = -25 .
↓	Exhibe la cantidad pagada a los intereses, en el primer periodo de pago.	BGN * INT = 0 .
↓ 2 [ENTER]	Fija P1 = 2.	ENTER BGN 4 P1 = 2 .
↓ 2 [ENTER]	Fija P2 = 2.	ENTER BGN 4 P2 = 2 .
↓	Exhibe el balance en la amortización, para el segundo periodo de pago.	BGN * BAL = 106.25
↓	Exhibe la cantidad pagada al capital en el segundo periodo de pago.	BGN * PRN = -18.75
↓	Exhibe la cantidad pagada a los intereses, en el segundo periodo de pago.	BGN * INT = -6.25

Se continua de la misma forma hasta llegar al séptimo periodo de pago.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
 7 [ENTER]	Fija P1 = 7.	ENTER BGN 4 P1 = 7.
 7 [ENTER]	Fija P2 = 7.	ENTER BGN 4 P2 = 7.
	Exhibe el balance en la amortización, para el segundo periodo de pago.	BGN * BAL = - 2.535865234
	Exhibe la cantidad pagada al capital en el segundo periodo de pago.	BGN * PRN = - 23.9302793
	Exhibe la cantidad pagada a los intereses, en el segundo periodo de pago.	BGN * INT = - 1.069720703

El motivo por el cual el capital y balance pagados en el séptimo semestre difieren de los valores obtenidos en la amortización de la tabla de la página 217, se debe al hecho de que la calculadora toma todos los pagos iguales; si a 25 se le resta el balance calculado en el séptimo semestre, el resultado es el pago exacto para liquidar la deuda, de igual forma si al capital pagado en el séptimo semestre se le resta el balance correspondiente obtendremos la cantidad amortizada.

Ejemplo 5.3.-

Una deuda de 100 pesos se amortiza en 3 años con pagos trimestrales y una tasa del 12% capitalizable trimestralmente. Calcular el saldo insoluto, al final de 2do. año.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0.
2nd [P/Y]	Introduce el número de pagos al año (el valor default o por omisión es 12). Valor que usa la máquina si no se introduce ninguno.	ENTER P/Y 12.
4 [ENTER]	Introduce el 4, como número de pagos al año.	ENTER P/Y = 4.
[↓]	Almacena el número de capitalizaciones al año, si se omite este paso lo toma por default igual al número de pagos al año.	ENTER C/Y = 4.
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	0.
3 2nd [xP/Y]	Obtiene el número de periodos en la operación ($3 \times 4 = 12$).	12.
[N]	Almacena el número de periodos en la operación.	N = 12.
12 [I/Y]	Almacena 12 como la tasa nominal.	I/Y = 12.
100 [PV]	Introduce 100 como valor actual o presente.	PV = 100.
[CPT] [PMT]	Calcula el valor de los pagos en la amortización.	PMT = - 10.04620855*

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [Amort]	Selecciona la hoja de trabajo Amortización.	ENTER P1 = 1.
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo	ENTER P1 = 1.
↓ 8 [ENTER]	Fija P1 = 8.	ENTER P1 = 8.
↓ 8 [ENTER]	Fija P2 = 8.	ENTER P2 = 8.
↓	Exhibe el balance en la amortización, para el séptimo período de pago.	BAL = 37.34274575 *
↓	Exhibe la cantidad pagada al capital en el séptimo período de pago.	PRN = - 8.665947743 *
↓	Exhibe la cantidad pagada a los intereses, en el séptimo período de pago.	INT = - 1.380260805 *

El saldo insoluto al final del 2do. año es 37.342.

La forma de obtener este resultado con la Texas Instruments BAI PLUS, difiere de la utilizada con la calculadora Hewlett-Packard, por lo que es importante señalar que los pasos indicados para la solución de problemas no son únicos.



EL SABER DE MIS DIOS
HARA MI GRANDEZA

BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

Ejemplo 5.4.-

Un comedor se vende en 300 pesos. Si la venta es al contado, se descuenta el 10%. A plazos, se puede comprar con una cuota inicial de 50 pesos y el saldo en 12 cuotas mensuales. Hallar el valor de las cuotas y la tasa efectiva de interes anual cargado.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0.
12 [N]	Almacena el número de periodos en la operación.	N = 12.
300 [=] 50 [÷] 12 [=]	Se obtiene el valor de las cuotas (pagos).	20.83333333
[+/-] [PMT]	Almacena el pago en la anualidad.	PMT = -20.83333333
300 [=] 10 [%] [=] 50 [=]	Calcula el precio de contado y le resta la cuota inicial, para obtener el valor actual.	220.
[PV]	Introduce 220 como valor actual o presente.	PV = 220.
2nd [P/Y]	Introduce el número de pagos y/o el de capitalizaciones anuales.	ENTER P/Y 12.
[↓]	Introduce el 12, como número de pagos al año.	ENTER C/Y = 12.
1 [ENTER]	Almacena 1 como el número de capitalizaciones al año.	ENTER C/Y = 1.
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	0.
[CPT] [I/Y]	Calcula la tasa nominal con capitalización anual.	I/Y = 27.17744001*

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
150 PV	Introduce 150 como valor actual o presente.	PV = 150. BGN
24.68 +/- PMT	Introduce el valor de los pagos en la anualidad.	PMT = -24.68 BGN
2nd [Amort]	Selecciona la hoja de trabajo Amortización.	P1 = 1. ENTER BGN
2nd [CLR Work]	Limpia la hoja de trabajo	P1 = 1. ENTER BGN
↓ ↓	Fija P1 y P2 en uno. Exhibe el balance en la amortización, para el primer periodo de pago.	BAL = 125.32 BGN *
↓	Exhibe la cantidad pagada al capital en el primer periodo de pago.	PRN = -24.68 BGN *
↓	Exhibe la cantidad pagada a los intereses, en el primer periodo de pago.	INT = 0. BGN *
↓ 2 [ENTER]	Fija P1 = 2.	P1 = 2. ENTER BGN
↓ 2 [ENTER]	Fija P2 = 2.	P2 = 2. ENTER BGN
↓	Exhibe el balance en la amortización, para el segundo periodo de pago.	BAL = 106.906 BGN *
↓	Exhibe la cantidad pagada al capital en el segundo periodo de pago.	PRN = -18.414 BGN *
↓	Exhibe la cantidad pagada a los intereses, en el segundo periodo de pago.	INT = -6.266 BGN *

Se continua de la misma forma hasta llegar al séptimo período de pago.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

↓ 7 [ENTER]

Fija P1 = 7.

ENTER BGN 4
P1 = 7.

↓ 7 [ENTER]

Fija P2 = 7.

ENTER BGN 4
P2 = 7.

↓

Exhibe el balance en la amortización, para el séptimo período de pago.

BGN *
BAL = 0.069577471

↓

Exhibe la cantidad pagada al capital en el séptimo período de pago.

BGN *
PRN = - 23.50144869

↓

Exhibe la cantidad pagada a los intereses, en el séptimo período de pago.

BGN *
INT = - 1.178551308

El saldo al tercer semestre es 87.5713 y son los derechos del acreedor, los del deudor son:

$$150 - 87.5713 = 62.4287$$

Veremos como calcular estas cantidades sin elaborar las tablas y empleando la TEXAS INSTRUMENTS BAI PLUS.

Se almacenan los datos de la misma manera, una vez que se esta en el menú AMRT se introduce P1 = 1 y P2 = 3, para exhibir los totales en el tercer semestre.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

↓ 1 [ENTER]

Fija P1 = 1.

ENTER BGN 4
P1 = 1.

↓ 3 [ENTER]

Fija P2 = 3

ENTER BGN 4
P2 = 3.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA



Exhibe el balance en la amortización, hasta el tercer período de pago.

BAL = BGN *
87.5713



Exhibe la cantidad pagada al capital hasta el tercer período de pago.

PRN = BGN *
- 62.4287



Exhibe la cantidad pagada a los intereses, hasta el tercer período de pago.

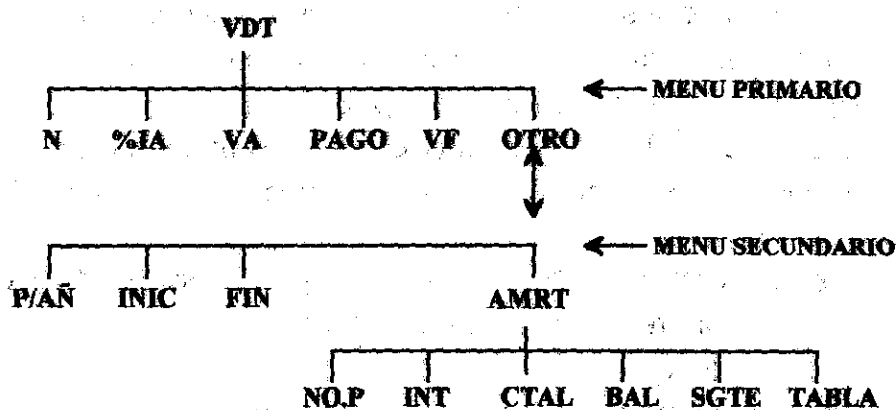
INT = BGN *
- 11.6113

El capital pagado hasta el tercer semestre representan los derechos del deudor (lo que se ha amortizado de la deuda), el balance muestra lo que aún se debe y, representa el derecho sobre la deuda del acreedor. El signo negativo en el capital indica que es un pago.

5.5.2.- HEWLETT - PACKARD

El menú AMRT (oprima **VDT** **OTRO** **AMRT**) exhibe o imprime los siguientes valores:

- El balance del préstamo luego que se han efectuado cierto número de pagos.
- El monto de los pagos que se aplica al interés.
- El monto de los pagos que se aplica al capital.



Rótulos del menú AMRT

ROTULO DE MENU	DESCRIPCION
NO.P	Almacena el número de pagos que serán amortizados y calcula un plan de amortización para esa cantidad de pagos. Los planes en serie comienzan donde el último plan terminó.
INT	Presenta el monto de los pagos que se aplica al interés.
CTAL	Presenta el monto de los pagos que se aplica al capital.
BAL	Exhibe el balance del préstamo.
SGTE	Calcula el próximo plan de amortización, el cual contiene el NO.P de pagos.

COMO PRESENTAR EN PANTALLA UN PLAN DE AMORTIZACION

Para calcular amortizaciones es necesario conocer VA, % IA y PAGO. En el caso de que haya acabado de efectuar dichos cálculos con el menú VDT, pase directamente al paso 3.

PASOS PARA CALCULAR Y PRESENTAR UN PLAN DE AMORTIZACIÓN

- 1.- Oprima **FIN** **VDT** para exhibir el menú VDT.
- 2.- Almacene los valores para los valores para %IA, VA y PAGO. (Oprima **+/-** para convertir PAGO en un número negativo.) Si necesita calcular alguno de estos valores, siga las instrucciones dadas en la sección "Como almacenar, llamar y calcular valores en VDT" en el capítulo II página 59. Luego prosiga al paso 3.
- 3.- Oprima **OTRO** para presentar el resto del menú VDT.
- 4.- En caso de ser preciso, cambie el número de períodos de pago por año almacenado en **P/AN**.
- 5.- Si es necesario cambie el modo de pago oprimiendo INIC o FIN. (Lo común para préstamos es el modo Final.)
- 6.- Oprima **AMRT**.
- 7.- Ingrese el número de pagos que deben ser amortizados y oprima NO.P por ejemplo, para ver un año de pagos mensuales de una sola vez, fije NO.P en 12. Para amortizar el plazo entero de un préstamo, iguale NO.P al número total de pagos (N).
- 8.- Para presentar los resultados oprima **INT**, **CTAL** y **BAL** (u oprima **▼** para visualizar los resultados de la pila histórica).
- 9.- Para continuar el cálculo del plan para pagos subsecuentes, siga los pasos a o b. Para recomenzar el plan, vaya al paso c.
 - a) Para calcular el próximo plan de amortización en la serie con el mismo número de pagos, oprima **SGTE**.
 - b) Para calcular un plan subsecuente en la serie con un número diferente de pagos, ingrese el número y oprima **NO.P**.
 - c) Para recomenzar desde el primer pago (utilizando los mismos datos del préstamo, oprima **CLEAR DATA** y proceda desde el paso 7.

5.5.2.a.- Solución de problemas empleando la calculadora Hewlett Packard

Ejemplo 5.1.-

Se ha solicitado un préstamo de 100 pesos con una tasa del 60% capitalizable semestralmente, se quiere liquidar la deuda en un año realizando los pagos por período vencido. Calcular el valor de los pagos, la parte del pago que cubre los intereses así como la que disminuirá la deuda.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA						
FIN VDT	Presenta el menú " valor del dinero en función del tiempo "	12 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT	12 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
OTRO	Da paso al segundo nivel.	12 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>P AÑ</td><td>INIC</td><td>FIN</td><td></td><td></td><td>AMRT</td></tr></table>	P AÑ	INIC	FIN			AMRT
P AÑ	INIC	FIN			AMRT			
2 P/AÑ	Almacena 2 pagos o períodos de capitalizaciones por año.	2 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>P AÑ</td><td>INIC</td><td>FIN</td><td></td><td></td><td>AMRT</td></tr></table>	P AÑ	INIC	FIN			AMRT
P AÑ	INIC	FIN			AMRT			
EXIT	Regresa al primer nivel.	2 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
1 N	Multiplica 1 por 2 y almacena el resultado en N	N = 2 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
60 % IA	Almacena 60 como la tasa nominal.	% IA =60 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
100 V.A.	Almacena 100 como el valor actual.	V.A. =100 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			

PAGO	Calcula el valor de los pagos.	PAGO = - 73.4782608696 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
OTRO	Da paso al segundo nivel.	2 NO. PAÑO MODO FINAL <table><tr><td>P AÑ</td><td>INIC</td><td>FIN</td><td></td><td>AMRT</td></tr></table>	P AÑ	INIC	FIN		AMRT	
P AÑ	INIC	FIN		AMRT				
AMRT	Exhibe el menú AMRT.	ESC. N PGOS; { NO. P } <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
NO. P	Calcula el plan de amortización para el primer pago.	NO. P = 1 PAGOS: 1-1 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
INT	Presenta el interés pagado en el primer semestre.	INTERES = -30 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
CTAL	Presenta el capital pagado en el primer semestre.	CAPITAL = - 43.4782608696 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
BAL	Presenta el balance pagado en el primer semestre.	BALANCE = 56.5217391304 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
SGTE	Calcula el plan de amortización para el próximo pago.	NO. P = 1 PAGOS: 2-2 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
INT	Presenta el interés pagado en el segundo semestre.	INTERES = - 16.9565217391 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
CTAL	Presenta el capital pagado en el segundo semestre.	CAPITAL = - 56.5217391305 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
BAL	Presenta el balance pagado en el segundo semestre.	BALANCE = - 0.0000000001 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			

Ejemplo 5.2.-

Una deuda de 150 pesos debe amortizarse en 3.5 años, con pagos semestrales anticipados de 25 pesos, liquidandose en su totalidad con el último pago. Elaborese un cuadro de amortización de la deuda con una tasa del 10% capitalizable semestralmente sobre saldos insolutos.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN VDT	Presenta el menú " valor del dinero en función del tiempo "	12 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT	12 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
OTRO	Da paso al segundo nivel.	12 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
2 P/AÑ	Almacena 2 pagos o periodos de capitalizaciones por año.	2 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
INIC	Fija el modo inicial.	2 NO.P AÑO MODO INIC P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al primer nivel.	2 NO.P AÑO MODO INIC N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
3.5 N	Multiplica 3.5 por 2 y almacena el resultado en N	N =7 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
10 % IA	Almacena 10 como la tasa nominal.	% IA =10 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
150 V.A.	Almacena 150 como el valor actual.	V.A. =150 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

25 +/- PAGO

Almacena 25 como el valor de los pagos.

PAGO = - 25

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

OTRO

Da paso al segundo nivel.

2 NO.P AÑO MODO INIC

P AÑ	INIC	FIN	AMRT
------	------	-----	------

AMRT

Exhibe el menú AMRT.

ESC. N PGOS; { NO. P }

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

1 NO. P

Calcula el plan de amortización para el primer pago.

NO. P = 1 PAGOS: 1-1

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta el interés pagado en el primer semestre.

INTERES = 0

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL

Presenta el capital pagado en el primer semestre.

CAPITAL = - 25

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL

Presenta el balance pagado en el primer semestre.

BALANCE = 125

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo pago.

NO. P = 1 PAGOS: 2-2

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta el interés pagado en el segundo semestre.

INTERES = - 6.25

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL

Presenta el capital pagado en el segundo semestre.

CAPITAL = - 18.75

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL

Presenta el balance pagado en el segundo semestre.

BALANCE = 106.25

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo pago (tercero).

NO. P = 1 PAGOS: 3-3

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta el interés pagado en el tercer semestre.

INTERES = - 5.3125

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL

Presenta el capital pagado en el tercer semestre.

CAPITAL = - 19.6875

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL

Presenta el balance pagado en el tercer semestre.

BALANCE = 86.5625

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

Se continua de la misma forma hasta llegar al séptimo semestre:

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo pago (séptimo).

NO. P = 1 PAGOS: 7-7

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta el interés pagado en el séptimo semestre.

INTERES = - 1.06972070313

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL

Presenta el capital pagado en el séptimo semestre.

CAPITAL = - 23.9302792969

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL

Presenta el balance pagado en el séptimo semestre.

BALANCE = - 2.53586523437

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

El motivo por el cual el capital y balance pagados en el séptimo semestre difieren de los valores obtenidos en la amortización de la tabla de la página 217, se debe al hecho de que la calculadora toma todos los pagos iguales; si a 25 se le resta el balance calculado en el séptimo semestre, el resultado es el pago exacto para liquidar la deuda, de igual forma si al capital pagado en el séptimo semestre se le resta el balance correspondiente obtendremos la cantidad amortizada.

Ejemplo 5.3.-

Una deuda de 100 pesos se amortiza en 3 años con pagos trimestrales y una tasa del 12% capitalizable trimestralmente. Calcular el saldo insoluto, al final del 2do. año.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA						
FIN VDT	Presenta el menú " valor del dinero en función del tiempo "	12 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT	12 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
OTRO	Da paso al segundo nivel.	12 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>P AÑ</td><td>INIC</td><td>FIN</td><td></td><td></td><td>AMRT</td></tr></table>	P AÑ	INIC	FIN			AMRT
P AÑ	INIC	FIN			AMRT			
4 P/AÑ	Almacena 4 pagos o periodos de capitalizaciones por año.	4 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>P AÑ</td><td>INIC</td><td>FIN</td><td></td><td></td><td>AMRT</td></tr></table>	P AÑ	INIC	FIN			AMRT
P AÑ	INIC	FIN			AMRT			
EXIT	Regresa al primer nivel.	4 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
3 N	Multiplica 3 por 4 y almacena el resultado en N	N =12 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
12 % IA	Almacena 12 como la tasa nominal.	% IA =12 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
100 V.A.	Almacena 100 como el valor actual.	V.A. =100 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
PAGO	Calcula el valor de los pagos en la amortización.	PAGO = -10.0462085473 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

OTRO

Da paso al segundo nivel.

4 NO.P AÑO MODO FINAL

P AÑ INIC FIN AMRT

AMRT

Exhibe el menú AMRT.

ESC. N PGOS; {NO. P}

NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA

8 **NO. P**

Calcula el plan de amortización para el segundo año.

NO. P = 8 PAGOS: 1-8

NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA

INT

Presenta el interés pagado en el segundo año.

INTERES = -17.7124141238

NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA

CTAL

Presenta el capital pagado en el segundo año.

CAPITAL = - 62.6572542546

NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA

BAL

Presenta el balance pagado en el segundo año.

BALANCE = 37.3427457454

NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA

El saldo insoluto al final del 2do. año es 37.342

Ejemplo 5.4.-

Un comedor se vende en 300 pesos. Si la venta es al contado, se descuenta e 10%. A plazos, se puede comprar con una cuota inicial de 50 pesos y el saldo en 12 cuotas mensuales. Hallar el valor de las cuotas y la tasa efectiva de interés anual cargado.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA						
FIN VDT	Presenta el menú " valor del dinero en función del tiempo "	12 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT	12 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
12 N	Almacena 12 como el numero de pagos en la operación.	N =12 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
300 - 50 ÷ 12 =	Se obtiene el valor de las cuotas (pagos).	20.8333333333 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
+/- PAGO	Almacena el pago en la anualidad.	PAGO =- 20.8333333333 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
300 - 10 % - 50 =	Calcula el precio de contado y le resta la cuota inicial, para obtener el valor actual.	220 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
V.A.	Almacena 220 como el valor actual.	V.A. =220 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
% IA	Calcula la tasa nominal con capitalización mensual.	% IA =24.2837523353 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
STO 0	Almacena el número en pantalla en la memoria cero.	% IA =24.2837523353 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

EXIT **CNVI**

Exibe el menú de conversiones de interés.

SELEC. CAPITALIZACIÓN**PER** **CONT****PER**

Selecciona periódico.

CAPITZ. P/VECES AL AÑO**%NOM** **%EFE** **P****RCL** **0**

Muestra el núm. almacenado en la memoria cero y lo multiplica por 12, para obtener la tasa nominal.

24.2837523353**%NOM** **%EFE** **P****%NOM**

Almacena la tasa nominal.

%NOM = 24.37523353**%NOM** **%EFE** **P****12** **P**

Almacena el número de capitalizaciones anuales.

P = 12**%NOM** **%EFE** **P****%EFE**

Calcula la tasa efectiva en la operación.

%EFE = 27.1774400118**%NOM** **%EFE** **P**

Ejemplo 5.5.-

Considere un pago de 24.68 para el ejercicio 2 y utilice los datos restantes para elaborar el correspondiente cuadro de amortización. Señalar los derechos del deudor y del acreedor para el tercer semestre.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN VDT	Presenta el menú " valor del dinero en función del tiempo "	12 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
CLEAR DATA	Borra los valores previos en VDT	12 NO.P AÑO MODO FINAL N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
OTRO	Da paso al segundo nivel.	12 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
2 P/AÑ	Almacena 2 pagos o periodos de capitalizaciones por año.	2 NO.P AÑO MODO FINAL P AÑ INIC FIN AMRT
INIC	Fija el modo inicial.	2 NO.P AÑO MODO INIC P AÑ INIC FIN AMRT
EXIT	Regresa al primer nivel.	2 NO.P AÑO MODO INIC N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
3.5 N	Multiplica 3.5 por 2 y almacena el resultado en N	N =7 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
10 % IA	Almacena 10 como la tasa nominal.	% IA =10 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO
150 V.A.	Almacena 150 como el valor actual.	V.A. =150 N %IA V.A. PAGO V.F. OTRO

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

24.68 +/- PAGO

Almacena 24.68 como el valor de los pagos.

PAGO = - 24.68

N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
---	-----	------	------	------	------

OTRO

Da paso al segundo nivel.

2 NO.P AÑO MODO INIC

P AÑO	INIC	FIN		AMRT
-------	------	-----	--	------

AMRT

Exhibe el menú AMRT.

ESC. N PGOS; { NO. P }

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

1 NO. P

Calcula el plan de amortización para el primer pago.

NO. P = 1 PAGOS: 1-1

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta el interés pagado en el primer semestre.

INTERES = 0

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL

Presenta el capital pagado en el primer semestre.

CAPITAL = - 24.68

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL

Presenta el balance pagado en el primer semestre.

BALANCE = 125.32

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo pago.

NO. P = 1 PAGOS: 2-2

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta el interés pagado en el segundo semestre.

INTERES = - 6.266

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL

Presenta el capital pagado en el segundo semestre.

CAPITAL = - 18.414

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL

Presenta el balance pagado en el segundo semestre.

BALANCE = 106.906

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo pago (tercero).

NO. P = 1 PAGOS: 3-3

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta el interés pagado en el tercer semestre.

INTERES = - 5.3453

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL

Presenta el capital pagado en el tercer semestre.

CAPITAL = - 19.3347

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL

Presenta el balance pagado en el tercer semestre.

BALANCE = 87.5713

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

Se continua de la misma forma hasta llegar al séptimo semestre:

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo pago (séptimo).

NO. P = 1 PAGOS: 7-7

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta el interés pagado en el séptimo semestre.

INTERES = - 1.17855130813

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL

Presenta el capital pagado en el séptimo semestre.

CAPITAL = - 23.5014486919

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL

Presenta el balance pagado en el séptimo semestre.

BALANCE = 0.06957747063

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

El saldo al tercer semestre es 87.5713 y son los derechos del acreedor, los del deudor son:

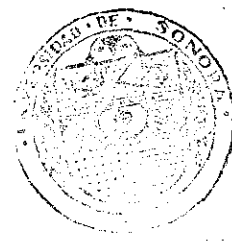
$$150 - 87.5713 = 62.4287$$

Veremos como calcular estas cantidades sin elaborar las tablas y empleando la Hewlett Packard 17BII.

Se almacenan los datos de la misma manera, una vez que se esta en el menú AMRT se introduce el número de pagos como tres para exhibir los totales en el tercer semestre.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
AMRT	Exhibe el menú AMRT.	ESC. N PGOS; { NO. P } NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA
3 NO. P	Calcula el plan de amortización para el tercer pago.	NO. P = 3 PAGOS: 1-3 NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA
INT	Presenta el interés pagado en el tercer semestre.	INTERES = -11.6113 NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA
CTAL	Presenta el capital pagado en el tercer semestre.	CAPITAL = - 62.4287 NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA
BAL	Presenta el balance pagado en el tercer semestre.	BALANCE = 87.5713 NO. P INT CTAL BAL SGTE TABLA

El capital pagado hasta el tercer semestre representan los derechos del deudor (lo que se ha amortizado de la deuda), el balance muestra lo que aún se debe y representa el derecho sobre la deuda del acreedor. El signo negativo en el capital indica que es un pago.



Capítulo 6

Depreciación

6.1.- DEFINICIÓN Y OBJETIVOS CARACTERISTICOS

El coste de una máquina, de un edificio o de cualquier bien debe recuperarse con el rendimiento que nos vaya produciendo durante su vida útil.

Toda maquinaria está destinada a convertirse en un montón de chatarra y debe obtenerse su coste de reposición antes de que llegue a serlo.

Las ganancias de un equipo dependen de la posesión de un capital adecuado, materiales y trabajo; si el costo de los bienes no se recobra al término de su vida útil, la empresa puede encontrarse con seguros apuros financieros.

DEFINICION: A la pérdida de precio o valor que sufre un bien como consecuencia del uso o transcurso del tiempo, se le conoce como **DEPRECIACION**

Algunas causas de la depreciación es el deterioro progresivo por el uso continuo y la antigüedad, ya que el activo se vuelve anticuado, es decir, está pasado de moda ya que se ha desarrollado una mejor maquinaria.

La depreciación tiene pues, dos objetivos característicos y debe reflejarse con el fin de :

- 1.- Determinar el costo de los bienes o servicios que se genera con dichos bienes.
- 2.- Establecer un fondo de reserva que permita reemplazar el bien al final de su vida útil.

En épocas como en la que hoy vivimos (inflacionarias), el segundo objetivo se logra en forma parcial, ya que los precios de los nuevos bienes serán mucho mayores al de los antiguos.

6.2.- NOTACIÓN Y LOS DIFERENTES MÉTODOS DE DEPRECIACIÓN

Los términos y notación utilizada en el presente capítulo para los problemas de depreciación son los siguientes:

C = Costo original del activo.

S = Valor de salvamento al término de su vida útil. (S puede ser negativo).

n = Vida útil del activo en años

$D_t = C - S$ = Base de depreciación o depreciación total del activo (es la diferencia entre el costo y el valor de salvamento).

D_k = Cargo por depreciación por el año k , ($1 < k < n$)

A_k = Depreciación acumulada al final del año k
($0 \leq k \leq n$) , $A_0 = 0$ y $A_n = D_t$

V_k = Valor en libros al final del año k . ($0 \leq k \leq n$)

d_k = Tasa de depreciación en el año k , ($1 \leq k \leq n$) .
puede ser constante o no, dependiendo del método de depreciación elegido.

Hay varios métodos de depreciación; se tratarán primeramente tres métodos basados en el tiempo:

➤ Método de línea recta.

➤ Método de suma de los años dígitos.

➤ Método de balance decreciente.

6.3.-METODO DE LINEA RECTA

Aún cuando existe una variedad de métodos de depreciación, uno de los mas sencillos y comunmente utilizado es el de la depreciación en línea recta. Bajo este método la tasa de depreciación es la misma (cte.). En este método se utilizan tres factores:

- 1) **Costo original.**- Es la cantidad original pagada por el activo o bien mas el costo del flete y la instalación si es requerido.
- 2) **Valor de salvamento.**- (Algunos le llaman valor residual, valor de comercialización, valor de desecho o valor de recuperación). Es la cantidad estimada para el cual el activo (bien) puede ser vendido al final de su vida útil.
- 3) **Vida útil.**- Es el número estimado en años del activo (bien) que permanece en servicio.

La fórmula para determinar la cantidad de depreciación anual usando el método de línea recta es:

$$\text{DEPRECIACION ANUAL} = \frac{\text{COSTO} - \text{VALOR DE SALVAMENTO}}{\text{VIDA UTIL}}$$

$$D_k = \frac{C - S}{n}$$

Existen dos tipos de depreciación utilizando el método de línea recta:

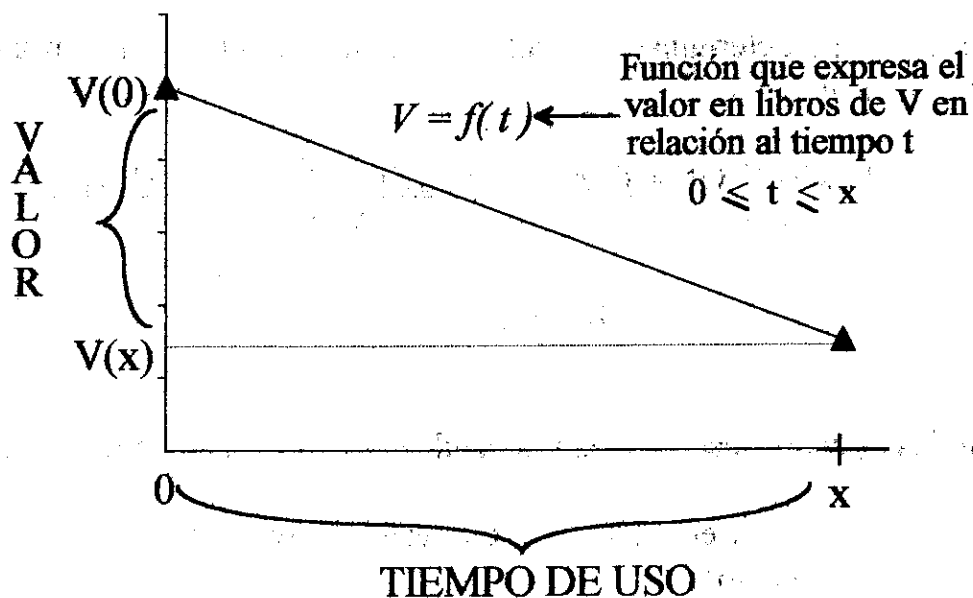
- ♦ Depreciación en línea recta con valor de recuperación (o salvamento).
- ♦ Depreciación en línea recta sin valor de recuperación (o salvamento).

6.3.1.- DEPRECIACION EN LINEA RECTA CON VALOR DE RECUPERACION (O SALVAMENTO)

El problema en este tipo de depreciación consiste en saber el valor de un bien conociendo el tiempo de uso, con las siguientes condiciones:

- 1.- Valor inicial, $V(0)$.
- 2.- Valor de los x años, $V(x)$.
(valor de recuperación)
- 3.- Se deprecia lo mismo cada año (constante).

COMPORTAMIENTO GRAFICO



x = Tiempo

$V(x)$ = Valor que corresponde a x años de uso

La depreciación es:

$$\frac{\text{Depreciación}}{\text{por año}} = \frac{\text{Valor que perdió}}{\text{Tiempo que pasa para que pierda ese valor}}$$

$$= \frac{\text{Costo original} - \text{Valor de salvamento}}{\text{Vida útil}}$$

y la función que dado el tiempo de uso nos da el valor en libros esta dada por:

$$\text{Valor} \left(\begin{array}{c} \text{tiempo} \\ \text{en años} \end{array} \right) = \text{Valor inicial} + \text{lo que perdió} \left(\begin{array}{c} \text{número} \\ \text{de años} \end{array} \right) \text{ cada año}$$

Nota: Es un valor negativo porque es un valor perdido.



BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA

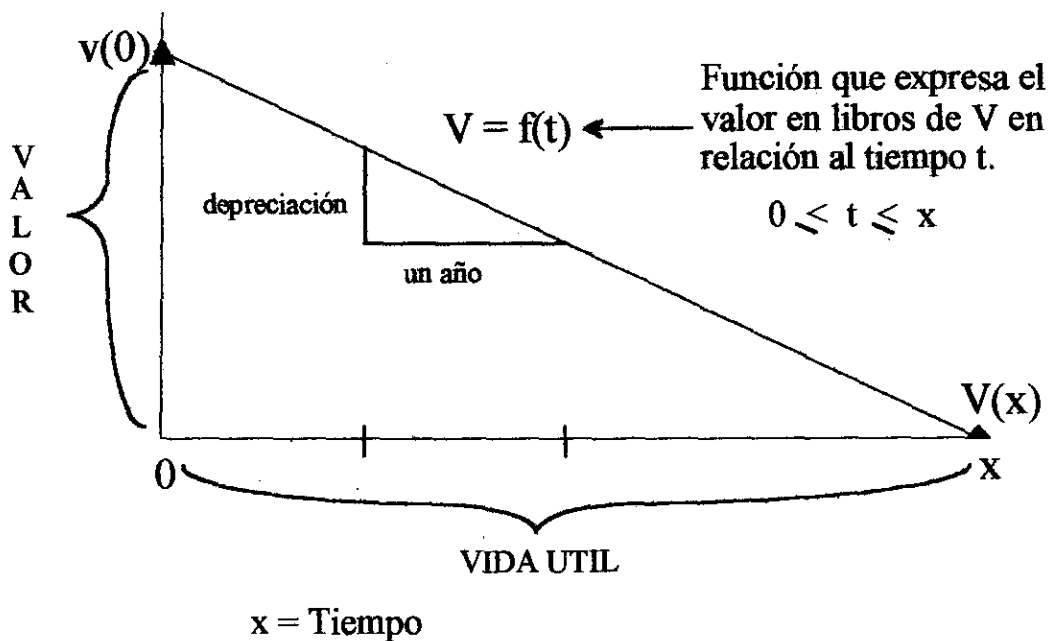
6.3.2.- LA DEPRECIACION EN LINEA RECTA SIN VALOR DE RECUPERACION (O SALVAMENTO)

DEFINICION: Se dice sin valor de recuperación cuando se deprecia hasta que vale cero (Valor de salvamento nulo).

El problema aquí consiste en saber el costo o valor de un bien conociendo el tiempo de uso, con las siguientes condiciones:

- 1.- Valor inicial, $V(0)$.
- 2.- Vida útil, x años.
- 3.- Se deprecia lo mismo cada año (constante).

COMPORTAMIENTO GRAFICO



$V(x)$ = Valor que corresponde a x años de uso

La depreciación por año esta dada por:

$$\begin{array}{c} \text{Depreciación} \\ \text{por} \\ \text{año} \end{array} = \frac{\text{Valor que perdió}}{\text{Tiempo de vida útil}}$$

$$D_k = \frac{C - S}{n}, \quad 0 < k < n$$

La función que dado el tiempo de uso nos da el valor es:

$$\text{valor} \left(\begin{array}{c} \text{tiempo} \\ \text{en años} \end{array} \right) = \text{valor inicial} + \text{lo que perdio} \left(\begin{array}{c} \text{número} \\ \text{de años} \end{array} \right) \text{ cada año}$$

↑
Nota: Es un valor negativo porque es un valor perdido.

$$V_k = C - D_k, \quad 0 \leq k \leq n$$

Ejemplo 6.1.-

El costo de una máquina al momento de su adquisición es de 45,500 pesos. Después de 5 años, el valor de la máquina es de 12,000 pesos.

- a) ¿Cuánto se deprecia por año?
- b) ¿Cuál es la función tal que dado el tiempo de uso nos da el valor?
- c) Elabore la gráfica de la función
- d) Si la máquina tiene un valor de 32,000 pesos ¿cuánto tiempo tiene de uso?
- e) Si la máquina se quiere vender a los 2 años ¿cuál es su valor?
- f) Elabore una tabla de depreciación.

Usando la fórmula obtenida para la depreciación por año se tiene:

$$\begin{array}{lcl} \text{Depreciación} & & C - S \\ \text{por año} & = & n \end{array}$$

$$D_k = \frac{45,500 - 12,000}{5}$$

$$D_k = 6,700$$

Así, la función tal que dado el tiempo de uso nos da el valor en libros nos es dada por la siguiente ecuación:

$$V(t) = 45,500 - 6,700t, \quad 0 \leq t \leq 5$$

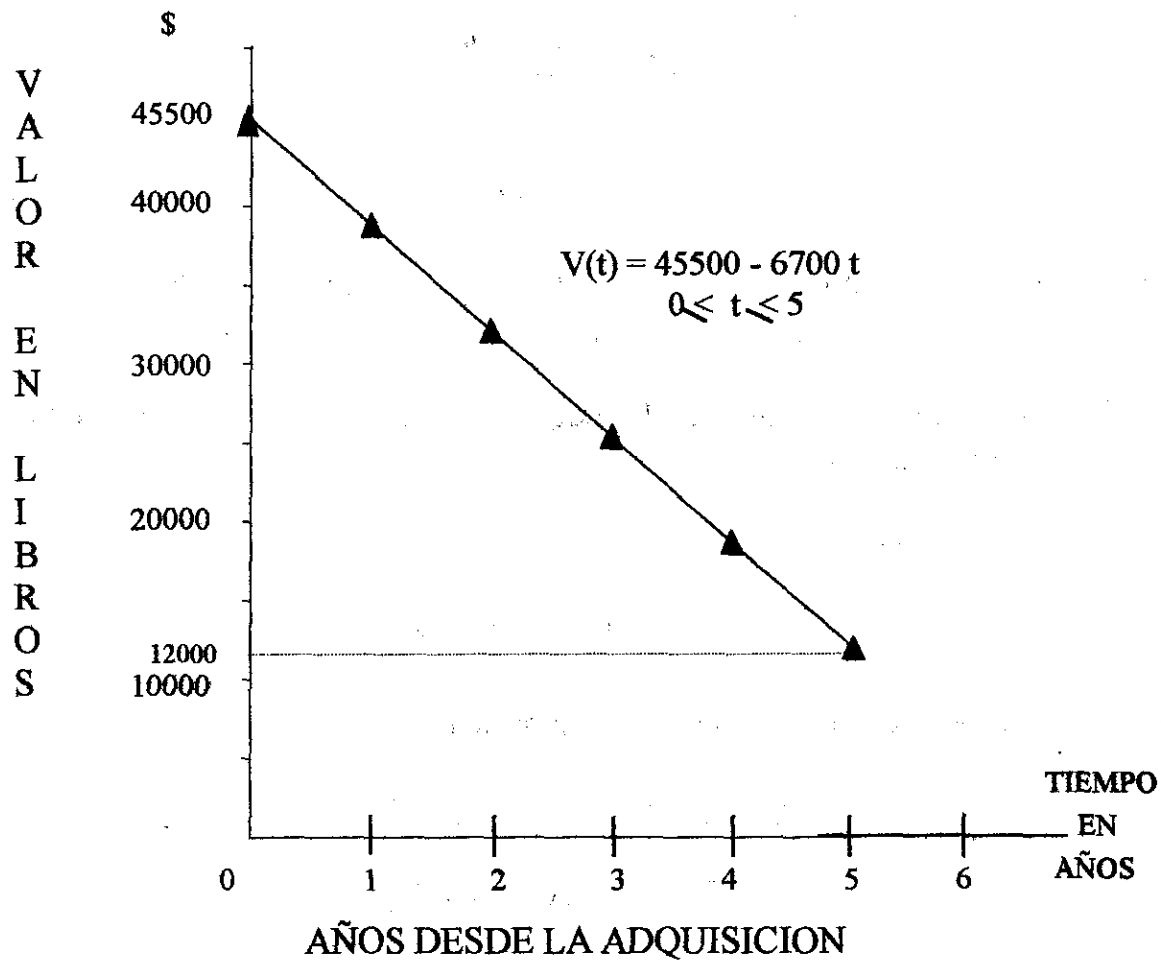
cuando $t = 0$, el valor en el tiempo cero es igual al costo original, es decir:

$$V(0) = 45,500 = C \quad \text{y cuando } t = 5,$$

$$V(5) = 45,500 - 33,500 = 12,000, \text{ esto es,}$$

$$V(5) = S \text{ (Valor de salvamento).}$$

GRAFICA DE LA FUNCION



Si ahora se tiene que la máquina tiene un valor de 32,000 pesos ¿cuánto tiempo tiene de uso?

Para conocer el tiempo de uso, usaremos la ecuación que nos da la función que expresa el valor en libros:

$$V(t) = 45,500 - 6,700t$$

como el valor que tiene la máquina es de 32,000, sustituiremos este valor en la expresión y despejaremos t.

$$32,000 = 45,500 - 6,700t$$

$$t = \frac{45,500 - 32,000}{6,700}$$

$$t = 2.01492 \text{ años}$$

el tiempo de uso cuando la máquina tiene un valor de 32,000 es de dos años cinco días.

Se desea conocer el valor de la máquina, ya que se va a vender dos años después de su adquisición.

Usaremos la expresión:

$$V(t) = 45,500 - 6,700t$$

después de dos años de su adquisición, el valor de la máquina es:

$$V(2) = 45,500 - 6,700(2)$$

$$V(2) = 45,500 - 13,400$$

$$V(2) = 32,100 \text{ pesos}$$

AÑOS	DEPRECIACION ANUAL	DEPRECIACION ACUMULADA	VALOR EN LIBROS
0	0	0	45,500
1	6,700	6,700	38,800
2	6,700	13,400	32,100
3	6,700	20,100	25,400
4	6,700	26,800	18,700
5	6,700	33,500	12,00

En la tabla se refleja que la depreciación anual es de \$6,700, cantidad que se incrementa en el fondo de reserva para depreciación y disminuye en el valor en libros del activo, es decir, en general que la depreciación acumulada crece cada año en una cantidad fija y el valor en libros disminuye en la misma cantidad.

6.4.- METODO DE SUMA DE LOS AÑOS DIGITOS

Una de las principales razones del método de línea recta para la estimación de la depreciación, que es a menudo el mas usado, es que la cantidad depreciable es la misma para cada año de su vida útil estimada.

En cambio, al método que asigna un cargo mayor a los bienes en los primeros años y lo disminuye con el transcurso del tiempo, lo llamaremos Método de Suma de los Años Dígitos. Los pasos que se requieren para este método son:

1.- Se enlistan los dígitos correspondientes a los años de vida útil del activo en orden decreciente. Por ejemplo, si un activo tiene una vida útil de 4 años, los dígitos se enlistan: 4 3 2 1.

2.- Sumar los dígitos: la suma de los dígitos es el denominador de la fracción a depreciar.

$$4 + 3 + 2 + 1 = 10$$

Si la vida del activo es larga, existe una fórmula de la suma de los años dígitos que puede ser usada para simplificar el cálculo del denominador. La fórmula es la suma de los primeros n dígitos:

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

donde n es la vida útil estimada

En el caso anterior se tiene:

$$S = \frac{4(4+1)}{2} = \frac{4(5)}{2}$$

$$S = 10$$

3.- Los dígitos de los años de vida útil se colocan como numerador en orden decreciente encima del denominador obtenido en el paso 2.

$$\frac{4}{10}, \frac{3}{10}, \frac{2}{10}, \frac{1}{10}$$

Esto significa que el primer año el bien se deprecia $\frac{4}{10}$ partes del valor de adquisición, el segundo año $\frac{4}{10}$ partes y así sucesivamente, hasta depreciarse totalmente.

- 4.- Se sustrae el valor de salvamento de el costo original de los activos o bienes y se obtiene la depreciación total:

$$D_T = C - S$$

- 5.- Se multiplica el resultado de la sustracción en el paso cuatro por la fracción de cada año sucesivo obtenido en el paso 3, obteniendose la depreciación anual. Así se tiene que:

$$D_1 = \frac{n(C - S)}{S}, D_2 = \frac{(n - 1)(C - S)}{S}, \dots, D_n = \frac{1(C - S)}{S}$$

y generalizando se tiene:

$$D_k = \frac{(n - k + 1)(C - S)}{S}$$

La depreciación acumulada (A_k) se obtiene multiplicando la depreciación total ($C - S$) por la suma de las fracciones acumuladas hasta ese año.

Ejemplo 6.2.-

Se resuelve el ejemplo 6.1 utilizando el método de suma de dígitos. El costo de la máquina es de \$45,500, su vida útil de 5 años y su valor de salvamento es de \$12,000.

a) Determinése los cargos por depreciación anual.

b) Elabore una tabla de depreciación.

Solución:

1.- Se determina la depreciación total.

$$D_t = C - S$$

$$D_t = 45,500 - 12,000$$

$$D_t = 33,500$$

2.- Se calcula el denominador de la fracción (suma de dígitos).

$$n = 5 \quad S = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{5(6)}{2}$$

$$S = 15$$

3.- Se determinan los numeradores de las fracciones.

AÑO	1	2	3	4	5
NUMERADOR	5	4	3	2	1
FRACCION	$\frac{5}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

Los cargos por depreciación anual se tiene por:

$$D_k = \frac{n - k + 1}{S} (C - S)$$

$$D_1 = \frac{5}{15} (33,500) = 11,166.6666667$$

$$D_2 = \frac{4}{15} (33,500) = 8,933.3333333$$

$$D_3 = \frac{3}{15} (33,500) = 6,700$$

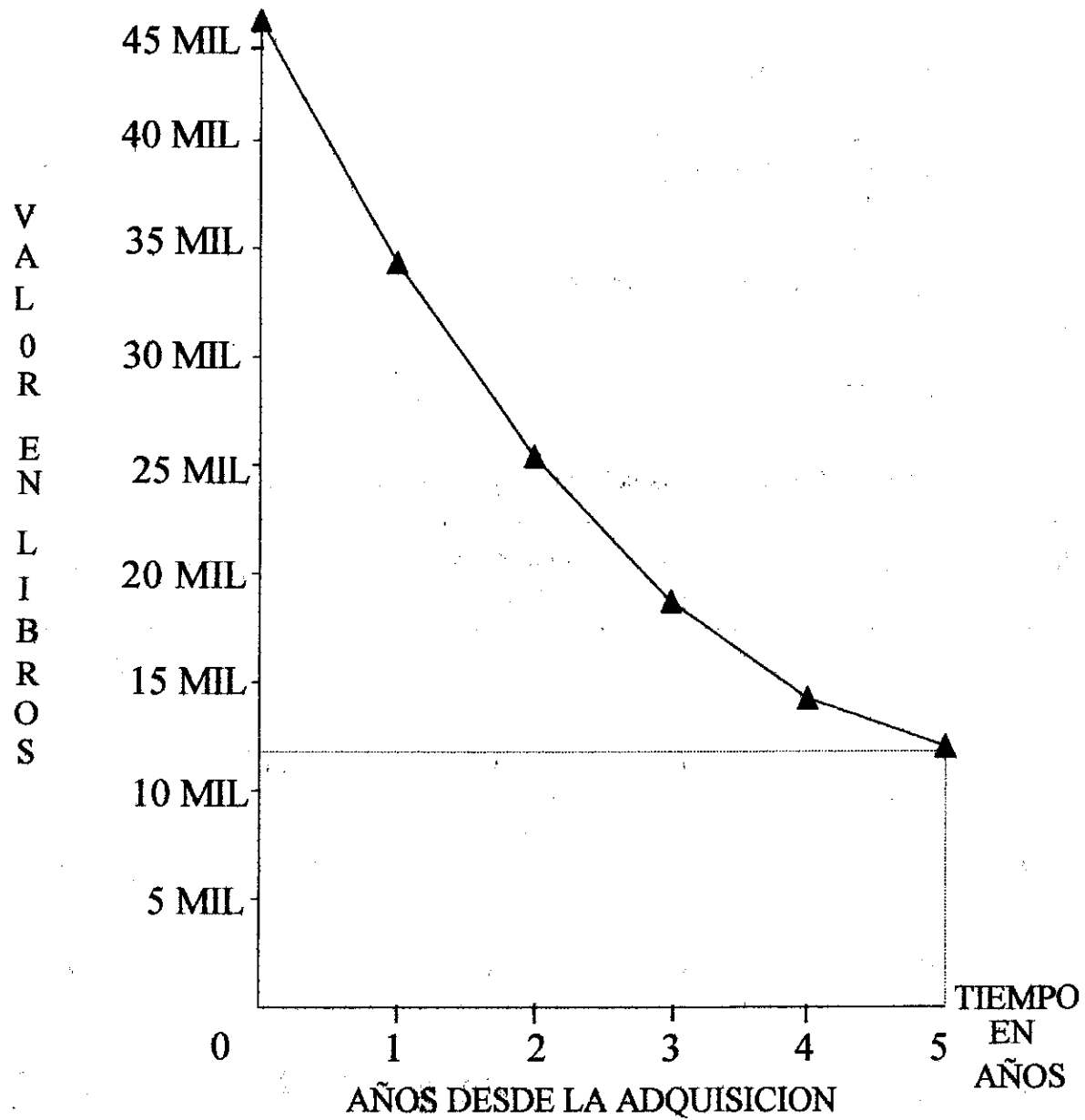
$$D_4 = \frac{2}{15} (33,500) = 4,466.6666667$$

$$D_5 = \frac{1}{15} (33,500) = 2,233.3333333$$

Con los elementos obtenidos se construye la siguiente tabla:

AÑOS	FRACCION	DEPRECIACION TOTAL	DEPRECIACION ANUAL	DEPRECIACION ACUMULADA	VALOR EN LIBROS
0		0	0	0	45,500
1	$\frac{5}{15}$	33,500	11,116.66	11,116.00	34,333.33
2	$\frac{4}{15}$	33,500	8,933.33	20,100	25,400
3	$\frac{3}{15}$	33,500	6,700	26,800	18,700
4	$\frac{2}{15}$	33,500	4,466.66	31,266.66	14,233.33
5	$\frac{1}{15}$	33,500	2,233.33	33,500	12,000

COMPORTAMIENTO GRAFICO



6.5.- METODO DE BALANCE DECRECIENTE

El método de balance decreciente para cálculo de depreciación es otro método acelerado; esto es, la depreciación es mayor los primeros años y menor en cada año siguiente. Como en todos los otros métodos para determinar la depreciación, el máximo que un activo puede depreciarse es el costo total menos el valor de salvamento. A diferencia de otros métodos de depreciación, la base sobre la cual es tomada la tasa en el método de balance decreciente empieza con el costo, no con el costo menos el valor de salvamento.

La tasa es aplicada al valor en libros del activo en cada período y el valor en libros disminuye la cantidad de depreciación en el período anterior.

De esta manera el método es llamado método de Balance Decreciente.

En teoría, existen dos métodos de Balance Decreciente:

- ◆ El Método de Balance Decreciente con Porcentaje Fijo (BD).
- ◆ El Método de Doble Balance Decreciente (DBD)

6.5.1.- METODO DE BALANCE DECRECIENTE CON PORCENTAJE FIJO (BD)

En éste método se considera que la depreciación es mayor en los primeros años de uso y menor en los últimos. Para reflejarlo se carga un porcentaje fijo del valor en libros del activo a los resultados de la empresa. El valor en libros disminuye cada año y, por consecuencia disminuye también la depreciación. La depreciación anual esta dada por la fórmula:

$$D_k = V_{k-1}d \quad \dots\dots\dots(6.a)$$

El valor en libros al final del primer año estará dado por:

$$V_1 = V_0 - V_0d$$

como $V_0 = C$, se tiene que:

$$V_1 = C - Cd = C(1 - d)$$

donde V es el valor en libros y d es la tasa de depreciación anual fijada.

Para el segundo año, el valor en libros esta dado por:

$$V_2 = V_1 - V_1 d = V_1(1 - d)$$

pero como $V_1 = C(1 - d)$, entonces

$$V_2 = C(1 - d)(1 - d)$$

y el tercer año sera:

$$V_3 = V_2 - V_2 d = V_2(1 - d) = C(1 - d)(1 - d)(1 - d)$$

Por lo tanto, el valor en libros al final de cada año se puede determinar usando la fórmula:

$$V_k = C(1 - d)^k ; \text{ donde } 0 \leq k \leq n \dots\dots\dots(6.b)$$

En el último año, el valor en libros es igual al valor de salvamento:

$$S = C(1 - d)^n = V_n \dots\dots\dots(6.c)$$

Ejemplo 6.3.-

Una compañía compra una máquina en 45,500 pesos. Calcula que su vida útil será de 5 años y que al final de ella su valor de salvamento será 12,000 pesos.

- a) Determínese la tasa de depreciación d que puede utilizarse usando BD.
- b) Encuentre el valor en libros al final del segundo año.
- c) Determine el cargo de depreciación al tercer año.
- d) Elaborar la tabla de depreciación correspondiente.

Solución:

- a) Como se conoce la vida útil y el valor de salvamento se usa la fórmula (6.c) y se despeja d para determinar la tasa de depreciación anual.

$$\begin{aligned}S &= C(1 - d)^n \\12,000 &= 45,500(1 - d)^5 \\ \frac{12,000}{45,500} &= (1 - d)^5 \\\cdot 263736264 &= (1 - d)^5 \\ (.263736264)^{\frac{1}{5}} &= 1 - d \\\cdot 766009172 &= 1 - d \\ d &= 1 - \cdot 766009172 \\ d &= \cdot 233990827855 \\ d &= 23.3990827855 \%\end{aligned}$$

- b) Utilizando la fórmula (6.b) se determina el valor en libros al final del segundo año.

$$\begin{aligned}V_k &= C(1 - d)^k \\ V_2 &= 45,500(1 - \cdot 2339908828)^2 \\ V_2 &= 45,500(\cdot 586770051588) \\ V_2 &= 26,698.0373574\end{aligned}$$

- c) El cargo por depreciación al tercer año se obtiene utilizando la fórmula:

$$\begin{aligned}D_k &= V_{k-1}d \\ D_3 &= V_2d \\ D_3 &= 26,698.0373574(\cdot 233990827855) \\ D_3 &= 6,247.09586336\end{aligned}$$

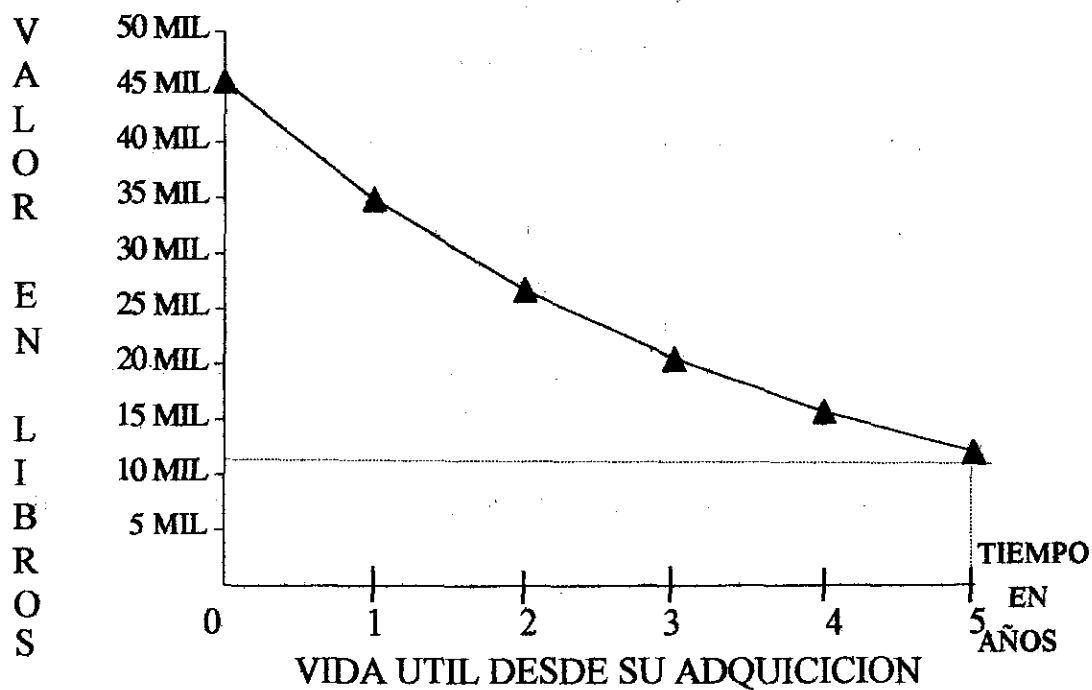
- d) Para elaborar la tabla de depreciación utilizamos la fórmula

$$D_k = V_{k-1}d$$

AÑOS	DEPRECIACION ANUAL	DEPRECIACION ACUMULADA	VALOR EN LIBROS	(%) PORCENTAJE DE DEPRECIACION
0	0	0	45,500	23.39908279
1	10,646.58	10,646.58	34,853.41	23.39908279
2	8,155.37	18,801.96	26,698.03	23.39908279
3	6,247.09	25,049.05	20,450.94	23.39908279
4	4,785.33	29,834.39	15,665.6	23.39908279
5	3,665.6	33,500	12,000	23.39908279

116.99541392

COMPORTAMIENTO GRAFICO



6.5.2.- METODO DEL DOBLE BALANCE DECRECIENTE (DBD)

Llamado así, pues su tasa es el doble de lo correspondiente al método lineal. La tasa de depreciación generalmente utilizada para propósitos ilustrativos en el método de Balance Decreciente, es el doble de la tasa lineal (se emplea 200%).

En la mayoría de los activos, la tasa usada en la práctica es menor que el doble de la tasa lineal, normalmente $1\frac{1}{2}$ veces.

La tasa lineal siempre es determinada colocando 1 en la posición del numerador y los años de vida útil en la posición del denominador de una fracción común. De manera que un activo que tiene vida útil de 4 años tiene una tasa lineal de $\frac{1}{4}$, uno de 12 años de vida útil tiene una tasa de $\frac{1}{12}$ y así sucesivamente.

Para calcular la depreciación usando el método de Doble Balance Decreciente, se utilizan los siguientes pasos:

- 1.- Se calcula la tasa de depreciación anual, multiplicando la tasa lineal por la cantidad dada, esto es, si un activo cuenta con 5 años de vida y es depreciado usando el método de Balance Decreciente como el doble de la tasa lineal, el cálculo es:

$$\text{tasa lineal} \times 2 = \frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5} = 40\%$$

- 2.- Multiplicar el costo original por la tasa encontrada en el paso 1. El resultado será la cantidad de depreciación para el primer año de vida del activo.

$$D_1 = Cd$$

$$V_0 = \text{Costo Original}$$

donde d es la tasa de depreciación anual. (doble de la tasa lineal).

- 3.- Se resta la depreciación del primer año (encontrado en el paso anterior) del costo original del activo, esto es, encontrar el valor en libros para el segundo periodo.

$$V_2 = C - D_1$$

$$V_2 = C - Cd = C(1 - d)$$

4.- Continúe alternando los pasos dos y tres hasta llegar a la total depreciación (costo original menos valor de salvamento), cuando sucede esto el último año de la depreciación es calculado.

La depreciación debe cesar cuando el costo menos el valor de salvamento haya sido recuperado, incluso si esto ocurre antes del término de la vida útil.

La depreciación en el último año es la diferencia entre la total depreciación y la cantidad de depreciación acumulada en los años anteriores.

Ejemplo 6.4.-

Utilizando el método Doble de balance decreciente resolveremos el siguiente ejemplo.

Una compañía compra una máquina en 45,000 pesos. Calcula que su vida útil será de 5 años y que al final de ella su valor de salvamento será de 12,000 pesos.

- a) Determinése la tasa de depreciación anual que debe utilizarse.
- b) Determine el cargo de depreciación al 2do. año.
- c) Elaborar la tabla de depreciación correspondiente.

Solución:

Como la vida útil de la máquina es de 5 años, entonces su tasa lineal es de $\frac{1}{5}$

Ahora, para determinar la tasa de depreciación se tiene:

$$d = \text{tasa lineal} \times 2 = \frac{1}{5} \times 2 = .40 = 40\%$$

El 40% es la tasa de depreciación anual utilizada en cada período (tasa constante)

Una vez encontrada la tasa de depreciación, calcularemos el cargo de depreciación al segundo año. Para ello es necesario, conocer el cargo de depreciación al primer año y el valor en libros al final de este.

La depreciación para el primer año = Costo original ☒ Tasa de depreciación anual

$$D_1 = Cd$$

$$D_1 = 45500 \text{ } \boxed{\times} \text{ } 40\%$$

$$D_1 = 18,200$$

Valor en libros en el primer año = Costo original - La depreciación en el primer año

$$V_1 = C - D_1$$

$$V_1 = 45,500 - 18,200$$

$$V_1 = 27,300$$

El cargo de depreciación al segundo año estará dado por:

la depreciación para el 2do. año = valor en libros en el 1er. año ☒ tasa de depreciación anual

$$D_2 = V_1 d$$

$$D_2 = 27,300 \text{ } \boxed{\times} \text{ } 40\%$$

$$D_2 = 10,920$$

El efecto de una tasa de depreciación como esta se refleja en la siguiente tabla

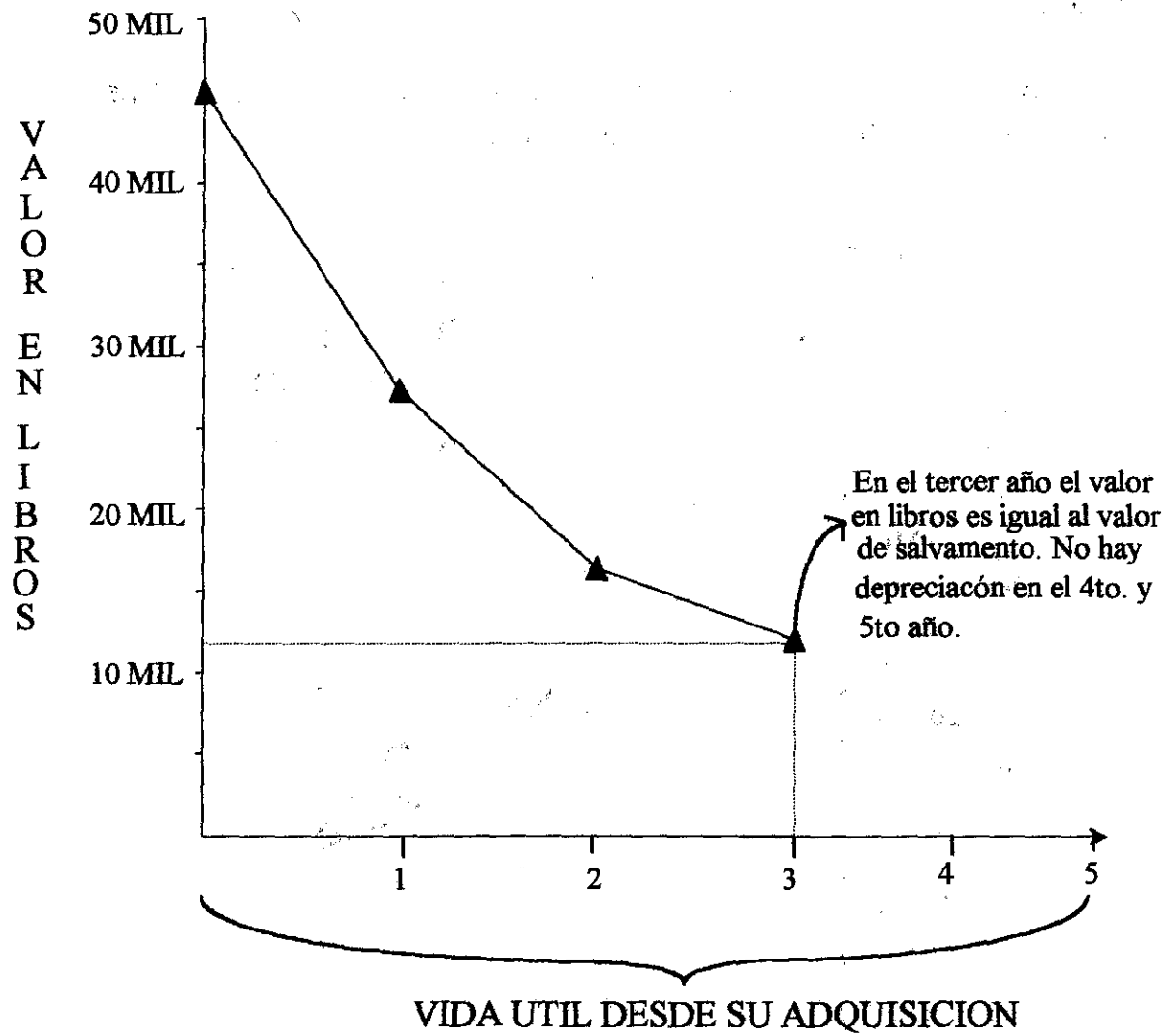
AÑOS	DEPRECIACION ANUAL	DEPRECIACION ACUMULADA	VALOR EN LIBROS	DEPRECIACION TOTAL (C-S)	TASA
0	0	0	45,500	33,500	40%
1	18,200	18,200	27,300	33,500	40%
2	10,920	29,120	16,380	33,500	40%
3	4,380*	33,500	12,000	33,500	40%
4	0	33,500	12,000	33,500	
5	0	33,500	12,000	33,500	

* $16,380 \times 40\% = 6552$; pero al final del segundo año ya se ha depreciado \$29,120 de la depreciación total (\$33,500). Por lo tanto, la depreciación máxima para el tercer año es:

$$33,500 - 29,120 \text{ o } \$4,380$$

Como la depreciación total ya se logro recuperar en el tercer año, la depreciación debe terminar, es decir, no hay depreciación en el cuarto y quinto año.

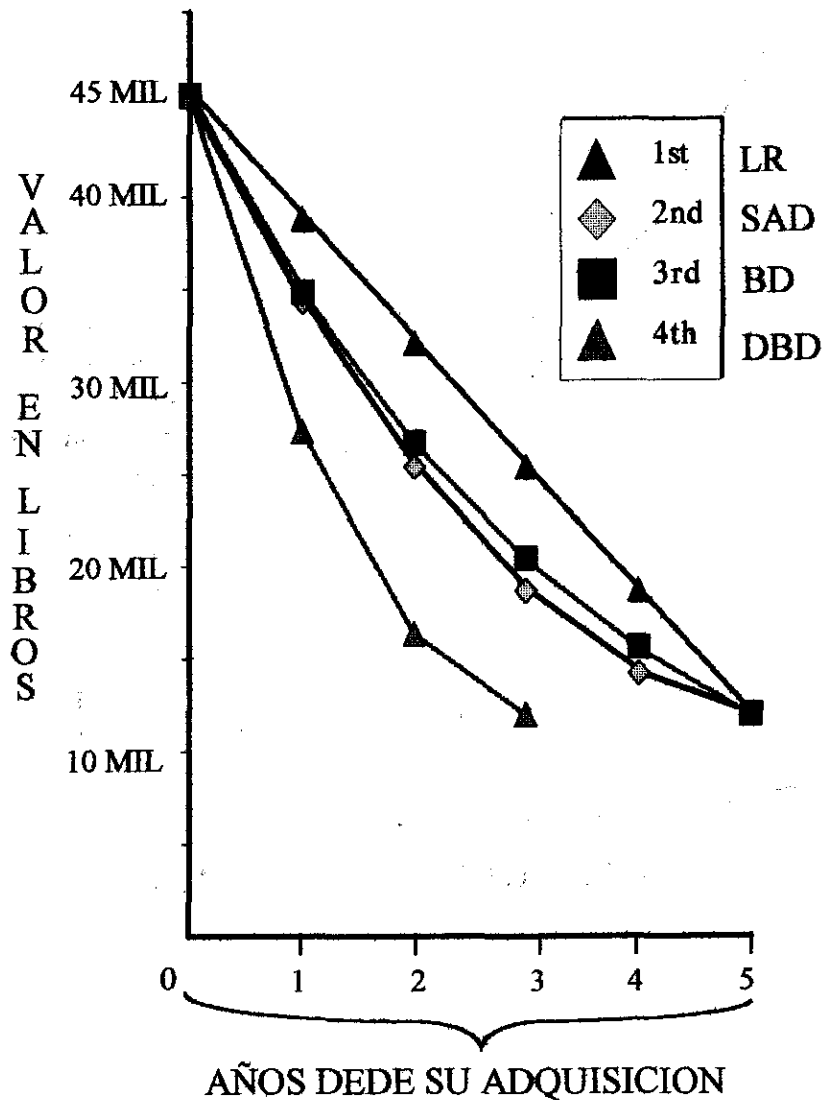
COMPORTAMIENTO GRAFICO



6.6.-COMPARACION GRAFICA ENTRE LOS DIFERENTES METODOS

La siguiente comparación es con el fin de mostrar la reducción del valor en libros para los diferentes métodos, así como para observar las ventajas y desventajas que ofrece cada uno de éstos, y determinar cual es apropiado para su utilización.

Todos los datos se refieren a un bien cuyo costo es de 45,500 pesos y un valor residual de 12,000 pesos al cabo de 5 años.



6.7.- VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS DIFERENTES METODOS

El objetivo de cualquier método de depreciación es la recuperación del dinero invertido en un bien, sin embargo, existen diferencias entre los tantos de recuperación. Esto es importante ya que el valor de un determinado bien no depende solamente de su cuantificación monetaria, sino que también es importante el momento en que se empieza a disponer de él.

Una de las ventajas que presenta el método lineal es su fácil aplicación y simplicidad.

Y las desventajas que tiene son:

- ♦ No toma en cuenta los intereses que genera el fondo de reserva.
- ♦ Los activos fijo tienden a depreciarse en mayor proporción en los primeros años que en los últimos. (Esto compensa el hecho de que en los primeros años los gastos de mantenimiento y reparación son menores, en tanto que aumentan en con el transcurso de los años, de esta forma se logra distribuir los costos de inversión y operación en el tiempo.

Los métodos de Suma de los Años Dígitos y Balance Decreciente dan como resultado una rápida recuperación de una gran parte del capital invertido en el bien, por este motivo son llamados también métodos de recuperación acelerada.

Algunas de las ventajas del método de Balancee Decreciente, es su fácil aplicación y la asignación de un cargo mayor de depreciación a los primeros años, que es cuando los bienes efectivamente pierden más su valor. Este método presenta la misma desventaja que el método de línea recta, ya que no toma en cuenta los intereses que genera el fondo de reserva .

En el método de suma de los años dígitos se asigna un cargo mayor de depreciación a los primeros años de uso del bien, pero al igual que los otros métodos no toma en cuenta los intereses generados en el fondo de reserva.

6.8.-METODO POR UNIDAD DE PRODUCCION O SERVICIO

Los métodos de depreciación que se han presentado hasta ahora se basan en la estimación de la vida útil del activo. Se va considerar un método basado en el número de horas o unidades producidas por el activo.

La depreciación en este método es calculada sobre la base estimada por unidad producida durante la vida útil del activo. La depreciación durante los períodos de mas actividad es mas intensa.

Para depreciar utilizando este método se requiere los siguientes pasos:

- 1.- Calcular el costo del equipo por unidad de producción.

$$\text{Costo por unidad de producción} = \frac{\text{Costo del equipo} - \text{Valor de salvamento}}{\text{Total de unidades de producción}}$$

- 2.- Multiplicar la producción estimada para cada año durante la vida útil del activo por el costo por unidad de producción obtenido en el paso anterior.

A continuación se enlistan las ventajas y desventajas que se tiene al hacer uso de éste método de depreciación.

Ventajas:

- ♦ Fácil aplicación.
- ♦ Asigna la depreciación en relación directa con las unidades de producción o servicio que efectivamente se generan durante el período de referencia.

Desventajas:

- ♦ Se requiere experiencia previa para determinar la producción durante la vida útil del activo.
- ♦ No considera los intereses ganados por el fondo de reserva.

Ejemplo 6.5.-

Una máquina fotocopidora tiene una vida esperada de 12,000 copias. Su costo de adquisición es de \$ 4,500 pesos y su valor de salvamento de \$900 pesos.

El número de copias obtenido durante cuatro años de operación fue el siguiente: 35000, 50000, 30000 y 5000.

a) Determine la depreciación por copia.

b) Elabore una tabla de depreciación.

Solución:

Primeramente determinaremos la base de depreciación o total depreciación.

$$D_t = 4,500 - 900$$

$$D_t = 3600$$

Se divide la depreciación total entre el número de unidades de producción esperada.

$$\frac{3600}{120} = 30$$

El monto de depreciación por copia procesada es de \$30 pesos.

Así, el cargo anual para el primer año esta dado por:

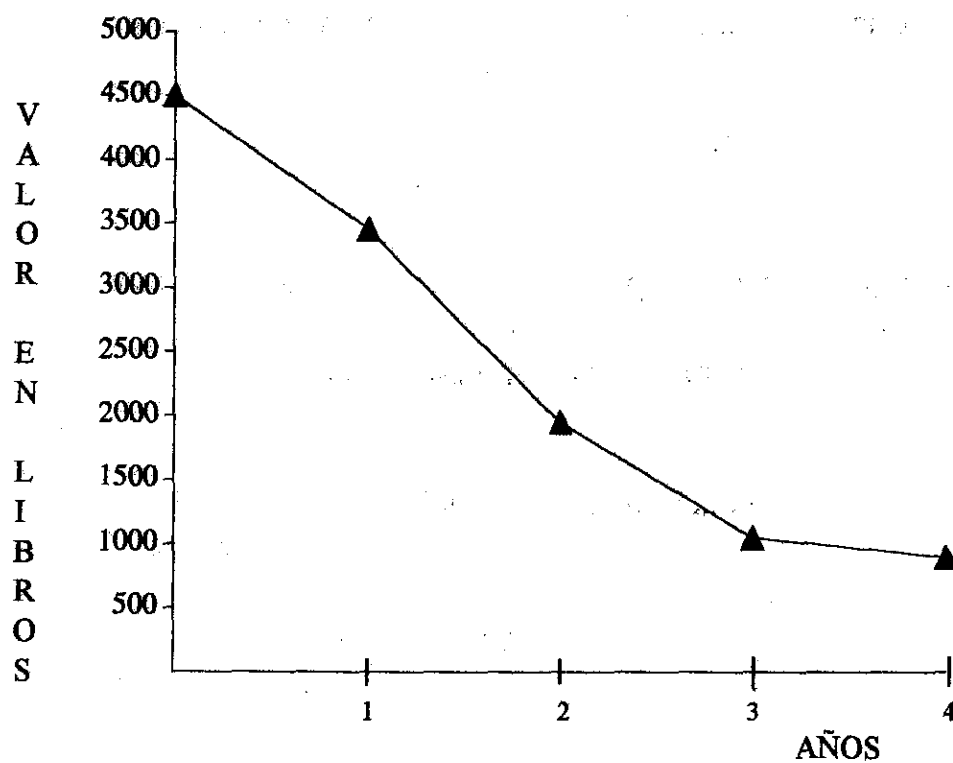
$$D_k = \begin{array}{l} \text{El número de copias} \\ \text{procesadas en el año k} \end{array} \quad \boxed{\times} \quad \begin{array}{l} \text{El monto de deprec.} \\ \text{por copia} \end{array}$$

$$D_1 = 35,000(30) = 1,050,000$$

Los cargos anuales por depreciación pueden verse en la siguiente tabla:

AÑO	FOTOCOPIA	D/ANUAL	D/ACUMULADA	VAL. LIBROS
0	0	0	0	4,500
1	35,000	1,050	1,050	3,450
2	50,000	1,500	2,550	1,950
3	30,000	900	3,450	1,050
4	5,000	150	3,600	900

COMPORTAMIENTO GRAFICO



Ejemplo 6.6.-

Un hospital adquiere un equipo de rayos X para dar un mejor servicio a sus pacientes. Su vida esperada es de 10,000 hrs. y su costo fue de \$92,500. Se calcula que el uso que se le dé durante los próximos cinco años se comporta:

AÑO	HORAS
1	1500
2	2000
3	2800
4	2300
5	<u>1400</u>
	10000

Utilizando el método de depreciación por unidad de servicio, elaborar la tabla de depreciación considerando el valor de salvamento igual a \$10,000 pesos.

Para determinar la base de depreciación se tiene que:

$$B = C - S$$

$$B = 92,500 - 10,000$$

$$B = 82,500$$

Esta base de depreciación se distribuye entre la hora útil, con el fin de encontrar la depreciación por hora del equipo.

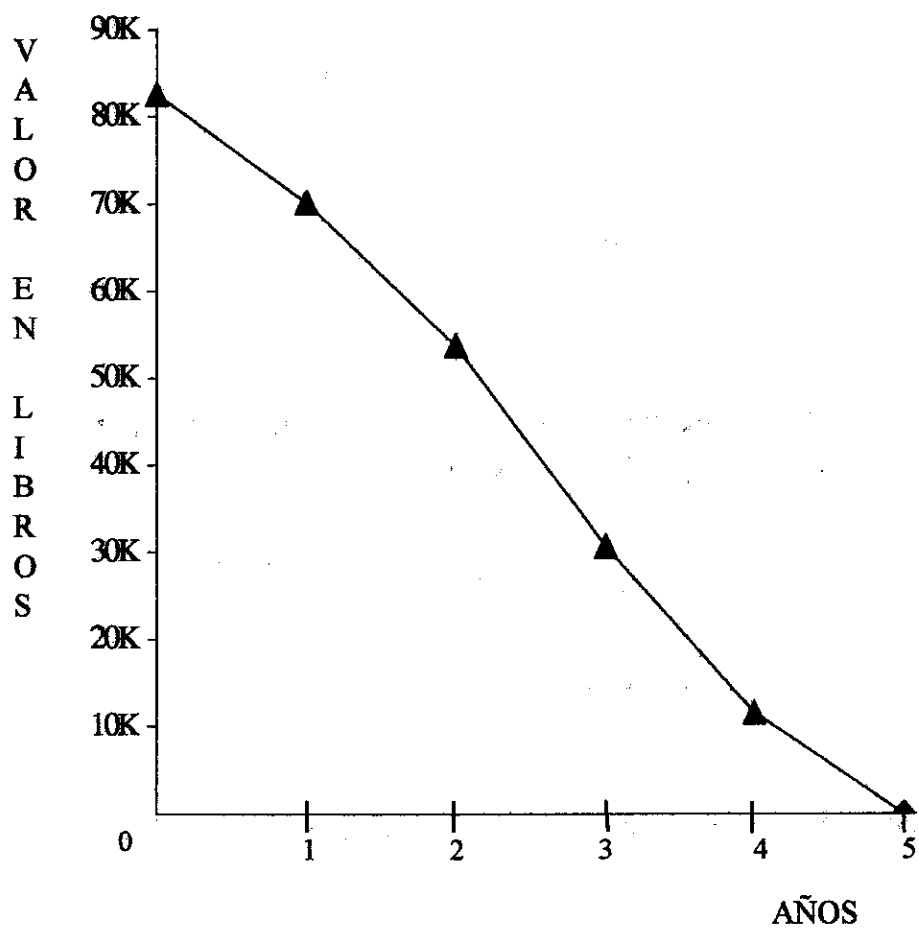
$$\text{Depreciación por hora} = \frac{82,500}{10,000}$$

$$\text{Depreciación por hora} = \$ 8.25$$

Conociendo este dato, se puede elaborar la tabla de depreciación correspondiente:

AÑO	HORAS	D/ANUAL	D/ACUMULADA	VAL. LIBROS
0	0	0	0	82,500
1	1500	12,375	12,375	70,125
2	2000	16,500	28,875	53,625
3	1800	23,000	51,975	30,625
4	2300	18,975	70,950	11,550
5	1400	11,550	82,500	0

COMPORTAMIENTO GRAFICO



6.9.- METODO DEL FONDO DE AMORTIZACION

Lo que caracteriza a este método de depreciación, es que toma en cuenta los intereses que genera el fondo de reserva que se va constituyendo, de tal manera, que el incremento anual estará dado por la suma del cargo anual por depreciación más los intereses ganados en el período de referencia.

La aportación anual al fondo de amortización se deriva de la fórmula que se utiliza para determinar el monto de una anualidad simple cierta vencida inmediata, (analizada en el capítulo III, pagina 107).

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Para determinar el pago periódico se despeja R,

$$R = \frac{Mi}{(1+i)^n - 1}$$

En este caso $M = B$, pues el monto que debe acumular al cabo de n años a una tasa de interés i , y $R = D$, el cargo anual que debe realizarse al fondo.

Así, se tiene que:

$$D_k = B \frac{i}{(1+i)^k - 1} = \frac{Bi}{(1+i)^k - 1} \dots\dots\dots(6.d)$$

donde:

$$B = C - S$$

Para el cálculo de la depreciación acumulada A_k , se calcula el monto de un pago periódico D a un plazo k y a una tasa de interés i por período.

$$A_k = D \frac{(1+i)^k - 1}{i} \dots\dots\dots(6.e)$$

En este tipo de depreciación, el fondo en los últimos años se incrementa aceleradamente debido al crecimiento significativo que tienen los intereses generados por el fondo. Por esta razón este método es el más indicado para llevar a cabo la depreciación de un activo.

Ejemplo 6.7.-

Una lavandería adquiere equipo nuevo con el valor de 180,000 pesos. La vida útil de dicho equipo es de 5 años, y su valor de desecho de 15,000 pesos.

- Determinese el cargo anual por depreciación utilizando el método de fondo de amortización, si la tasa de interés vigente es de 25%.
- Calcúlese la depreciación acumulada y el valor en libros al cabo del tercer año.
- Elaborar la tabla de depreciación correspondiente.

Solución:

Primeramente se calcula la base de la depreciación.

$$\begin{array}{rcl} \text{Base de} & = & \text{Costo} - \text{Valor de} \\ \text{depreciación} & & \text{original} \quad \text{salvamento} \end{array}$$

$$B = C - S$$

$$B = 180000 - 15000$$

$$B = 165000$$

Utilizando la fórmula (6.d) se calcula el cargo anual por depreciación.

$$D_k = B \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$D = 165000 \left[\frac{.25}{(1+.25)^5 - 1} \right]$$

$$D = 165000 \left[\frac{.25}{2.05} \right]$$

$$D = 165000 (.12184674)$$

$$D = 20,104.71204$$

El cargo anual por depreciación es de \$20,104.71204.

Para calcular la depreciación acumulada y el valor en libros, haremos uso de las siguientes fórmulas:

$$A_k = D \frac{(1+i)^k - 1}{i}, V_k = C - A_k$$

Como en este problema se necesita calcular dichos valores en el tercer año, entonces $k = 3$.

$$A_3 = 20,104,71204 \left[\frac{(1+.25)^3 - 1}{.25} \right]$$

$$A_3 = 20,104.71204 \left[\frac{.953125}{.25} \right]$$

$$A_3 = 20,104.71204 (3.8125)$$

$$A_3 = 76,649.21465$$



EL SABER DE MIS HIJOS
HARA MI GRANDEZA

BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

El valor en libros al final del tercer año se obtiene restando la depreciación acumulada al cabo de 3 años del costo original.

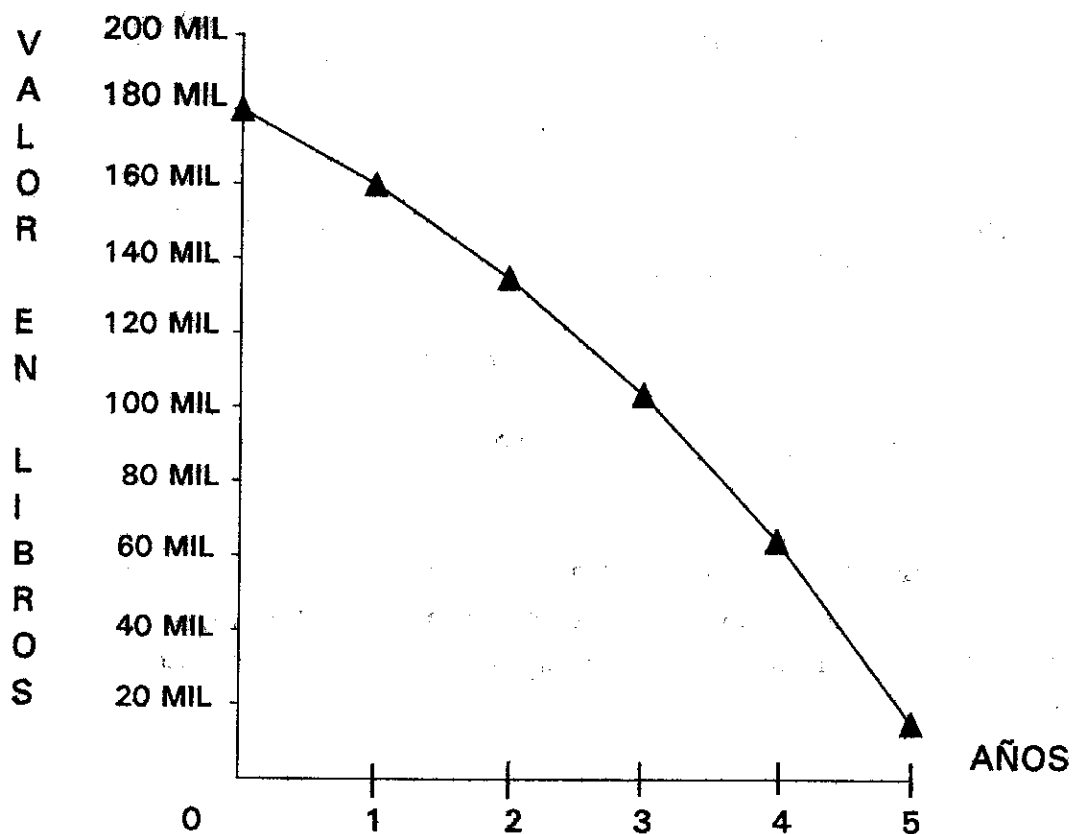
$$V_3 = 180,000 - 76,649.21465$$

$$V_3 = 103,350.78535$$

Conociendo el cargo anual por depreciación se elabora la siguiente tabla (en miles de pesos), donde se observa que el fondo se incrementa aceleradamente en los últimos años debido al crecimiento significativo de los intereses generados por el mismo.

AÑO	DEPOSITO ANUAL	INTERESES GANADOS	DEPRECIACION ANUAL	DEPRECIACION ACUMULADA	VALOR EN LIBROS
0	0	0	0	0	180,000
1	20,104.71	0	20,104.71	20,104.71	159,895.29
2	20,104.71	5,026.18	25,130.89	45,235.60	134,764.40
3	20,104.71	11,308.90	31,413.61	76,649.21	103,350.79
4	20,104.71	19,162.30	39,267.02	115,916.23	64,083.77
5	20,104.71	28,979.05	49,083.77	165,000	15,000
TOTAL	100,523.26	64,476.43	165		

COMPORTAMIENTO GRAFICO



6.10.- USO DE LAS CALCULADORAS

6.10.1.- TEXAS INSTRUMENTS.

En este capítulo se hará uso de la hoja de Depreciación, incluida en la TEXAS INSTRUMENTS; la cual permite calcular la depreciación, el valor en libros y valor que falta por depreciar para cualquier año de vida de un activo. Son varios los métodos de Depreciación que maneja la máquina:

- Línea Recta
- Suma de los años dígitos
- Balance decreciente
- Balance decreciente cruzado con línea recta.

En esta hoja de trabajo también se puede generar una tabla (o plan) de depreciación.

TECLA	SIGNIFICADO	TIPO DE VARIABLE
SL	Método de línea recta	
SYD	Método de la suma de los años dígitos	
DB	Método de balance decreciente	
DBX	Método de DB cruzado con SL	
LIF	Vida del activo en años	De entrada solamente
M01		De entrada solamente
CST	Costo del activo	De entrada solamente
SAL	Valor de salvamento del activo	De entrada solamente
YR	Año para calcular	De entrada solamente
DEP	Depreciación por año	Cálculo automático
RBV	Valor en libros restante al final del año	Cálculo automático
RDV	Valor que resta por depreciar	Cálculo automático

ALGUNAS NOTAS SOBRE LA HOJA DE TRABAJO.

Si se presiona:

- **2nd** [CLR Work] fija LIF, M01 y YR en 1; y fija CST y SAL en cero. Al presionar estas teclas no se altera el método de depreciación seleccionado.
- **2nd** [Reset] **ENTER** fija el método de depreciación en SL; el porcentaje de Balance decreciente (solamente para DB y DBX) en 200; LIF, M01 y YR en 1. CST y SAL los fija en cero.
- El método francés lineal (SLF) y el método francés de balance decreciente (DBX) son métodos Europeos de depreciación. Éste se obtiene si seleccionas el formato Europeo para almacenar fechas o introducir separadores en números. DT1 (fecha inicial) es obtenido solo para SLF.
- DEP, RBV y RDV son calculados para el tiempo de un año. Los resultados son redondeados al número de lugares decimales especificados por el formato en pantalla.
- Los valores para DEP, RBV y RDV son calculados y exhibidos en pantalla automáticamente; cuando se presiona  se exhibe cada variable.
- Si se elige DB o DBX como el método de depreciación, almacene un valor de el porcentaje para balance decreciente cuando se muestre en pantalla el letrero DB o DBX. Este valor debe ser un número positivo (el valor de default es 200).
- Los valores que se almacenen para LIF deben ser:
 - Si se selecciona SL, un número real positivo.
 - Si se selecciona SYD, DB o DBX; un entero positivo.
- El valor que se almacena para M01 tiene dos partes. La parte entera representa el mes en que el activo es puesto en servicio. La parte decimal representa la fracción del mes inicial en el cual el activo empieza a

depreciarse. Por ejemplo, si se introduce 1.5 se especifica que el activo comienza a depreciarse a mediados del primer mes

- Cuando se calcula la depreciación, el valor que se introduce para YR debe ser un entero positivo.
- Desde RDV, se presiona para regresar a YR, para calcular el siguiente año de depreciación, presione para incrementar el valor de YR en 1.
- Si se regresa repetidamente a YR, presionando para incrementar el valor para YR; y calcular los valores para DEP, RBV y RDV se calcula una tabla (o plan) de depreciación. La tabla de depreciación se completa cuando RDV es igual a cero.

COMO SELECCIONAR EL METODO DE DEPRECIACION.

Para seleccionar un método de depreciación:

- 1.- Se presiona [Depr] para seleccionar la hoja de trabajo depreciación.

El letrero para el método de depreciación actual se exhibe en pantalla.

- 2.- Presionando [CLR Work] se limpia la hoja de trabajo.
- 3.- Presione [SET] repetidamente hasta que el método de depreciación deseado se exhiba en pantalla (SL, SYD, DB o DBX).
- 4.- Si se selecciona DB o DBX; entonces también se necesitará introducir un valor para el porcentaje de balance decreciente (el valor default es 200).

Para almacenar un valor para el porcentaje, teclee un valor y presione .

PROCEDIMIENTO PARA ALMACENAR LOS DATOS.

Para introducir los datos:

- 1.- Presione para exhibir en pantalla el rótulo LIF.
- 2.- Teclee un valor para LIF y presione .
- 3.- Presione repetidamente y introduzca los valores para M01, CST, SAL y YR; justo como se hizo para LIF.

COMO SE OBTIENEN LOS RESULTADOS.

Después de almacenar los datos, se presiona la tecla para calcular automáticamente y exhibir los valores para DEP, RBV y RDV.

El símbolo * en la pantalla indica que el valor de cada variable ha sido calculado.

MODELO A SEGUIR PARA GENERAR UNA TABLA DE DEPRECIACION.

Para generar una tabla de depreciación y calcular valores para otros años:

- 1.- Presione para mostrar en pantalla la variable YR, seguida de para incrementar el valor en uno.
- 2.- Presione consecutivamente para calcular automáticamente y mostrar nuevos valores para DEP, RBV y RDV.
- 3.- Repita los pasos 1 y 2 cuantas veces sea necesario.

6.10.1.a.- Solución de problemas haciendo uso de la calculadora Texas Instruments BAI PLUS

Ejemplo 1.- (ver pag. 262)

Para resolver este ejemplo se hace uso del *Método de Línea Recta*.

Datos: Costo Original: \$ 45,500; Vida útil: 5 años; Valor de Salvamento: \$12,000.
Determinar el costo de depreciación por año.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [Depr]	Selecciona la hoja de trabajo depreciación.	ENTER SET DBX = 200 .
2nd [SET]	Se presiona repetidamente hasta mostrar el método SL.	SET SL
2nd [CLR Work]	Limpia la hoja de trabajo.	SET SL
↓	Exhibe el rótulo LIF; el valor de default 1.	ENTER LIF = 1 .
5 ENTER ↓	Almacena vida.	ENTER LIF = 5 .
ENTER ó ↓	Se introduce el mes en donde empieza la depreciación. Si no especifica nada el problema se toma el valor 1.	ENTER M01 = 1 .
↓ 45 500 ENTER	Almacena el costo.	ENTER CST = 45,500 .
↓ 12 000 ENTER	Almacena el valor de salvamento.	ENTER SAL = 12,000 .
↓	Especifica los años a depreciar.	ENTER YR = 1 .
↓	Calcula la depreciación en el primer año.	* DEP = 6,700 .
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 1er. año.	* RBV = 38,800 .
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 26,800 .

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
 2 	Segundo año de depreciación.	ENTER 4 YR = 2.
	Calcula la depreciación en el segundo año.	* DEP = 6,700.
	Calcula el valor en libros restante al final del 2do. año.	* RBV = 32,100.
	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 20,100.
 3 	Tercer año de depreciación.	ENTER 4 YR = 3.
	Calcula la depreciación en el tercer año.	* DEP = 6,700.
	Calcula el valor en libros restante al final del 3er. año.	* RBV = 25,400.
	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 13,400.
 4 	Cuarto año de depreciación.	ENTER 4 YR = 4.
	Calcula la depreciación en el cuarto año.	* DEP = 6,700.
	Calcula el valor en libros restante al final del 4to. año.	* RBV = 18,700.
	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 6,700.
 5 	Quinto año de depreciación.	ENTER 4 YR = 5.
	Calcula la depreciación en el quinto año.	* DEP = 6,700.
	Calcula el valor en libros al final del quinto año.	* RBV = 12,000.
	Valor que resta por depreciar en el quinto año.	* RDV = 0.

Ejemplo 6.2.- (Ver página 268).

Se resuelve el ejemplo 6.2, haciendo uso del *método de suma de los años dígitos*.

Datos:

Costo Original : \$ 45,500.

Vida útil : 5 años.

Valor de Salvamento : \$ 12,000.

Determine los cargos por depreciación anual y elabore una tabla.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [Depr]	Selecciona la hoja de trabajo depreciación.	SET SL
2nd [SET]	Se presiona repetidamente hasta mostrar el método SL.	SET SDY
2nd [CLR Work]	Limpia la hoja de trabajo.	SET SDY
↓ 5 ENTER ↓	Almacena vida.	ENTER LIF = 4 5.
ENTER ó ↓	Se introduce el mes en donde empieza la depreciación. Si no especifica nada el problema se toma el valor 1.	ENTER M01 = 4 1.
↓ 45 500 ENTER	Almacena el costo.	ENTER CST = 4 45,500.
↓ 12 000 ENTER	Almacena el valor de salvamento.	ENTER SAL = 4 12,000.
↓	Especifica los años a depreciar.	ENTER YR = 1.
↓	Calcula la depreciación en el primer año.	* DEP = 11,166. 66667
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 1er. año.	* RBV = 34,333. 33333
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 22,333. 33333

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
↓ 2 ENTER	Segundo año de depreciación.	YR = ENTER 4 2 .
↓	Calcula la depreciación en el segundo año.	DEP = * 8,933. 333333
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 2do. año.	RBV = * 35,500 .
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	RDV = * 13,400 .
↓ 3 ENTER	Tercer año de depreciación.	YR = ENTER 4 3 .
↓	Calcula la depreciación en el tercer año.	DEP = * 6,700 .
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 3er. año.	RBV = * 18,700 .
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	RDV = * 6,700 .
↓ 4 ENTER	Cuarto año de depreciación.	YR = ENTER 4 4 .
↓	Calcula la depreciación en el cuarto año.	DEP = * 6,700 .
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 4to. año.	RBV = * 4,466. 666667
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	RDV = * 2,233. 333333
↓ 5 ENTER	Quinto año de depreciación.	YR = ENTER 4 5 .
↓	Calcula la depreciación en el quinto año.	DEP = * 2,233.333333
↓	Calcula el valor en libros al final del quinto año.	RBV = * 12,000 .
↓	Valor que resta por depreciar en el quinto año.	RDV = * 0 .

Ejemplo 6.3.- Utilizando el método de balance decreciente con porcentaje fijo.
(Vease las páginas 271 y 273).

Datos:

Costo Original : \$ 45,500.

Vida útil : 5 años.

Valor de Salvamento : \$ 12,000.

Tasa de depreciación : 23.3990827855%

Determinar los cargos por depreciación.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [Depr]	Selecciona la hoja de trabajo depreciación.	SET SL
2nd [SET] 23.3990827855 ENTER	Se presiona repetidamente hasta mostrar el método BD.	ENTER SET 4 DB = 23. 3990827855
2nd [CLR Work]	Limpia la hoja de trabajo.	ENTER SET 4 DB = 23. 3990827855
5 ENTER ↓	Almacena vida.	ENTER 4 LIF = 5.
ENTER ó ↓	Se introduce el mes en donde empieza la depreciación. Si no especifica nada el problema se toma el valor 1.	ENTER 4 M01 = 1.
↓ 45 500 ENTER	Almacena el costo.	ENTER 4 CST = 45,500 .
↓ 12 000 ENTER	Almacena el valor de salvamento.	ENTER 4 SAL = 12,000 .
↓	Especifica los años a depreciar.	ENTER YR = 1 .
↓	Calcula la depreciación en el primer año.	* DEP = 2,129. 316533
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 1er. año.	* RBV = 43,370. 68347
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 31,370. 68347

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
▼ 2 ENTER	Segundo año de depreciación.	YR = ENTER 4 2.
▼	Calcula la depreciación en el segundo año.	DEP = * 8,933.333333
▼	Calcula el valor en libros restante al final del 2do. año.	RBV = * 35,500.
▼	Calcula lo que resta por depreciar.	RDV = * 13,400.
▼ 3 ENTER	Tercer año de depreciación.	YR = ENTER 4 3.
▼	Calcula la depreciación en el tercer año.	DEP = * 6,700.
▼	Calcula el valor en libros restante al final del 3er. año.	RBV = * 18,700.
▼	Calcula lo que resta por depreciar.	RDV = * 6,700.
▼ 4 ENTER	Cuarto año de depreciación.	YR = ENTER 4 4.
▼	Calcula la depreciación en el cuarto año.	DEP = * 6,700.
▼	Calcula el valor en libros restante al final del 4to. año.	RBV = * 4,466.666667
▼	Calcula lo que resta por depreciar.	RDV = * 2,233.333333
▼ 5 ENTER	Quinto año de depreciación.	YR = ENTER 4 5.
▼	Calcula la depreciación en el quinto año.	DEP = * 2,233.333333
▼	Calcula el valor en libros al final del quinto año.	RBV = * 12,000.
▼	Valor que resta por depreciar en el quinto año.	RDV = * 0.

Ejemplo 6.4.- Utilizando el *método de doble balance decreciente*, determine el cargo de depreciación para cada año. (Vea las páginas 275 y 276).

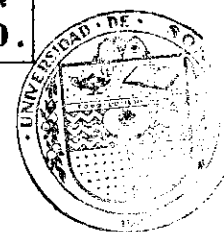
Datos:

Costo Original : \$ 45,500.

Vida útil : 5 años.

Valor de Salvamento : \$ 12,000.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [Depr]	Selecciona la hoja de trabajo depreciación.	ENTER SET 4 DB = 23. 3990827855
2nd [SET] 200 ENTER	Se presiona repetidamente hasta mostrar el método BD.	ENTER SET 4 DB = 200 .
2nd [CLR Work]	Limpia la hoja de trabajo.	ENTER SET 4 DB = 200 .
↓ 5 ENTER ↓	Almacena vida.	ENTER 4 LIF = 5 .
ENTER ó ↓	Se introduce el mes en donde empieza la depreciación. Si no especifica nada el problema se toma el valor 1.	ENTER 4 M01 = 1 .
↓ 45 500 ENTER	Almacena el costo.	ENTER 4 CST = 45,500 .
↓ 12 000 ENTER	Almacena el valor de salvamento.	ENTER 4 SAL = 12,000 .
↓	Especifica los años a depreciar.	ENTER YR = 1 .
↓	Calcula la depreciación en el primer año.	* DEP = 18,200 .
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 1er. año.	* RBV = 27,300 .
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 15,300 .



TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
↓ 2 ENTER	Segundo año de depreciación.	ENTER 4 YR = 2.
↓	Calcula la depreciación en el segundo año.	* DEP = 10,920.
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 2do. año.	* RBV = 16,380.
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 4,380.
↓ 3 ENTER	Tercer año de depreciación.	ENTER 4 YR = 3.
↓	Calcula la depreciación en el tercer año.	* DEP = 4,380.
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 3er. año.	* RBV = 12,000.
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 0.
↓ 4 ENTER	Cuarto año de depreciación.	ENTER 4 YR = 4.
↓	Calcula la depreciación en el cuarto año.	* DEP = 0.
↓	Calcula el valor en libros restante al final del 4to. año.	* RBV = 12,000.
↓	Calcula lo que resta por depreciar.	* RDV = 0.
↓ 5 ENTER	Quinto año de depreciación.	ENTER 4 YR = 5.
↓	Calcula la depreciación en el quinto año.	* DEP = 0.
↓	Calcula el valor en libros al final del quinto año.	* RBV = 12,000.
↓	Valor que resta por depreciar en el quinto año.	* RDV = 0.

Ejemplo 6.7.- Método por Fondo de Amortización.

(El enunciado del problema se encuentra en la página 288).

Datos:

Costo Original : \$ 180,000.

Valor de Salvamento : \$ 15,000.

Vida útil : 5 años.

Determinar el cargo de depreciación por año; si la tasa de interés es de 25%.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0 .
165 000 FV	Almacena el monto de depreciación total (costo - valor de salvamento).	FV = 165,000 .
5 ↓	Almacena el núm. de pagos o periodos de capt. (vida útil).	N = 5 .
25 I/Y	Almacena la tasa de interés.	I/Y = 25 .
2nd [P/Y]	Introduce el núm. de pagos al año.(Se usa el # 12 si no se especifica nada).	ENTER P/Y = 12 .
1 ENTER	Introduce 1 como el núm. de pagos al año.	ENTER P/Y = 1 .
2nd [QUIT]	Regresa la modo estándar.	0 .
CPT PMT	Calcula el pago por año.(Depreciación anual).	* PMT = - 20,104.71204
2nd [Amort]	Da acceso a la hoja de trabajo amortización.	ENTER P1 = 1 .
2nd [CLR Work]	Limpia la hoja de trabajo.	ENTER P1 = 1 .
↓ ↓	Fija P1 y P2 en uno. Realiza el cálculo automático del balance para el 1er. año (depreciación acumulada).	* BAL = - 20,104.71204

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
	Realiza el cálculo automático del pago al capital. (Deprec. anual).	PRN = - 20,104.71204 *
	Realiza el cálculo automático del pago a los intereses. (Intereses ganados).	INT = 0. *
 2 	Fija P1 = 2.	P1 = ENTER 4 2. *
 2 	Fija P2 = 2.	P2 = ENTER 4 2. *
	Realiza el cálculo automático del balaance para el 2do. año. (Deprec. anual).	BAL = - 45,235.60209 *
	Realiza el cálculo automático del pago al capital para el 2do. año. (Deprec. anual).	PRN = - 25,130.89005 *
	Realiza el cálculo automático del pago a los intereses en el 2do. año. (Intereses ganados).	INT = 5,026.17801 *
 3 	Fija P1 = 3.	P1 = ENTER 4 3. *
 3 	Fija P2 = 3.	P2 = ENTER 4 3. *
	Realiza los cálculos automáticamente para el 3er. año.	BAL = - 76,649.21466 *
		PRN = - 31,413.61257 *
		INT = 11,308.90052 *
 4 	Fija P1 = 4.	P1 = ENTER 4 4. *
 4 	Fija P2 = 4.	P2 = ENTER 4 4. *

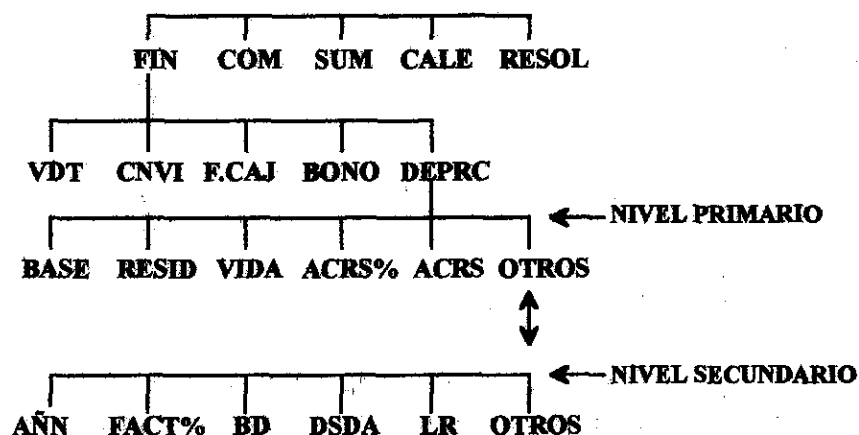
TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
↓	Presenta los resultados para el cuarto año.	BAL = - 115,916.23040 *
↓		PRN = - 39,267.01571 *
↓		INT = 19,162.30366 *
↓ 5 ENTER	Fija P1 = 5.	P1 = ENTER 4 5.
↓ 5 ENTER	Fija P2 = 5.	P2 = ENTER 4 5.
↓	Realiza los cálculos para el quinto año.	BAL = - 165,000 . *
↓		PRN = - 49,083.76963 *
↓		INT = 28,979.05759 *
2nd [CLR Work]	Limpia la hoja de trabajo.	P1 = ENTER 1 .
↓ 5 ENTER	Fija P1 = 1 y P2 = 5.	P1 = ENTER 4 5.
↓	Realiza los cálculos automáticos para los cinco años. (Balance / Deprec. acumulada).	BAL = - 165,000 . *
↓	Pago / Deprec. anual total.	PRN = - 165,000 . *
↓	Intereses ganados.	INT = 64,476.43979 *

6.10.2.- HEWLETT - PACKARD.

La calculadora HEWLETT - PACKARD cuenta con el menú DEPRC (depreciación); el cual calcula los valores de depreciación y los restantes valores depreciables en períodos de un año. Los métodos disponibles en este tipo de máquina, para el cálculo de depreciación son los siguientes:

- Balance decreciente
- Suma de dígitos
- Línea recta
- Accelerated Cost Recovery System
(En los Estados Unidos, sistema acelerado de recuperación de costo).

El menú DEPRC



Al oprimir **DEPRC** se exhibe el menú DEPRC.

**ROTULO DE MENU
O TECLAS**

DESCRIPCION

Nivel Primario

BASE

Almacena la base de costo depreciable del activo en el momento de adquisición.

RESID

Almacena el valor residual (o de salvamento) del activo al final de su vida útil. Si no existe este valor, especifique RESID=0.

VIDA

Almacena la vida útil anticipada del activo (en número de enteros de años).

ACRS%

Almacena el porcentaje apropiado del ACRS (sistema acelerado de recuperación de costo) según las listas publicadas.

ACRS

Calcula la deducción ACRS basada en BASE y ACRS%. (Los valores en RESID, VIDA, FACT% y AÑN no tienen relevancia.)



OTROS

Nos permite cambiar del nivel primario al secundario y viceversa.

Nivel Secundario

AÑN

Almacena el número del año en el cual usted desea que ocurra la depreciación (1,2,etc.).

FACT%

Almacena el factor de balance decreciente como porcentaje de depreciación en línea recta. Esto se aplica únicamente al método

BD. Por ejemplo, para una tasa que constituye el 125% ($1\frac{1}{4}$ veces) de la tasa de línea recta, ingrese 125.

BD

Calcula la depreciación en un año por medio del método de balance decreciente.

DSDA

Calcula la depreciación en un año por medio del método de la suma de los dígitos anuales.

LR

Calcula la depreciación en un año por medio del método de línea recta.

▼

Exhibe el valor depreciable restante, VDR, luego que usted haya oprimido **BD**, **DSDA** o **LR**.

La calculadora conserva los valores de las variables DEPRC hasta que las borre oprimiendo **CLEAR DATA** mientras que el menú DEPRC aparece en pantalla.

Se oprime **RCL** seguida de la tecla rótulo de menú, para ver el valor almacenado actualmente en la variable.

CALCULOS DE DEPRECIACION.

Método DS, DSDA y LR

Para calcular la depreciación de un activo, siga los siguientes pasos dados a continuación:

1.- Exhiba el menú DEPRC: oprima **FIN** **DEPRC**.

2.- Especifique las características del activo:

a.- Ingrese el costo y oprima **BASE**.

b.- Ingrese el valor de salvamento o residual y oprima **RESID**. Si no existe este valor, ingrese la cifra cero.

c.- Ingrese la vida útil y oprima **VIDA**.

3.- Oprima **OTROS** para obtener el resto del menú DEPRC.

4.- Ingrese el número para el año de depreciación que desee calcular (1,2,3, etc.) y oprima **AÑN**.

5.- En caso de estar usando el método de Balance Decreciente, ingrese el factor BD (un porcentaje) y oprima **FACT%**.

6.- Oprima **BD**, **DSDA** o **LR** para calcular la depreciación apropiada.

7.- Para visualizar el valor depreciable restante (base valor residual depreciación acumulada), oprima **▼**.

8.- Para calcular la depreciación para otro año, cambie simplemente la variable AÑN y oprima **BD**, **DSDA** o **LR** otra vez.

El método ACRS

Para calcular el monto de la deducción de impuestos por medio del sistema acelerado de recuperación de costo (utilizado en Estados Unidos), haga lo siguiente:

1.- presente el menú DEPRC: oprima **FIN** **DEPRC**.

2.- Ingrese la base de costo para el activo y oprima **BASE**.

3.- El IRS (Internal Revenue Service) publica tablas donde aparece el porcentaje de base de un activo que se puede deducir cada año de vida. Busque ese valor, ingréselo y oprima **ACRS%**.

4.- Oprima **ACRS** para calcular el valor de la deducción.

Método por Fondo de Amortización

Para depreciar utilizando el método por fondo de amortización en la calculadora HEWLETT - PACKARD se hace uso del menú VDT y el menú AMORT. (Explicados en los capítulos II y V respectivamente, del presente trabajo).

Para calcular la depreciación por fondo de amortización, haga lo siguiente:

- 1.- Oprima **FIN** **VDT** para exhibir el menú VDT.
- 2.- Almacene los valores para N, %IA, VF y PAGO. (Oprima **+/-** para convertir PAGO en un número negativo). Si necesita calcular alguno de estos valores, siga las instrucciones dadas en el capítulo II " Como usar el menú VDT" en la página 65).
- 3.- En éste caso se calcula el valor del pago, que es el cargo anual que debe realizarse al fondo. (Depreciación por año).
- 4.- Oprima **OTRO** para presentar el resto del menú VDT.
- 5.- En caso de ser necesario ; cambie el número de períodos de pago por año almacenado en P/AÑ.
- 6.- Si es preciso, cambie el modo de pago oprimiendo INIC o FIN. (En la mayoría de los cálculos se hace uso del modo final.)
- 7.- Oprima **AMRT** para tener acceso al menú AMRT.
- 8.- Ingrese el número de pagos que debe ser amortizados y oprima **NO. P** . Para amortizar el plazo entero de un préstamo; iguale No.P . Para amortizar el plazo entero de un préstamo; iguale No.P al número total de pagos N.
- 9.- Para visualizar los resultados oprima **INT**, **CTAL** o **BAL** . (U oprima **▼** para presentar los resultados de la pila histórica).

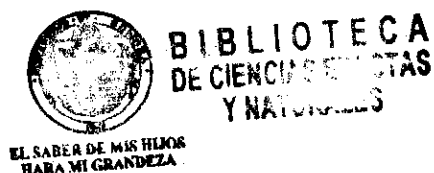
10.-Para continuar el cálculo del plan para pagos *subsecuentes*; siga los pasos a o b. Para recomenzar el plan, vaya al paso c.

a.- Para calcular un plan de amortización en la serie con el mismo número de pagos, oprima **SGTE**.

b.- Para calcular un plan subsecuente en la serie con un número diferente de pagos, ingrese ese número y oprima **NO. P.**

c.- Para recomenzar desde el primer pago (utilizando los datos del préstamo, **CLEAR DATA**) y proceda desde el paso 7.

A continuación se muestra la secuencia para introducir los datos en la calculadora HEWLETT -PACKARD para cada uno de los ejemplos que se aboradaron en este capítulo; así, como los cálculos de los resultados obtenidos para los mismos.



6.10.2.a.- Solución de problemas empleando la calculadora Hewlett- Packard 17BII

Ejemplo 6.1.- (ver pag. 262)

Para resolver este ejemplo se hace uso del *método de línea recta*.

Datos: Costo Original : \$ 45,500; Vida útil : 5 años; Valor de Salvamento: \$12,000.
Determinar el costo de depreciación por año.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN DEPRC	Presenta el menú DEPRC.	0 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
45 500 BASE	Ingresa el costo.	BASE = 45,500 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
12 000 RESID	Ingresa al valor residual o de salvamento.	RESIDUO=12,000 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
5 VIDA	Ingresa la vida útil.	VIDA = 5 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú DEPRC.	VIDA = 5 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
1 AÑN	Primer año de depreciación.	AÑN = 1 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
LR	Depreciación en el primer año.	LR = 6,700 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
	Valor restante depreciable después del primer año (BASE-RESID-6,700).	VDR = 26,800 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
2 AÑN	Segundo año de depreciación.	ANÑ = 2 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
LR	Depreciación en el segundo año.	LR = 6,700 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA



Valor restante depreciable
luego del segundo año.

VDR = 20,100

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

3 **AÑN**

Tercer año de depreciación.

AÑN = 3

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

LR

Depreciación en el tercer año.

LR = 6,700

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------



Valor restante por depreciar
después del tercer año.

VDR = 13,400

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

4 **AÑN**

Cuarto año de depreciación.

AÑN = 4

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

LR

Depreciación en el cuarto año.

LR = 6,700

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------



Valor restante depreciable
luego del cuarto año.

VDR = 6,700

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

5 **AÑN**

Quinto año de depreciación.

AÑN = 5

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

LR

Depreciación en el quinto año.

LR = 6,700

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------



Valor que resta por depreciar
después del quinto año.

VDR = 0

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

Ejemplo 6.2.- Se resuelve el problema anterior utilizando el *método de suma de dígitos*. (Ver pág.268).

Datos:

Costo Original : \$ 45,000.

Vida útil : 5 años

Valor de Salvamento : \$ 12,000.

Determine los cargos por depreciación anual y elabore una tabla.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN DEPRC	Presenta el menú DEPRC.	0 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
45 500 BASE	Ingresa el costo.	BASE = 45,500 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
12 000 RESID	Ingresa al valor residual o de salvamento.	RESIDUO=12,000 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
5 VIDA	Ingresa la vida útil.	VIDA = 5 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú DEPRC.	VIDA = 5 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
1 AÑN	Primer año de depreciación.	AÑN = 1 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
DSDA	Depreciación en el primer año utilizando el método suma de dígitos.	DSDA = 11,166. 6666667 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
	Valor restante depreciable después del primer año (BASE-RESID-11,166.66667).	VDR = 22,333. 3333333 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
2 AÑN	Segundo año de depreciación.	AÑN = 2 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
DSDA	Depreciación en el segundo año.	DSDA = 8,933. 3333333 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA



Valor restante depreciable
luego del segundo año.

VDR = 13,400

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

3 **AÑN**

Tercer año de depreciación.

AÑN = 3

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

DSDA

Depreciación en el tercer año.

DSDA = 6,700

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------



Valor que resta por depreciar
luego del tercer año.

VDR = 6,700

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

4 **AÑN**

Cuarto año de depreciación.

AÑN = 4

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

DSDA

Depreciación en el cuarto año.

DSDA = 4,466. 66666667

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------



Valor que resta por depreciar
después del cuarto año.

VDR = 2,233. 33333333

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

5 **AÑN**

Quinto año de depreciación.

AÑN = 5

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

DSDA

Depreciación en el quinto año.

DSDA = 2,233. 33333333

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------



Valor restante depreciable
luego del quinto año.

VDR = 0

AÑN	FACT%	BD	DSDA	LR	OTROS
-----	-------	----	------	----	-------

Ejemplo 6.3.- Utilizando el *método de balance decreciente* con porcentaje fijo.
(Véase las págs. 271 y 273).

Datos:

Costo Original : \$ 45,000.

Vida útil : 5 años

Valor de Salvamento : \$ 12,000.

Tasa de depreciación : 23.3990827855%

Determine los cargos por depreciación anual.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN DEPRC	Exhibe el menú DEPRC.	0 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS DTROS
45 500 BASE	Almacena el costo.	BASE = 45,500 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS DTROS
12 000 RESID	Almacena el valor residual o de salvamento.	RESIDUO=12,000 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS DTROS
5 VIDA	Ingresa la vida útil.	VIDA = 5 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS DTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú DEPRC.	VIDA = 5 AÑN FACT% BD DSDA LR DTROS
23. 3990827855 x 5 =	Se multiplica el porcentaje de depreciación para cada año por los años de vida útil para obtener el factor de BD.	116. 995413928 AÑN FACT% BD DSDA LR DTROS
FACT%	Almacena el valor del factor de porcentaje BD.	FACT% = 116. 995413928 AÑN FACT% BD DSDA LR DTROS
1 AÑN BD	Depreciación para el primer año.	BD = 10,646. 5826674 AÑN FACT% BD DSDA LR DTROS
▼	Valor depreciable restante luego del primer año.	VDR = 22,853. 4173326 AÑN FACT% BD DSDA LR DTROS

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

2 **AÑN**
BD

Depreciación en el segundo año.

BD = 8,155. 3799753
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS



Valor restante depreciable luego del segundo año.

VDR = 14,698. 0373573
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

3 **AÑN**
BD

Depreciación en el tercer año.

BD = 6,247. 09586337
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS



Valor que falta por depreciar después del tercer año.

VDR = 8,450. 94149393
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

4 **AÑN**
BD

Depreciación para el cuarto año.

BD = 4,785. 3327306
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS



Valor que resta por depreciar luego del cuarto año.

VDR = 3,665. 60876333
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

5 **AÑN**
BD

Depreciación en el quinto año.

BD = 3,665. 60876333
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS



Valor que resta por depreciar luego del quinto año.

VDR = 0
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

Ejemplo 6.4.- Utilizando el método de doble balance decreciente, determine el cargo de depreciación para cada año.
(Vea el ejemplo en la pág.276).

Datos:

Costo Original : \$ 45,000.

Valor de Salvamento : \$ 12,000.

Vida útil : 5 años

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN DEPRC	Presenta el menú DEPRC.	0 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
45 500 BASE	Ingresas el costo.	BASE = 45,500 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
12 000 RESID	Almacena el valor residual o de salvamento.	RESIDUO=12,000 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
5 VIDA	Ingresas la vida útil.	VIDA = 5 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
OTROS	Se obtiene el resto del menú DEPRC.	VIDA = 5 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
FACT%	Almacena el valor de factor de BD como porcentaje del porcentaje de depreciación en línea recta.	FACT% = 200 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
1 AÑN BD	Depreciación para el primer año.	BD = 18,200 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
	Valor depreciable restante luego del primer año.	VDR = 15,300 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
2 AÑN BD	Depreciación en el segundo año.	BD = 10,920 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS
	Muestra el valor que falta por depreciar luego del segundo año.	VDR = 4,380 AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

3 **AÑN**
BD

Depreciación para el tercer año.

BD = 4,480
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS



Valor restante depreciable luego del tercer año.

VDR = 0
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

4 **AÑN**
BD

Depreciación para el cuarto año.

BD = 0
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS



Valor que resta por depreciar luego del cuarto año.

VDR = 0
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

5 **AÑN**
BD

Depreciación en el quinto año.

BD = 0
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS



Valor que resta por depreciar luego del quinto año.

VDR = 0
AÑN FACT% BD DSDA LR OTROS

Utilizando el *método por unidad de producción o servicio* se resuelven los siguientes ejemplos.

Ejemplo 6.5.- Determinar la depreciación por año. (Véase la solución en la pág. 283).

Datos:

Vida esperada : 120,000 copias

Costo de adquisición : \$ 4,500.

Valor de salvamento : \$ 900.

AÑO	PORCENTAJE DEDUCIBLE (d _i)
1	29.1666666667
2	41.6666666667
3	25
4	4.1666666667

TOTAL 100

* El porcentaje deducible se obtiene: dividiendo la producción de copia por año ente la producción durante los 4 años (120,000) y multiplicarlo por 100.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN DEPRC	Presenta el menú DEPRC.	0 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
36000 BASE	Ingresa la base de depreciación. (4,500,000 - 900,000 = 3,600,000).	BASE = 3,600 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
29.1666666667 ACRS%	Valor de la tabla en el año 1. (Porcentaje deducible).	ACRS%=29.1666666667 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
ACRS	Deducción en el primer año.	ACRS = 1,050 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
41.6666666667 ACRS%	Valor de la tabla, año 2.	ACRS% = 41.6666666667 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
ACRS	Deducción del segundo año.	ACRS = 1,500 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
25 ACRS%	Valor de la tabla, año 3.	ACRS%=25 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
ACRS	Deducción en el tercer año.	ACRS = 900 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
4.16666666667 ACRS%	Valor de la tabla, año 4.	ACRS%=4.16666666667 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
ACRS	Deducción en el cuarto año.	ACRS = 150 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS

Ejemplo 6.6.- Ver el enunciado del problema en la pág. 285.

Datos:

Vida esperada : 10,000 hrs.

Costo original : \$ 92,500.

Valor de salvamento: \$ 10,000.

Utilizando el método por *unidad de servicio*, obtener el cargo por depreciación anual.

AÑO	PORCENTAJE DEDUCIBLE (d _t)
1	15
2	20
3	28
4	23
5	14
TOTAL	100

NOTA: El porcentaje deducible se obtiene:
dividiendo las horas de uso por año entre
las horas de vida esperada durante los 5
años (10,000 hrs); y multiplicando este
resultado por 100.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN DEPRC	Exhibe el menú DEPRC.	0 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
82500 BASE	Ingresa la base de depreciación (92,500-10,000).	BASE = 82,500 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
15 ACRS%	Valor de la tabla, en el año 1.	ACRS% = 15 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
ACRS	Depreciación en el primer año.	ACRS = 12,375 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
20 ACRS%	Valor de la tabla, en el año 2.	ACRS% = 20 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
ACRS	Deducción en el segundo año.	ACRS = 16,500 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
28 ACRS%	Valor de la tabla, en el año 3.	ACRS% = 28 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
ACRS	Deducción en el tercer año.	ACRS = 23,100 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
23 ACRS%	Valor de la tabla, en el año 4.	ACRS% = 23 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
ACRS	Depreciación en el cuarto año.	ACRS = 18,975 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
14 ACRS%	Valor de la tabla, en el año 5.	ACRS% = 14 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS
ACRS	Deducción en el quinto año.	ACRS = 11,550 BASE RESID VIDA ACRS% ACRS OTROS

Ejemplo 6.7.- Determinar el cargo de depreciación por año, si la tasa de interés es de 25%. (Ver la solución del ejemplo en la pág. 288).

Datos:

Costo original : \$ 180,000.

Valor de desecho : \$ 15,000.

Vida útil : 5 años.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA						
FIN VDT	Presenta el menú VDT.	12 NO.P AÑO MODO FINAL <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
165000 VF	Almacena el monto de depreciación total. (Costo-valor de salvamento).	VF = 165,000 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
5 N	Almacena el número de pagos.	N = 5 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
25 %IA	Almacena la tasa de interés.	%IA = 25 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
PAGO	Calcula el pago por año.	PAGO = - 20,104.712 0419 <table><tr><td>N</td><td>%IA</td><td>V.A.</td><td>PAGO</td><td>V.F.</td><td>OTRO</td></tr></table>	N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO			
OTRO AMRT	Se tiene acceso al menú AMRT.	ESC. N PGOS ; { NO.P } <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
1 NO. P	Calcula el plan de amortización para el primer año, pero no se presenta en pantalla.	NO. P = 1 PAGOS : 1 - 1 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
INT	Presenta el interés pagado en el primer año.	INTERES = 0 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
CTAL	Presenta el capital pagado en el primer año.	CAPL... = - 20,104.712 0419 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			
BAL	Presenta el balance pagado en el primer año.	BALA... = - 20,104.7120419 <table><tr><td>NO. P</td><td>INT</td><td>CTAL</td><td>BAL</td><td>SGTE</td><td>TABLA</td></tr></table>	NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA			

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo año.

NO. P = 1 PAGOS : 2 - 2

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta el interés pagado en el segundo año.

INTE... = - 5,026.17801048

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL

Presenta el capital pagado en el 2do. año.

CAPL... = - 25,130.8900524

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL

Presenta el balance pagado en el 2do. año.

BALA... = - 45,235.6020943

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo año.

NO. P = 1 PAGOS : 3 - 3

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Presenta los resultados para el tercer año.

INTE... = - 11,308.9005236

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL**CAPL... = - 31,413.6125655**

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL**BALA... = - 76,649.2146598**

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo año.

NO. P = 1 PAGOS : 4 - 4

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INT

Exhibe los resultados para el cuarto año.

INTE... = - 19,162.3036649

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CTAL**CAPL... = - 39,267.015068**

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BAL**BALA... = - 115,916.230367**

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

SGTE

Calcula el plan de amortización para el próximo año.

INT

Presenta los resultados para el quinto año.

CTAL

BAL

CLEAR DATA

Borra la pila histórica y las variables del menú AMRT.

5 NO. P

Calcula el plan de amortización para los primeros 5 años.

INT

Presenta los intereses pagados durante los 5 años.

CTAL

Presenta el capital pagado durante los 5 años.

BAL

Presenta el balance pagado durante los 5 años.

NO. P = 1 PAGOS : 5 - 5

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INTE... = - 28,979.0575916

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CAPL... = - 49,083.7696335

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BALANCE = - 165,000

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

ESC. N PGOS ; {NO. P}

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

NO. P = 5 PAGOS : 1 - 5

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

INTE... = - 64,476.4397906

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

CAPITAL = - 165,000

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

BALA... = - 165,000

NO. P	INT	CTAL	BAL	SGTE	TABLA
-------	-----	------	-----	------	-------

Capítulo 7

Bonos

Las personas o empresas requieren préstamos por diversos motivos, que son pagados generalmente por medio de anualidades; es muy común, que para las grandes compañías, estos préstamos no sean suficientes para lograr los desarrollos planeados para las mismas, es por eso que se han diseñado diversas formas para obtener dinero en préstamo; una muy común y la cual estudiaremos en este capítulo es la emisión de bonos.

Quienes realizan la emisión de bonos son la banca privada, la banca nacional y las corporaciones financieras de todos los países del mundo, correspondiéndole a las leyes de cada país o estado normalizar la utilización de los bonos.

Estos bonos o papel comercial, son un instrumento de crédito para quienes los emiten y son otra opción de inversión para los ahorradores que resulta mas viable, pues arroja un mejor rendimiento que las tradicionales cuentas de ahorro.

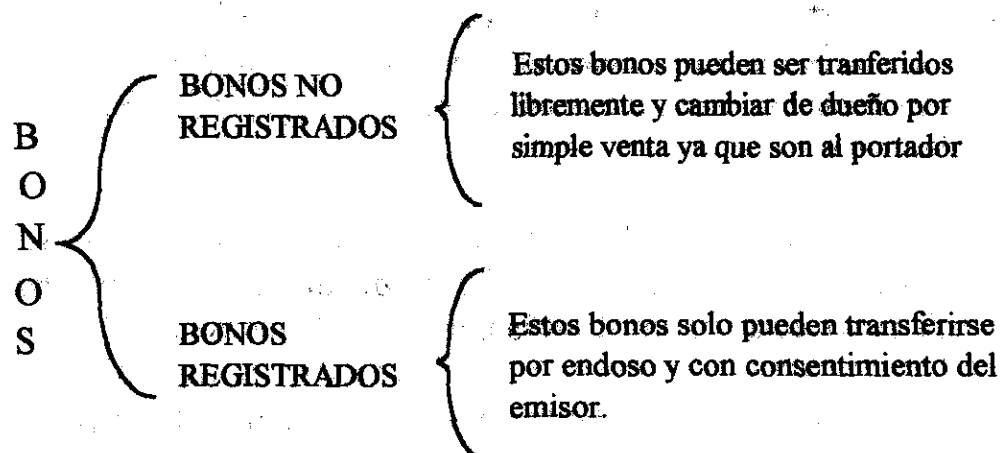
7.1.- CLASIFICACION DE BONOS

Existen diversos tipos de bonos y todos ellos se tratan de una misma manera, pues aunque varíe lo que ofrece cada uno de ellos la forma de obtener sus beneficios es la misma.

DEFINICION:

El bono es una obligación o documento de crédito, emitido por un gobierno o una entidad particular (emisor), a un plazo perfectamente determinado, que devenga intereses pagaderos en períodos regulares de tiempo, a las personas propietarias o tenedoras de los mismos.

Hay dos categorías de bonos:



Un bono es un contrato escrito por el cual se reciben dos pagos diferentes:

- 1.- El pago de una suma fija llamada *valor de redención*, en una fecha dada, llamada *fecha de redención*, y
- 2.- Los pagos periódicos llamados *pagos de intereses (o cupones)*, que se efectúan hasta la fecha de redención.

7.2.- RUBLOS DE UN BONO

Todos los bonos contienen la siguiente información:

VALOR NOMINAL:

El capital o principal que se señala en el bono es su denominación o valor nominal, que generalmente es un múltiplo de 100.

VALOR DE REDENCION:

Es la cantidad de dinero que se entrega al tenedor del bono; si el valor de redención y el valor nominal son iguales se dice que el bono es *redimible a la par*. De no ser así, el valor de redención se expresa como un porcentaje del *valor nominal*. Por ejemplo un bono de \$1000 redimible en \$1050 se expresa como " un bono de \$1000 redimible a 105 ".

PLAZO:

Se refiere a la fecha de compra y a la *fecha de redención* del bono, esta última normalmente coincide con una fecha de pago de intereses. A la fecha de redención también se le conoce como *fecha de maduración* o *demandada*.

TASA ANUAL DEL CUPON:

Es la tasa en base a la cual se realiza el pago de los intereses. En la mayoría de los bonos, los pagos de los intereses se efectúan contra la presentación de cupones. Tanto los cupones como el bono mismo son papeles negociables.

PRECIO DE LOS BONOS:

El precio de los bonos en el mercado de valores se fija por acuerdo entre el comprador y el vendedor; este valor depende básicamente de los siguientes factores:

- a) tasa de interés e intervalo de los cupones.
- b) tasa de interés local para las inversiones.
- c) tiempo que debe transcurrir hasta el vencimiento.
- d) precio de redención.
- e) las condiciones económicas imperantes.
- f) confiabilidad en las garantías del emisor.

Los bonos pueden venderse a la par, con premio o con descuento, dependiendo de que el precio de venta sea igual, mayor o menor que el valor nominal.

RENDIMIENTO NETO:

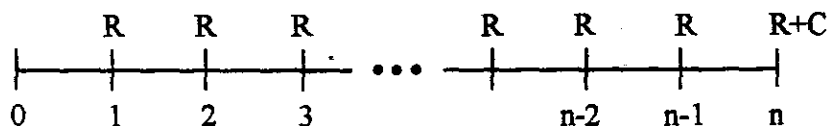
Es el rendimiento o interés devengado a la redención o maduración del bono. Para el cálculo del rendimiento neto del dinero invertido en bonos, el inversionista debe tener en cuenta, tanto el valor de los cupones, como el valor de redención del bono.

7.3.-PRECIO DE LOS BONOS EN UNA FECHA DE PAGO DE INTERESES O CUPON

Para calcular el precio (P) de un bono en una fecha de pago de intereses se obtiene primero la cantidad que paga el bono en cada fecha de pago (R) y se calculan los valores actuales de estos pagos y de el precio de redención (C) teniendose finalmente que:

$$\begin{array}{l} \text{VALOR ACTUAL} \\ \text{DE LOS} \\ \text{BONOS} \\ \text{(PRECIO DE COMPRA)} \end{array} = \begin{array}{l} \text{VALOR ACTUAL} \\ \text{DE LOS} \\ \text{INTERESES} \end{array} + \begin{array}{l} \text{VALOR ACTUAL} \\ \text{DEL} \\ \text{PRINCIPAL} \end{array}$$

La siguiente gráfica presenta la forma en que un bono genera ingresos.



Los pagos aparecen como una anualidad vencida de la cual conocemos su valor actual (ver pág. 101), igualmente podemos calcular el valor actual de el precio de redención; sumando estos dos valores actuales, ambos calculados a la tasa i , que es la tasa sobre la inversión, se obtiene el precio del bono.

$$\text{valor actual del principal} = C(1 + i)^{-n}$$

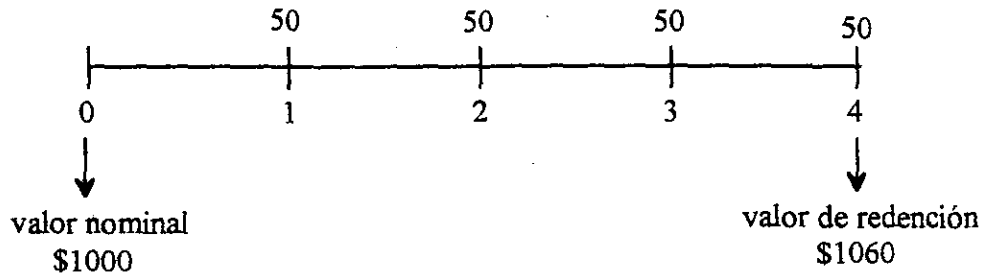
$$\text{valor actual de los intereses pagados} = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Cambiando en esta ultima expresión R por Fr, que representa lo que paga el bono, el valor de este se calcula utilizando la siguiente expresión:

$$P = Fr \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + C(1 + i)^{-n}$$

Ejemplo 7.1.-

Calcular el precio que puede pagarse por un bono de 1000 pesos al 5%, redimible a 106 al final de 4 años, si se desea un rendimiento del 8%.



$$\text{valor actual de los pagos} = Fr \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] = 50 \left[\frac{1 - (1+.08)^{-4}}{.08} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{valor actual del} \\ \text{precio de} \\ \text{redención} \end{aligned} = C(1+i)^{-n} = 1060(1+.08)^{-4}$$

$$\begin{aligned} \text{valor actual} \\ \text{del bono} \end{aligned} = \frac{50 \left[1 - (1+.08)^{-4} \right]}{.08} + 1060(1+.08)^{-4}$$

$$P = 165.60 + 779.13$$

$$P = 944.73$$

7.4.- PREMIO O DESCUENTO DE UN BONO

Cuando un bono se compra con premio (P_R) es que el precio de compra es mayor al valor de redención; el premio se expresa de la siguiente manera:

$$P_R = P - C$$

Cuando el bono se compra con descuento es que su precio de compra es menor al valor de redención; el descuento se expresa de la siguiente manera:

$$D = C - P$$

7.4.- VALOR EN LIBROS DE UN BONO

Los bonos comprados con premio o descuento, independientemente de lo que varíen en precio durante su plazo, al final, éste es igual al valor de redención en la fecha de vencimiento; es por eso que llevar un registro de las variaciones del bono, permite tener una visión sobre el comportamiento del mismo; a éstas variaciones se les conoce como valor en libros de un bono.

El cambio del valor en libros durante la vida del bono, se muestra con claridad construyendo un cuadro de inversión.

Ejemplo 7.2.-

Un bono de 1000 pesos con 4% de capitalización semestral, redimible a la par el 1ero. de Julio de 1993, es comprado el 1ero. de Julio de 1990 por un inversionista para obtener un rendimiento del 6%. Calcule el precio del bono y realice el cuadro de la inversión.

El precio del bono a la compra es:

$$P = Fr \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + C(1 + i)^{-n}$$

$$P = (1000)(.02) \left[\frac{1 - (1 + .03)^{-6}}{.03} \right] + 1000(1 + .03)^{-6}$$

$$P = 108.34 + 834.48$$

$$P = 945.82$$

Con este valor obtenido se desarrolla el cuadro del bono:

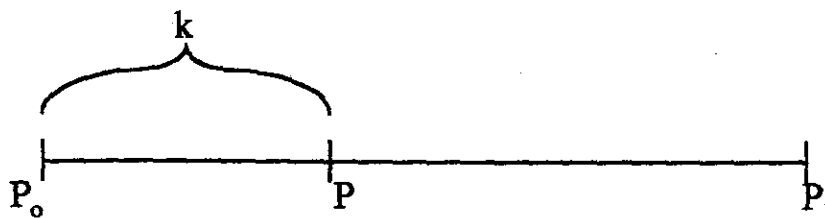
PERIODO	VALOR EN LIBROS AL PRINCIPIO DEL PERIODO	INTERESES SOBRE LA INVERSION	INTERESES DEL BONO	CAMBIO DEL VALOR EN LIBROS	VALOR EN LIBROS AL FINAL DEL PERIODO
1	945.82	28.37	20	8.37	954.2
2	954.2	28.62	20	8.62	962.82
3	962.82	28.88	20	8.88	971.71
4	971.71	29.15	20	9.15	980.86
5	980.86	29.42	20	9.42	990.29
6	990.29	29.7	20	9.7	1,000

Cuando un bono es comprado con descuento se acostumbra emplear el término *acumulando el descuento* para llevar el valor en libros hasta el valor de redención; si es comprado con premio diremos que se *amortiza el capital* para llevar el valor en libros al valor de redención.

7.6.- PRECIO DE LOS BONOS COMPRADOS ENTRE FECHAS DE CUPON

Cuando se compra un bono entre dos fechas de cupón, el precio se obtiene calculando el precio de compra, en la última fecha que se pago intereses mas una cantidad que corresponde al cupón del período en que se realiza la compra-venta, pues de este cupón le corresponde una parte al comprador y otra al vendedor.

Coloquemos en un diagrama temporal a P_0 como el precio del bono, en la fecha de cupón anterior a la fecha de compra; P el precio del bono buscado, P_1 como el precio del bono en la siguiente fecha de cupón y k representa la fracción de tiempo transcurrido entre P_0 y P_1 .



Los días transcurridos entre P_0 y P_1 son 180, por lo que k queda expresado de la siguiente manera:

$$k = \frac{\text{días transcurridos}}{180}$$

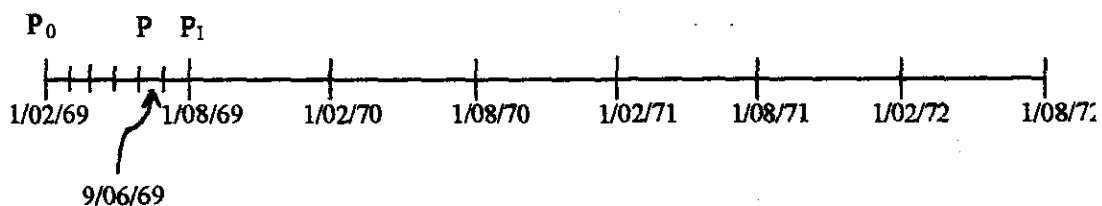
$$P = P_0(1 + i)^k$$

$$P_0 = Fr \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + C(1 + i)^{-n}$$

$$P = \left[Fr \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + C(1 + i)^{-n} \right]$$

Ejemplo 7.3.-

Hallar el precio de un bono el 9 de junio de 1969, con un valor nominal de 1000 pesos al 5.5% convertible semestralmente y redimible a 108 el 1ero. de Agosto de 1972, se espera un rendimiento de 7% convertible semestralmente.



Los días transcurridos entre el 1ero. de Feb. de 1969 y el 9 de Jun. de 1969 son 128 por lo cual k queda expresado como: $k = \frac{128}{180}$.

$$P_0 = (1000)(.0275) \left[\frac{1 - (1 + .035)^{-7}}{.035} \right] + 1080(1 + .035)^{-7}$$

$$P_0 = 168.15 + 848.87 = 1017.02$$

$$P = 1017.02(1 + .035)^{128/180} = 1042.20661$$

El valor en libros no es el precio de compra, puesto que el vendedor del bono lo ha conservado durante 128 días después del último pago de intereses, por lo que esta obligado a participar del siguiente pago de intereses.

Esta parte fraccionada del pago de intereses, $\frac{128}{180}(27.50) = 19.56$, se le llama *interés redituable*. El comprador debe tener en cuenta que esta cantidad se contempla en el precio de compra, resultando así que el valor en libros del bono, el 9 de Junio de 1969 es:

Precio de compra - Interés redituable

$$= 1042.21 - 19.56 = 1022.65$$

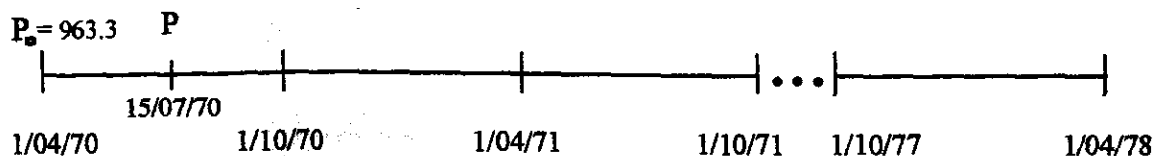
7.7.- PRECIO COTIZADO DE UN BONO

Generalmente los bonos se ofertan al " precio cotizado " expresado como un porcentaje del valor nominal, es decir, un bono de 1000 pesos cuyo precio cotizado es 975 pesos, estaría cotizado a $97\frac{1}{2}$.

El precio cotizado normalmente no es el que paga el comprador, será el precio de compra únicamente si ha sido cotizado en una fecha de pago de intereses. El precio de compra (mas conocido como el precio neto) es el precio cotizado más el interés redituable.

Ejemplo 7.4.-

De un bono de 1000 pesos al $3\frac{3}{4}\%$, convertible semestralmente, redimible el 1ero. de Abril de 1978, hallar el precio neto (P) al 15 de julio de 1970, si ha sido cotizado a $96\frac{1}{3}$.



Los intereses pagados en cada período son:

18.75 pesos

del 1ero. de Abril al 15 de Julio han transcurrido:

105 días

los intereses ganados a esa fecha son:

$$\frac{105}{180}(18.75) = 10.93$$

el precio neto es:

$$963.33 + 10.93 = 974.2675$$

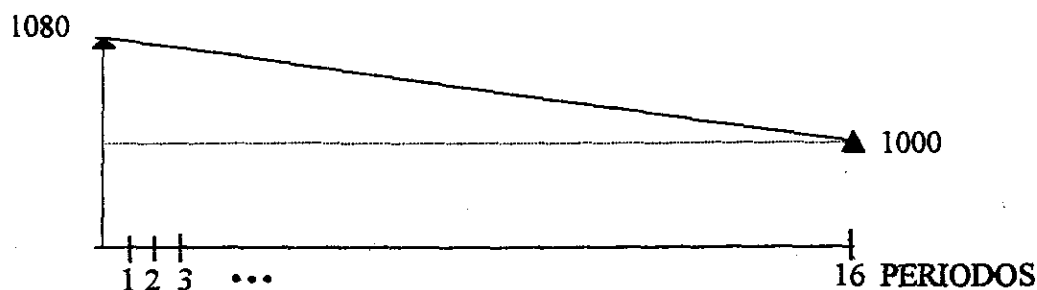
7.8.- CALCULO DEL RENDIMIENTO EN LOS BONOS

Hasta el momento se ha calculado el precio de un bono en base al rendimiento que deseamos en la inversión. En la práctica lo que se conoce es el *precio cotizado* o el precio más intereses, el cual no especifica la tasa de rendimiento y esa es la información que necesita conocer el comprador pues le indicará el beneficio que obtendrá con su inversión. Se abordará el problema de calcular la tasa de rendimiento, mejor conocida entre inversionistas como beneficio al vencimiento, de dos maneras.

7.8.1.- El método de los comerciantes de obligaciones:

Ejemplo 7.5.-

Una obligación de 1000 pesos al 4%, que vence dentro de 8 años paga sus intereses semestralmente. El precio cotizado es 1080 pesos. ¿Cuál es la tasa de rendimiento?.



Al sumar los extremos y dividir entre 2 se obtiene una inversión o valor estimado medio de:

$$\frac{1080+1000}{2} = 1040$$

Los intereses semestrales que genera este bono son de 20 pesos y fué comprado con una prima de 80 pesos, que al ser amortizada en los 16 períodos resulta:

$$\frac{80}{16} = 5$$

Esta amortización "media" por período obtenida se resta del interés semestral, quedando así un ingreso periódico de 15 pesos, sobre una inversión media de 1040 pesos. De esta manera resulta que la tasa aproximada de rendimiento sera:

$$\frac{15}{1040} = 1.44\% \text{ por semestre o } 2.88\% \text{ nominal}$$

Este método también es conocido como el *método de promedios*.

7.8.2.- Cálculo del rendimiento por el método de interpolación:

Para la aplicación de este método se requiere encontrar 2 tasas de interés, las cuales den un precio mayor y otro menor al precio de compra. Utilizando la tasa aproximada calculada con el método anterior como una tasa de referencia, se obtienen precios de compra para una tasa mayor y una menor y después se interpola entre estos dos precios.

Utilizando la información del ejemplo anterior y con este 2do. método se resuelve el siguiente ejemplo

Ejemplo 7.6.-

Tasa de rendimiento obtenida anteriormente:

2.88% nominal

Se calcula el precio de compra para los rendimientos $i_1 = 2.5\%$ y $i_2 = 3\%$

$$P_1 = F_r \left[\frac{1 - (1 + i_1)^{-n}}{i_1} \right] + C(1 + i_1)^{-n}$$



BIBLIOTECA
DE CIENCIAS EXACTAS
Y NATURALES

$$= 1000(.02) \left[\frac{1 - (1 + .0125)^{-16}}{.0125} \right] + 1000(1 + .0125)^{-16}$$

$$= 288.40 + 819.74$$

$$P_2 = 1000(.02) \left[\frac{1 - (1 + .015)^{-16}}{.015} \right] + 1000(1 + .015)^{-16}$$

$$= 282.62 + 788.03$$

$$= 1070.65$$

<i>i</i> en %	precio cotizado
$\begin{array}{ c } \hline .25 \left[\begin{array}{ c } \hline x \left[\begin{array}{ c } \hline 1.25 \\ \hline i \end{array} \right] \\ \hline 1.5 \end{array} \right] \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \begin{array}{ c } \hline 1108.15 \\ \hline 1080 \end{array} \left[\begin{array}{ c } \hline 28.15 \\ \hline 37.49 \end{array} \right] \\ \hline 1070.65 \end{array}$

$$\frac{i - 1.25}{.25} = \frac{28.1}{37.4}$$

$$i = 1.43 = 2.875\% \text{ nominal}$$

7.9.- BONOS CON FECHA OPCIONAL DE REDENCION

Algunos bonos además de tener una fecha de redención tienen una fecha anterior para ser redimidos en cualquier fecha intermedia, al momento que el inversionista considere apropiado; esto le permite tomar ventaja de cualquier futura baja en las tasas de interés.

Para calcular el precio de este tipo de bonos, el inversionista debe suponer la fecha de redención más desfavorable para él; así tendrá la certeza de obtener la redituabilidad deseada y quizá más.

El procedimiento para obtener el rendimiento o precio de estos bonos, son los mismos que hasta aquí se han estudiado; sólo se considera la fecha opcional de redención.

7.10.- BONOS DE ANUALIDAD

Estos tipos de bonos son en realidad una anualidad pactada como un bono, por tanto el cálculo de sus valores no difiere al que se sigue en las anualidades estudiadas en el capítulo III.

Ejemplo 7.7.-

Un bono de anualidad a 5 años, por 10,000 pesos al 3% será redimido con 5 pagos anuales. Hallar el precio que debe pagar un comprador que desea obtener un rendimiento del 2½%.

El pago anual se obtiene de la expresión:

$$VA = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$R = \frac{VAi}{1 - (1+i)^{-n}} =$$

$$\frac{(10000)(.03)}{1 - (1+.03)^{-5}} =$$

$$R = 2,183.54$$

El comprador debe pagar el valor actual de una anualidad vencida de 2,183.57 pesos al 2½% que se recibirá durante 5 años.

$$\begin{aligned}
 P &= R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] \\
 &= 2183.54 \left[\frac{1 - (1 + .0125)^{-5}}{.0125} \right] \\
 P &= 10,144.37
 \end{aligned}$$

7.11.- BONOS SERIADOS

Cuando una emisión de bonos va a ser redimida periódicamente en lugar de todos en la misma fecha, se dice que los bonos son de *emisión seriada*.

Al efectuar la compra de varios bonos de una misma emisión, pero de diferentes series, el inversionista debe averiguar el precio y el rendimiento de cada serie, considerándola como una compra individual y para el cálculo, aplicar los métodos que ya se han explicado. El costo total de la compra será la suma del precio de compra de cada serie y el rendimiento sobre el total, será el rendimiento ponderado de las diferentes series. En igual forma, al efectuar los cuadros de acumulación o amortización debe tratarse cada serie por separado.

Ejemplo 7.8.-

Una emisión seriada de bonos de 15,000 pesos con intereses al 4% convertible semestralmente va a ser redimida mediante pagos de 4,000 pesos en 10 años, 4,000 pesos en 12 años y 8,000 pesos en 15 años. Hallar el precio de compra de la emisión que reditue 3% convertible semestralmente.

$$\begin{aligned}
 P &= P_1 + P_2 + P_3 \\
 P_1 &= 4000(1 + .015)^{-20} + 80 \left[\frac{1 - (1 + .015)^{-20}}{.015} \right] \\
 &= 2,969.88 + 1373.49 \\
 &= 4,343.37
 \end{aligned}$$

$$P_2 = 4000(1 + .015)^{-20} + 80 \left[\frac{1 - (1 + .015)^{-24}}{.015} \right]$$

$$= 2,798.17 + 1,602.43$$

$$= 4,400.60$$

$$P_3 = 8000(1 + .015)^{-30} + 160 \left[\frac{1 - (1 + .015)^{-30}}{.015} \right]$$

$$= 5,118.04 + 3,842.53$$

$$= 8,960.63$$

$$P = 4,343.37 + 4,400.60 + 8,960.63$$

$$P = 17,704.61$$

7.12.-USO DE LAS CALCULADORAS

7.12.1.- TEXAS INSTRUMENTS

En este capítulo se hará uso de la hoja de trabajo Bono, incluida en la TEXAS INSTRUMENTS con la cual se puede calcular el rendimiento, el precio y el interés acumulado de un bono. Los cálculos pueden ser a la maduración o a la demanda. Se pueden elegir entre dos tipos de calendario (actual/actual o 30/369) y seleccionar uno de dos formas para pago de cupones(dos por año o uno por año).

NIVELES EN LA HOJA DE TRABAJO DE BONOS

ROTULO	SIGNIFICADO	TIPO DE VARIABLE
SDT	Fecha de pago (compra)	De entrada solamente
CPN	Tasa anual del cupón en porcentaje	De entrada solamente
RDT	Fecha de redención o maduración	De entrada solamente
RV	Valor de redención	De entrada solamente
ACT*	tipo de calendario actual/actual	De escenario
360*	tipo de calendario 30/360	De escenario
2/Y*	Dos cupones por año	De escenario
1/Y*	Un cupón por año	De escenario
YLD	Rendimiento a la maduración o demanda	Entrada / cálculo
PRI	Precio por cada \$100 de valor nominal	Entrada / cálculo

PROCEDIMIENTO PARA ALMACENAR LOS DATOS

Para usar la hoja de trabajo, primero almacena los valores conocidos:

- 1.-Presione **2nd** **[Bond]**. SDT aparece en pantalla con la ultima fecha grabada.
- 2.- Presione **2nd** **[CLR Work]** para limpiar la hoja de trabajo.
- 3.- Teclee un valor para SDT y presione **ENTER**.
- 4.- Presione **↓** repetidamente y almacene valores para CPN, RDT y RV como se hizo para SDT.

Despues de introducir los valores conocidos, seleccione los escenarios.

- 1.- Presione repetidamente hasta que ACT o 360 sean mostrados para seleccionar el tipo de calendario.
 - ♦ Para seleccionar el tipo de calendario actual/actual, presione [SET] repetidamente hasta que ACT sea mostrado.
 - ♦ Para seleccionar el tipo de calendario 30/360, presione [SET] repetidamente hasta que 360 sea mostrado.
- 2.- Presione hasta que 2/Y o 1/Y sean mostrados para seleccionar la frecuencia del cupón.
 - ♦ Para seleccionar dos pagos anuales de cupón, presione [SET] repetidamente hasta que 2/Y sea mostrado.
 - ♦ Para seleccionar un pago anual de cupón, presione [SET] repetidamente hasta que 1/Y sea mostrado.

Para calcular un valor para el precio:

- 1.- Presione hasta que YLD sea mostrado
- 2.- Teclee un valor para YLD y presione .
- 3.- Presione para mostrar PRI. Entonces presione y un valor para PRI es calculado y exhibido. El precio se expresa por cada \$100 del valor nominal o como porcentaje.

Para calcular un valor para el rendimiento:

- 1.- Presione hasta que PRI sea mostrado
- 2.- Teclee un valor para PRI y presione .
- 3.- Presione para mostrar YLD. Entonces presione y un valor para YLD es calculado y exhibido.

Un valor para el interés acumulado es calculado y mostrado automáticamente cuando se tiene acceso a la variable. AI es calculado por cada \$100 del valor nominal.

Presiona repetidamente hasta que AI y su valor sean exhibidos.

7.12.2.a.- Solución de problemas haciendo uso de la calculadora Texas Instruments.

Ejemplo 7.1.-

Calcular el precio que puede pagarse por un bono de 1000 pesos al 5% anual, redimible a 106 al final de 4 años, si se desea un rendimiento del 8%.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [BOND]	Selecciona la hoja de trabajo BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
2nd [CLR TVM]	Borra los valores previos en BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
1.0190 [ENTER]	Ingresa la fecha de pago.	ENTER SDT = 1 - 01 - 1990 4
↓ 5 [ENTER]	Ingresa la tasa del cupón como porcentaje anual.	ENTER CPN = 5 4
↓ 1.0194 [ENTER]	Ingresa la fecha de demanda.	ENTER RDT = 1 - 01 - 1994 4
↓ 106 [ENTER]	Ingresa el valor de demanda si es necesario.	ENTER RV = 106. 4
↓ 2nd [SET]	Especifica el calendario que se utilizará si es necesario.	SET 360
↓ 2nd [SET]	Fija el tipo de pago para cupones si es necesario.	SET 1/Y
↓ 8 [ENTER]	Ingresa el rendimiento a la demanda.	COMPUTE ENTER YLD = 8. 4
↓ [CPT]	Calcula el precio por cada \$100 de valor facial.	COMPUTE ENTER PRI = 94.4737986 *
↓	Realiza el calculo automático del interés acumulado.	AI = 0. *

Ejemplo 7.2.-

Un bono de 1000 pesos con 4% de capitalización semestral, redimible a la par el 1ero. de Julio de 1993, es comprado el 1ero. de Julio de 1990 por un inversionista para obtener un rendimiento del 6%. Calcule el precio del bono.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [BOND]	Selecciona la hoja de trabajo BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
2nd [CLR TVM]	Borra los valores previos en BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
1.0790 [ENTER]	Ingresa la fecha de pago.	ENTER SDT = 1 - 07 - 1990 ⁴
↓ 4 [ENTER]	Ingresa la tasa del cupón como porcentaje anual.	ENTER CPN = 4 ⁴
↓ 1.0793 [ENTER]	Ingresa la fecha de demanda.	ENTER RDT = 1 - 07 - 1993 ⁴
↓	Ingresa el valor de demanda si es necesario.	ENTER RV = 100.
↓ 2nd [SET]	Especifica el calendario que se utilizará si es necesario.	SET 360
↓ 2nd [SET]	Fija el tipo de pago para cupones si es necesario.	SET 2/Y
↓ 6 [ENTER]	Ingresa el rendimiento a la demanda.	COMPUTE ENTER YLD = 6. ⁴
↓ [CPT]	Calcula el precio por cada \$100 de valor facial.	COMPUTE ENTER PRI = 94.58280856 [*]
↓	Realiza el calculo automático del interés acumulado.	AI = 0. [*]

Ejemplo 7.3.-

Hallar el precio de un bono el 9 de junio de 1969, con un valor nominal de 1000 pesos al 5.5% convertible semestralmente y redimible a 108 el 1ero. de Agosto de 1972, se espera un rendimiento de 7% convertible semestralmente.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [BOND]	Selecciona la hoja de trabajo BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
2nd [CLR TVM]	Borra los valores previos en BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
9.0669 [ENTER]	Ingresas la fecha de pago.	ENTER SDT = 9 - 06 - 1969 ⁴
↓ 5.5 [ENTER]	Ingresas la tasa del cupón como porcentaje anual.	ENTER CPN = 5.5 ⁴
↓ 1.0872 [ENTER]	Ingresas la fecha de demanda.	ENTER RDT = 1 - 08 - 1972 ⁴
↓ 108 [ENTER]	Ingresas el valor de demanda si es necesario.	ENTER RV = 108. ⁴
↓ 2nd [SET]	Especifica el calendario que se utilizará si es necesario.	SET 360
↓ 2nd [SET]	Fija el tipo de pago para cupones si es necesario.	SET 2/Y
↓ 7 [ENTER]	Ingresas el rendimiento a la demanda.	COMPUTE ENTER YLD = 7. ⁴
↓ [CPT]	Calcula el precio del bono entre fechas de cupón por cada \$100 de valor facial.	COMPUTE ENTER PRI = 102.2651062 [*]
↓	Realiza el calculo automático del interés acumulado.	AI = 1.955555556. [*]

Ejemplo 7.4.-

De un bono de 1000 pesos al $3\frac{3}{4}\%$, convertible semestralmente, redimible el 1ero. de Abril de 1978, hallar el precio neto (P) al 15 de julio de 1970, si ha sido cotizado a $96\frac{1}{3}$.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
[2nd] [BOND]	Selecciona la hoja de trabajo BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
[2nd] [CLR TVM]	Borra los valores previos en BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
1.0470 [ENTER]	Ingresa la fecha de pago.	ENTER SDT = 1 - 04 - 1970 ⁴
↓ 3.75 [ENTER]	Ingresa la tasa del cupón como porcentaje anual.	ENTER CPN = 3.75 ⁴
↓ 1.0478 [ENTER]	Ingresa la fecha de demanda.	ENTER RDT = 1 - 04 - 1978 ⁴
↓ [ENTER]	Ingresa el valor de demanda.	ENTER RV = 100.
↓ [2nd] [SET]	Especifica el calendario que se utilizará si es necesario.	SET 360
↓ [2nd] [SET]	Fija el tipo de pago.	SET 2/Y
↓ ↓ 96.3 [ENTER]	Ingresa el precio del bono en fecha de cupón.	COMPUTE ENTER PRI = 96.3 ⁴
↑ [CPT]	Calcula el rendimiento.	COMPUTE ENTER YLD = 4.301541585 [*]
↑ ... ↑ 15.0770 [ENTER]	Ingresa la fecha donde se quiere conocer el precio neto.	ENTER SDT = 15 - 07 - 1970 ⁴
↓ ... ↓ [CPT]	Calcula el precio del bono	COMPUTE ENTER PRI = 96.40797664 [*]
[STO] 0 ↓	Almacena el precio y calcula el interés acumulado.	AI = 1.083333333 [*]
[+] [RCL] 0 [=]	Suma al interes acumulado el precio, para obtener el precio neto por cada \$100 de valor facial.	AI 97.49130997

Ejemplo 7.5.-

Una obligación de 1000 pesos al 4%, que vence dentro de 8 años paga sus intereses semestralmente. El precio cotizado es 1080 pesos. Cuál es la tasa de rendimiento?

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [BOND]	Selecciona la hoja de trabajo BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
2nd [CLR TVM]	Borra los valores previos en BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
1.0190 [ENTER]	Ingresa la fecha de pago.	ENTER SDT = 1 - 01 - 1990 ⁴
↓ 4 [ENTER]	Ingresa la tasa del cupón como porcentaje anual.	ENTER CPN = 4 ⁴
↓ 1.0198 [ENTER]	Ingresa la fecha de demanda.	ENTER RDT = 1 - 01 - 1998 ⁴
↓	Ingresa el valor de demanda si es necesario.	ENTER RV = 100.
↓ 2nd [SET]	Especifica el calendario que se utilizará si es necesario.	SET 360
↓ 2nd [SET]	Fija el tipo de pago para cupones si es necesario.	SET 2/Y
↓ 108 [ENTER]	Ingresa el precio cotizado del bono.	COMPUTE ENTER PRI = 108. ⁴
↓ [CPT]	Calcula el rendimiento del bono.	COMPUTE ENTER YLD = 2.873523646 [*]

NOTA:

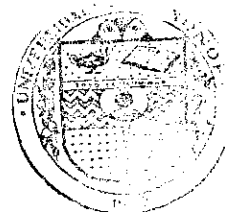
En los problemas donde no se dan fechas, tomamos el primero de Enero de 1990 como fecha de pago y dependiendo del período de tiempo establecido se tomará la fecha de demanda.

El ejemplo 6 se resuelve de la misma manera.

Ejemplo 7.7.-

Un bono de anualidad a 5 años, por 10,000 pesos al 3% será redimido con 5 pagos anuales. Hallar el precio que debe pagar un comprador que desea obtener un rendimiento del 2½%.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [CLR TVM]	Limpia la hoja de trabajo.	0 .
2nd [P/Y]	Introduce el número de pagos al año.	ENTER P/Y 12 .
1 [ENTER]	Introduce el 1, como número de pagos al año.	ENTER P/Y = 1 .
[↓]	Almacena 1 como el número de capitalizaciones al año.	ENTER C/Y = 1 .
2nd [QUIT]	Regresa al modo estándar.	0 .
[N]	Almacena el num. de períodos en la operación.	N = 5 .
3 [I/Y]	Almacena 3 como la tasa del cupón.	I/Y = 3 .
10000 [PV]	Almacena 10000 como el valor nominal del bono.	PV = 10000
[CPT] [PMT]	Calcula el pago anual (pago de cupón).	PMT = - 2183.545714 *
2.5 [I/Y]	Almacena 2.5 como la tasa de rendimiento del bono.	I/Y = 2.5
[CPT] [PV]	Calcula el precio del bono de anualidad.	PV = 10144.3789 *



EL SABER DE MIS NIJOS
HARA MI GRANDEZA
BIBLIOTECA
DEPARTAMENTO D'
MATEMATICAS

Ejemplo 7.8.-

Una emisión seriada de bonos de 15,000 pesos con intereses al 4% convertible semestralmente va a ser redimida mediante pagos de 4,000 pesos en 10 años, 4,000 pesos en 12 años y 8,000 pesos en 15 años. Hallar el precio de compra de la emisión que reditue 3% convertible semestralmente.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
2nd [BOND]	Selecciona la hoja de trabajo BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
2nd [CLR TVM]	Borra los valores previos en BONO.	ENTER SDT = 31 - 12 - 1990
1.0190 [ENTER]	Ingresa la fecha de pago.	ENTER SDT = 1 - 01 - 1990 ⁴
↓ 4 [ENTER]	Ingresa la tasa del cupón como porcentaje anual.	ENTER CPN = ⁴ 4
↓ 1.0100 [ENTER]	Ingresa la fecha de demanda.	ENTER RDT = 1 - 01 - 2000 ⁴
↓	Ingresa el valor de demanda si es necesario.	ENTER RV = 100.
↓ 2nd [SET]	Especifica el calendario que se utilizará si es necesario.	SET 360
↓ 2nd [SET]	Fija el tipo de pago para cupones si es necesario.	SET 2/Y
↓ 3 [ENTER]	Ingresa el rendimiento del bono.	COMPUTE ENTER YLD = 3. ⁴
↓ [CPT]	Calcula el precio del 1er. bono por cada \$100 de valor facial.	COMPUTE ENTER PRI = 108.5843194 [*]
× 40 = STO 0	Calcula el Precio del 1er bono y se almacena en la mem. cero.	COMPUTE ENTER PRI 4343.3727776
↑ ... ↑ 1.0102 [ENTER]	Ingresa la fecha de demanda para el segundo bono.	ENTER RDT = 1 - 01 - 2002 ⁴

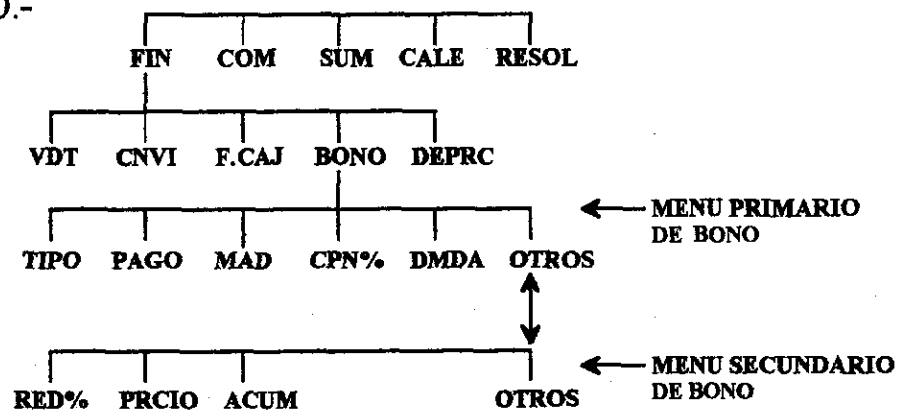
TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
$\downarrow$	Ingresar si es necesario el valor de demanda, el calendario que se utilizará y el tipo de pago para cupones	ENTER RV = 100.
$\downarrow$ 2nd [SET]		SET 2/Y
$\downarrow$ 3 [ENTER]	Ingresar el rendimiento del bono.	COMPUTE ENTER YLD = 4 3.
$\downarrow$ [CPT]	Calcular el precio del 2do. bono por cada \$100 de valor facial.	COMPUTE ENTER PRI = 110.0152027 *
$\times$ 40 = [STO] 1	Calcular el Precio del 2do bono y se almacena en la mem. uno.	COMPUTE ENTER PRI 4400.608107
$\uparrow$... $\uparrow$ 1.0105 [ENTER]	Ingresar la fecha de demanda para el tercer bono.	ENTER RDT = 1 - 01 - 2005 4
$\downarrow$	Ingresar el valor de demanda si es necesario.	ENTER RV = 100.
$\downarrow$ 2nd [SET]	Especificar el calendario que se utilizará si es necesario.	SET 360
$\downarrow$ 2nd [SET]	Fija el tipo de pago para cupones si es necesario.	SET 2/Y
$\downarrow$ 3 [ENTER]	Ingresar el rendimiento del bono.	COMPUTE ENTER YLD = 4 3.
$\downarrow$ [CPT]	Calcular el precio del 3er. bono por cada \$100 de valor facial.	COMPUTE ENTER PRI = 112.007919 *
$\times$ 80 = [STO] 2	Calcular el Precio del 3er bono y se almacena en la mem. dos.	COMPUTE ENTER PRI 8960.63352
$+$ [RCL] 1 $+$ [RCL] 0 =	Se suman los precios de los tres bonos para obtener el precio de compra de la emisión.	COMPUTE ENTER PRI 17704.6144

7.12.2.- HEWLETT - PACKARD

El menú BONO calcula el *rendimiento a la maduración* o *precio* de un bono. También calcula el *rendimiento a la demanda* sobre la fecha de un cupón, junto con el *interés acumulado*. Se especificaran las sig. funciones:

- *Tipo de calendario*: 30/360 o real/real (días por mes/días por año).
- *Pagos por cupón*: semianual o anual.

El menu BONO.-



Rótulos del menú BONO

Rótulo de menú	Descripción
TIPO	Exhibe un menú de tipos de bono: 30/360 o real/real, semianual o anual.
PAGO	Almacena la fecha de pago (compra) de acuerdo al formato para la fecha.
MAD	Almacena la fecha de maduración o fecha de demanda de acuerdo al formato para la fecha y esta debe coincidir con la fecha del cupón.
CPN%	Almacena la tasa anual del cupón como porcentaje.
DMDA	Almacena el precio de demanda por cada \$100 de valor nominal. Para un rendimiento a la <i>maduración</i> , asegúrese que la DMDA sea igual a 100.
RED%	Almacena o calcula el rendimiento a la maduración o a la demanda.
PRCIO	Almacena o calcula el precio por cada \$100 de valor nominal

Al oprimir **BOND** aparece en la pantalla el menú BONO y el tipo de bono especificado: 30/360 o R/R; SEMIANUAL o ANUAL.

Los valores de las variables en el menú BONO se conservaran hasta oprimir **CLEAR DATA** mientras el menú BONO se encuentra en pantalla.

Recuerde que los valores en el menú BONO se expresan por cada \$100 de valor nominal o como porcentaje.

CALCULO DEL RENDIMIENTO O PRECIO DE UN BONO

- 1.- Oprima **FIN BOND** para exhibir el menú BONO.
- 2.- Oprima **CLEAR DATA** para especificar DMDA = 100.
- 3.- Defina el tipo de bono oprimiendo **TIPO**.
 - ♦ Al oprimir **360** se fija el calendario para meses de 30 días y años de 360
 - ♦ Al oprimir **R/R** se fija el calendario para meses y años reales.
 - ♦ Al oprimir **SEMI** se fija el tipo de pago semianual para cupones.
 - ♦ Al oprimir **ANU** se fija el tipo de pago anual para cupones.Oprima **EXIT** para regresar al menú BONO.
- 4.- Ingrese la fecha de pago según el formato de la fecha y oprima **PAGO**.
- 5.- Ingrese la fecha de maduración o la fecha de demanda y oprima **MAD**.
- 6.- Ingrese la tasa de cupón como porcentaje anual y oprima **CPN%**.
- 7.- Ingrese el valor de demanda, en caso de haberlo, y oprima **DMDA**.
- 8.- Para calcular el resultado, oprima primero **OTROS** para ingresar a los demás rótulos de menú. Siga uno de los pasos siguientes:
 - a) Ingrese el rendimiento y oprima **RED%**. Oprima **PRCIO** para calcular el precio.
 - b) Ingrese el precio y oprima **PRCIO**. Oprima **RED%** para calcular el rendimiento.Para calcular el interés acumulado, oprima **ACUM**. El monto *total* pagadero al vendedor es $PRECIO + ACUMULADO$.

7.12.2.a.- Solución de problemas empleando la Hewlett-Packard

Ejemplo 7.1.-

Calcular el precio que puede pagarse por un bono de 1000 pesos al 5% anual, redimible a 106 al final de 4 años, si se desea un rendimiento del 8%.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN BONO	Presenta el menú " BONO "	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
CLEAR DATA	Borra los valores previos en BONO.	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
TIPO	Especifica el tipo de bono, si es necesario.	30/360 SEMIANUAL 360 R/R SEMI ANU
ANU	Fija el tipo de pago anual para cupones.	30/360 ANUAL 360 R/R SEMI ANU
EXIT	Regresa al menú "BONO".	30/360 ANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.011995 PAGO	Ingresar la fecha de pago.	PAGO* = 01. 01. 1995 DOM TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.011999 MAD	Ingresar la fecha de demanda.	MAD = 01. 01. 1999 VIE TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
5 CPN%	Ingresar la tasa del cupón como porcentaje anual.	CPN% = 5 TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
106 DMDA	Ingresar el valor de demanda.	DMDA = 106 TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú BONO.	DMDA = 106 RED% PRCIO ACUM OTROS
8 RED%	Ingresar el rendimiento a la demanda.	RED% = 8 RED% PRCIO ACUM OTROS
PRCIO	Calcula el precio por cada \$100 de valor facial.	PRECIO = 94.4737985966 RED% PRCIO ACUM OTROS

Ejemplo 7.2.-

Un bono de 1000 pesos con 4% de capitalización semestral, redimible a la par el 1ero. de Julio de 1993, es comprado el 1ero. de Julio de 1990 por un inversionista para obtener un rendimiento del 6%. Calcule el precio del bono.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN BONO	Presenta el menú " BONO "	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
CLEAR DATA	Borra los valores previos en BONO.	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
TIPO	Especifica el tipo de bono, si es necesario.	30/360 SEMIANUAL 360 R/R SEMI ANU
EXIT	Regresa al menú "BONO".	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.071990 PAGO	Ingresa la fecha de pago.	PAGO = 01. 07. 1990 DOM TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.071993 MAD	Ingresa la fecha de demanda.	MAD = 01. 07. 1993 JUE TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
4 CPN%	Ingrasa la tasa del cupón como porcentaje anual.	CPN% = 4 TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú BONO.	CPN% = 4 RED% PRCIO ACUM OTROS
6 RED%	Ingresa el rendimiento a la demanda.	RED% = 6 RED% PRCIO ACUM OTROS
PRCIO	Calcula el precio por cada \$100 de valor facial.	PRECIO = 94.5828085561 RED% PRCIO ACUM OTROS

Ejemplo 7.3.-

Hallar el precio de un bono el 9 de junio de 1969, con un valor nominal de 1000 pesos al 5.5% convertible semestralmente y redimible a 108 el 1ero. de Agosto de 1972, se espera un rendimiento de 7% convertible semestralmente.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN BONO	Presenta el menú " BONO "	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
CLEAR DATA	Borra los valores previos en BONO.	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
09.061969 PAGO	Ingres la fecha de pago.	PAGO = 09. 06. 1969 LUN TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.081972 MAD	Ingres la fecha de demanda.	MAD = 01. 08. 1972 MAR TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
5.5 CPN%	Ingrasa la tasa del cupón como porcentaje anual.	CPN% = 5.5 TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
108 DMDA	Ingres la valor de demanda.	DMDA = 108 TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú BONO.	DMDA = 108 RED% PRCIO ACUM OTROS
7 RED%	Ingres la rendimiento a la demanda.	RED% = 7 RED% PRCIO ACUM OTROS
PRCIO	Calcula el precio del bono entre fechas de cupón por cada \$100 de valor facial.	PRCIO = 102.265106196 RED% PRCIO ACUM OTROS
ACUM	Calcula el interes acumulado.	ACUM = 1.955555555556 RED% PRCIO ACUM OTROS
+ RCL PRCIO	Suma al interes acumulado el precio del bono entre fechas de cupón.	...555556 + 102.265106196 RED% PRCIO ACUM OTROS
=	Calcula el precio del bono en fechas de cupón por cada \$100 de valor facial.	104.220661752 RED% PRCIO ACUM OTROS

Ejemplo 7.4.-

De un bono de 1000 pesos al $3\frac{3}{4}\%$, convertible semestralmente, redimible el 1ero. de Abril de 1978, hallar el precio neto (P) al 15 de julio de 1970, si ha sido cotizado a $96\frac{1}{3}$.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN BONO	Presenta el menú " BONO "	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
CLEAR DATA	Borra los valores previos en BONO.	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.041970 PAGO	Ingresa la fecha donde el bono se cotiza a 96.3.	PAGO = 01. 04. 1970 MIE TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.041978 MAD	Ingresa la fecha de demanda.	MAD = 01. 04. 1978 SAB TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
3.75 CPN%	Ingresa la tasa del cupón como porcentaje anual.	CPN% = 3.75 TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú BONO.	CPN% = 3.75 RED% PRCIO ACUM OTROS
96.3 PRCIO	Ingresa el precio del bono en fecha de cupón.	PRECIO = 96.3 RED% PRCIO ACUM OTROS
RED%	Calcula el rendimiento del bono.	RED% = 4.30154158462 RED% PRCIO ACUM OTROS
OTROS	Ingresa la fecha donde se quiere conocer el precio neto.	PAGO = 15. 07. 1970 MIE TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
15.071970 PAGO		PRECIO = 96.4079766414 RED% PRCIO ACUM OTROS
OTROS PRCIO	Calcula el precio del bono	...766414 + 1.08333333333 RED% PRCIO ACUM OTROS
+ ACUM	Suma al precio el interes acumulado para obtener el precio neto.	97.4913099747 RED% PRCIO ACUM OTROS
=	Calcula el precio neto por cada \$100 de valor facial.	

Ejemplo 7.5.-

Una obligación de 1000 pesos al 4%, que vence dentro de 8 años paga sus intereses semestralmente. El precio cotizado es 1080 pesos. Cuál es la tasa de rendimiento?

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN BONO	Presenta el menú " BONO "	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
CLEAR DATA	Borra los valores previos en BONO.	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.011990 PAGO	Ingresas la fecha de pago.	PAGO = 01. 01. 1990 LUN TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.011998 MAD	Ingresas la fecha de demanda.	MAD = 01. 01. 1998 JUE TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
4 CPN%	Ingresas la tasa del cupón como porcentaje anual.	CPN% = 4 TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú BONO.	CPN% = 3.75 RED% PRCIO ACUM OTROS
108 PRCIO	Ingresas el precio cotizado del bono.	PRECIO = 108 RED% PRCIO ACUM OTROS
RED%	Calcula el rendimiento del bono.	RED% = 2.87352364604 RED% PRCIO ACUM OTROS

NOTA:

En los problemas donde no se dan fechas, tomamos el primero de Enero de 1990 como fecha de pago y dependiendo del período de tiempo establecido se tomará la fecha de demanda.

El ejemplo 6 se resuelve de la misma manera.

Ejemplo 7.7.-

Un bono de anualidad a 5 años, por 10,000 pesos al 3% será redimido con 5 pagos anuales. Hallar el precio que debe pagar un comprador que desea obtener un rendimiento del 2½%.

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

FIN **VDT**

Presenta el menú " valor del dinero en función del tiempo "

CLEAR DATA

Borra los valores previos en VDT

OTRO

Da paso al segundo nivel.

1 P/AÑ

Almacena 1 pago o período de capitalizacion por año.

EXIT

Regresa al primer nivel.

5 N

Almacena el num. de períodos en la operación.

3 % IA

Almacena 3 como la tasa del cupón.

10000 V.A.

Almacena 10000 como el valor nominal del bono.

PAGO

Calcula el pago anual (pago de cupón).

2.5 % IA

Almacena 2.5 como la tasa de rendimiento del bono.

V.A.

Calcula el precio del bono de anualidad.

12 NO.P AÑO MODO FINAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

12 NO.P AÑO MODO FINAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

12 NO.P AÑO MODO FINAL					
P AÑ	INIC	FIN			AMRT

1 NO.P AÑO MODO FINAL					
P AÑ	INIC	FIN			AMRT

1 NO.P AÑO MODO FINAL					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

N = 5					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

% IA = 3					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

V.A. =10000					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

PAGO = - 2183.54571401					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

% IA = 2.5					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

V.A. =10144.3788996					
N	%IA	V.A.	PAGO	V.F.	OTRO

Ejemplo 7.8.-

Una emisión seriada de bonos de 15,000 pesos con intereses al 4% convertible semestralmente va a ser redimida mediante pagos de 4,000 pesos en 10 años, 4,000 pesos en 12 años y 8,000 pesos en 15 años. Hallar el precio de compra de la emisión que reditue 3% convertible semestralmente.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN BONO	Presenta el menú " BONO "	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
CLEAR DATA	Borra los valores previos en BONO.	30/360 SEMIANUAL TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.011990 PAGO	Ingresas la fecha de pago.	PAGO = 01. 01. 1990 LUN TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.012000 MAD	Ingresas la fecha de demanda para el primer bono.	MAD = 01. 01. 2000 SAB TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
4 CPN%	Ingrasa la tasa del cupón como porcentaje anual.	CPN% = 4 TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú BONO.	CPN% = 4 RED% PRCIO ACUM OTROS
3 RED%	Ingresas el rendimiento del bono.	RED% = 3 RED% PRCIO ACUM OTROS
PRCIO	Calcula el precio del 1er. bono por cada \$100 de valor facial.	PRECIO = 108.584319393 RED% PRCIO ACUM OTROS
X 40 = STO 0	Calcula el Precio del 1er bono y se almacena en la mem. cero.	4343.37277572 RED% PRCIO ACUM OTROS
OTROS	Regresa al primer nivel del menú BONO.	4343.37277572 TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
01.012002 MAD	Ingresas la fecha de demanda para el segundo bono.	MAD = 01. 01. 2002 MAR TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS
OTROS	Se tiene acceso al resto del menú BONO.	MAD = 01. 01. 2002 MAR RED% PRCIO ACUM OTROS

TECLA

DESCRIPCION

PANTALLA

PRCIO

Calcula el precio del 2do. bono por cada \$100 de valor facial.

PRECIO = 110.015202683

RED% PRCIO ACUM OTROS

X 40 =**STO 1**

Calcula el Precio del 2do bono y se almacena en la mem. uno.

4400.60810732

RED% PRCIO ACUM OTROS

OTROS

Regresa al primer nivel del menú BONO.

4400.60810732

TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS

01.012005 **MAD**

Ingresa la fecha de demanda para el tercer bono.

MAD = 01. 01. 2005 SAB

TIPO PAGO MAD CPN% DMDA OTROS

OTROS

Se tiene acceso al resto del menú BONO.

MAD = 01. 01. 2005 SAB

RED% PRCIO ACUM OTROS

PRCIO

Calcula el precio del 3er. bono por cada \$100 de valor facial.

PRECIO = 112.007919003

RED% PRCIO ACUM OTROS

X 80 =**STO 2**

Calcula el Precio del 3er bono y se almacena en la mem. dos.

8960.63352024

RED% PRCIO ACUM OTROS

+ RCL 1**+ RCL 0****=**

Se suman los precios de los tres bonos para obtener el precio de compra de la emisión.

17704.6144033

RED% PRCIO ACUM OTROS

Capítulo 8

Reinversión Continua

8.1.- OBTENCION DEL MONTO Y VALOR ACTUAL CON CAPITALIZACION CONTINUA

En capítulos anteriores se mostro el comportamiento de las inversiones en dos mundos de características diferentes. La característica del mundo uno es que no se capitalizan los intereses, mientras que en el mundo dos, si se realiza la capitalización de los intereses; la forma de aplicar la capitalización es muy variada, como lo veremos en la siguiente tabla donde se aplica una tasa nominal del 20% a un capital de 100 pesos para obtener el monto (valor futuro) en un año.

CAPITALIZACIONES POR AÑO (m)	TASA POR PERIODO j/m	MONTO AL AÑO $C(1 + j m)^{nm}$
1	$\frac{20}{1}$	120
2	$\frac{20}{2}$	121
3	$\frac{20}{3}$	121.36
4	$\frac{20}{4}$	121.55
5	$\frac{20}{5}$	121.66
6	$\frac{20}{6}$	121.74
10	$\frac{20}{10}$	121.89
12	$\frac{20}{12}$	121.93
20	$\frac{20}{20}$	122.01
40	$\frac{20}{40}$	122.07
80	$\frac{20}{80}$	122.1
100	$\frac{20}{100}$	122.11
365	$\frac{20}{365}$	122.13

En esta tabla se muestra que al crecer m indefinidamente, el monto también aumenta pero con una tasa de crecimiento cada vez menor.

La tabla termina hasta llegar a una capitalización diaria, pero eso no significa haber llegado a la capitalización máxima, pues se puede obtener el monto con m expresado en horas.

Esto nos hace ver entonces que no hay cota alguna para m , ¿ocurrirá lo mismo con el monto?, ¿crecerá sin límite?, de tener uno ¿cuál es, como conocerlo?

Para poder responder a estas preguntas y a muchas otras, analicemos la expresión que nos da el monto con m capitalizaciones por año.

$$M = C(1 + \frac{j}{m})^{nm}$$

Cambiamos $\frac{j}{m}$ por $\frac{1}{m/j}$ y nm por $\frac{m}{j}(jn)$

$$M = C[(1 + \frac{1}{m/j})^{m/j}]^{jn}$$

e esta definido como:

$$e = (1 + \frac{1}{n})^n, \text{ cuando } n \rightarrow \infty$$

En nuestro caso m también tiende a infinito ($m \rightarrow \infty$) por lo que podemos escribir M de la siguiente manera:

$$M = Ce^{jn}$$

donde:

M = valor futuro

C = valor actual

Que representa el monto de la inversión con capitalización continua.

Podemos decir entonces que existe un tercer mundo, en el cual la capitalización se presenta en forma continua.

Y como en los dos mundos ya estudiados obtendremos la expresión para el valor actual despejando C de la expresión anterior:

$$C = Me^{-jn}$$

$$VA = VFe^{-jn}$$

Para calcular la tasa, se toma logaritmos en los dos miembros de la fórmula del monto y se despeja j .

$$M = Ce^{jn}$$

$$\ln M = \ln C + jn$$

$$j = \frac{\ln M - \ln C}{n}$$

8.2.- CALCULO DE LA TASA EFECTIVA

La tasa efectiva i_e capitalizada anualmente produce el mismo monto que la tasa nominal compuesta m veces al año. Igualaremos el monto de un año calculado con la tasa efectiva, con el monto a un año calculado con la tasa nominal con capitalización continua.

$$C(1 + i_e) = Ce^j$$

$$1 + i_e = e^j$$

$$i_e = e^j - 1$$

Para conocer la tasa nominal aplicamos logaritmos a ambos lados de la igualdad anterior y despejamos j .

$$e^j = 1 + i_e$$

$$j = \ln(1 + i_e)$$

Ejemplo 8.1.-

Calcular la tasa efectiva que corresponde al 18% capitalizable continuamente.

$$i_e = e^j - 1$$

$$i_e = e^{.18} - 1$$

$$i_e = .1972$$

$$i_e = 19.72\%$$

Ejemplo 8.2.-

Que tasa nominal capitalizable continuamente es equivalente a un tanto efectivo del 20%.

$$j = \ln(1 + i_e)$$

$$j = \ln(1 + .20)$$

$$j = .1823$$

$$j = 18.23\%$$

Ejemplo 8.3.-

Calcular el monto de 100 pesos al 6% capitalizado continuamente al cabo de un año.

$$M = Ce^{jn}$$

$$M = 100e^{.06}$$

$$M = 106.184$$

Ejemplo 8.4.-

Con la información del ejemplo anterior calcular:

- a) El valor actual
- b) La tasa nominal

a)

$$VA = VF e^{-jn}$$

$$VA = 106.184 e^{-(.06)(1)}$$

$$VA = 100$$

b)

$$j = \frac{\ln M - \ln C}{n}$$

$$j = \frac{\ln VF - \ln VA}{n}$$

$$j = \frac{\ln(106.184) - \ln(100)}{1}$$

$$j = .06$$

$$j = 6 \%$$

Toda la teoría desarrollada en los capítulos anteriores puede ser abordada en términos de la capitalización continua.

8.3.- USO DE LAS CALCULADORAS

8.3.1.- HEWLETT - PACKARD

Esta máquina cuenta con el menú conversión de tasas de interés (CNVI); el cual lleva acabo conversiones entre tasas de interés nominal y efectivo por medio de una capitalización continua; los pasos para realizar la conversión son los siguientes:

- 1.- Oprima **FIN** **CNVI** para exhibir el menú de conversiones de interés.
- 2.- Oprima **CONT** correspondiente a *continuo*.
- 3.- Para convertir a la tasa efectiva ingrese primero la tasa nominal y oprima **% NOM** seguida de **% EFE**.
- 4.- Para convertir a la tasa nominal ingrese primero la tasa efectiva y oprima **% EFE** seguida de **% NOM**.

8.3.1.a.- Solución de problemas empleando la Hewlett-Packard.

Ejemplo 8.1.-

Calcular la tasa efectiva que corresponde al 18% capitalizable continuamente.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN CNVI	Selecciona el menú CNVI (conversiones de interés).	SELEC. CAPITALIZACION PER CONT
CONT	Selecciona continua.	CAPITALIZACION CONTINUA %NOM %EFE
CLEAR DATA	Borra los valores previos en CNVI.	%NOM %EFE
18 % NOM	Se introduce la tasa nominal.	%NOM = 18 %NOM %EFE
% EFE	Calcula el valor de la tasa efectiva.	%EFE=19.7217363122 %NOM %EFE

Ejemplo 8.2.-

Que tasa nominal capitalizable continuamente es equivalente a un tanto efectivo del 20%.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
FIN CNVI	Selecciona el menú CNVI (conversiones de interés).	SELEC. CAPITALIZACION PER CONT
CONT	Selecciona continua.	CAPITALIZACION CONTINUA %NOM %EFE
CLEAR DATA	Borra los valores previos en CNVI.	%NOM %EFE
20 % EFE	Se introduce la tasa efectiva.	%EFE = 20 %NOM %EFE
% NOM	Calcula el valor de la tasa nominal.	%NOM = 18.232856794 %NOM %EFE

Ejemplo 8.3.-

Calcular el monto de 100 pesos al 6% capitalizado continuamente al cabo de un año.

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
RESOL	Exhibe el menú RESOL (solucionador de fórmulas).	$IS = C \times (1+N \times I)$ CALC EDITAR ELIM NVO
NVO	Se introduce la fórmula que se necesita.	ESC. FORMULA ABCDE FGHI JKLM NOPQ RSTUV WXYZ
CALC	Verifica que la fórmula este bien editada y crea un menú para el solucionador con rótulos de menú para esta fórmula en particular.	0 MONT C J N
CLEAR DATA	Borra los valores almacenados anteriormente.	0 MONT C J N

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
6 J	Almacena 6 como la tasa de interés nominal.	J = 6 MONT C J N
100 C	Almacena 100 como valor actual.	C = 100 MONT C J N
1 N	Almacena el número de periodos en la operación.	N = 1 MONT C J N
MONT	Calcula el valor futuro de 100 pesos.	MONTO = 106,183654655 MONT C J N

Ejemplo 8.4.-

Con la información del ejemplo anterior calcular:

a) El valor actual

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
RESOL	Exhibe el menú RESOL (solucionador de fórmulas).	IS = $C \times (1+N \times I)$ CALC EDITAR ELIM NVO
NVO	Se introduce la fórmula que se necesita.	ESC. FORMULA ABCDE FGHI JKLM NOPQ RSTUV WXYZ
CALC	Verifica que la fórmula este bien editada y crea un menú para el solucionador con rótulos de menú para esta fórmula en particular.	0 MONT C J N
CLEAR DATA	Borra los valores almacenados anteriormente.	0 MONT C J N
106.18 MONT	Almacena 106.184 como el monto.	MONTO = 106,183654655 MONT C J N
6 J	Almacena 6 como la tasa de interés nominal.	J = 6 MONT C J N

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
1 N	Almacena el número de periodos en la operación.	N = 1 MONT C J N
C	Calcula el valor actual de 106.184 pesos.	C = 100 MONT C J N

b) La tasa nominal

TECLA	DESCRIPCION	PANTALLA
RESOL	Exhibe el menú RESOL (solucionador de fórmulas).	$IS = C \times (1+N \times I)$ CALC EDTAR ELIM NVO
NVO	Se introduce la fórmula que se necesita.	ESC. FORMULA ABCDE FGHI JKLM NOPQ RSTUV WXYZ
CALC	Verifica que la fórmula este bien editada y crea un menú para el solucionador con rótulos de menú para esta fórmula en particular.	0 MONT C J N
CLEAR DATA	Borra los valores almacenados anteriormente.	0 MONT C J N
106.18 MONT	Almacena 106.184 como el monto.	MONTO = 106,183654655 MONT C J N
100 C	Almacena 100 como valor actual.	C = 100 MONT C J N
1 N	Almacena el número de periodos en la operación.	N = 1 MONT C J N
J	Calcula tasa nominal.	J = 6 MONT C J N

Bibliografía

- [1] Ayres, Frank Jr. *Matemáticas Financieras serie SCHAUM*. Editorial McGraw-Hill.
- [2] Budnick, Frank S. *Matemáticas Aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales*. Primera edición, editorial McGraw-Hill.
- [3] Cissell, R., Cissell, H. *Matemáticas Financieras*. Quinta edición, Compañía Editorial Continental, S.A de C.V., México.
- [4] Díaz A., Aguilera V. *Matemáticas Financieras*. Segunda edición, Editorial McGraw-Hill.
- [5] Hewlett-Packard HP- 17B. *Business Calculator, Manual del propietario*. Primera edición, nov. 1987.
- [6] Lincoyán Potrus, Govinden. *Matemáticas Financieras*. Segunda edición, Editorial McGraw-Hill.
- [7] Texas Instruments BAII Plus. Guidebook.

CONCLUSIONES

- 1.- El uso de la máquina nos da seguridad en la aplicación de la teoría, pues reduce un mínimo aceptable la probabilidad de error.
- 2.-El reconocimiento de la diversidad de las diferentes situaciones económicas es fundamental si se quiere estar en posibilidad de utilizar adecuadamente la Matemática Financiera, aspecto que según lo que hemos observado en los diferentes libros consultados, queda relegado al olvido o bien confundido con la técnica.
- 3.- La liga entre la teoría y el diseño de las máquinas hace difícil el uso de éstas sin una debida capacitación, cuando menos a nivel conceptual de la terminología Financiera.
- 4.-El uso de la Calculadora Financiera presenta ventajas sobre el uso de paquetes computacionales financieros, mencionamos algunas
 - Manejabilidad de una calculadora de bolsillo, accesible en cualquier lugar.
 - El costo.
 - Es mas fácil capacitar a un posible usuario, en el uso de una calculadora Financiera, puesto que no requiere familiaridad con los sistemas operativos que exige el uso de una computadora.

ANEXO 1.- ANUALIDADES A INTERES SIMPLE

Para obtener la expresión de las anualidades a interés simple, consideremos un pago de 100 pesos pagados al inicio de la operación durante tres meses, con una tasa del 5% a interés simple.

Períodos	0	1	2	3
Pago = 100		100	200	300
		100	10	15
		<u>5</u>	<u>210</u>	<u>315</u>
			100	100
			<u>5</u>	<u>15</u>
				430

El monto de los 4 pagos a el tercer mes es 430 pesos.

Analicemos el caso con una tasa del 1%, es decir, $i = 1$.

Para el tercer período el monto es:

$$R + 3(iR)$$

Para el segundo período el monto es:

$$R + 2(iR)$$

Para el primer período el monto es:

$$R + 1(iR)$$

Para el inicio de la operación

lo único que se tiene es el pago:

$$R$$

Al final de la operación tendríamos la suma de los montos en los tres períodos mas el pago inicial R.

$$4R + 6(iR)$$

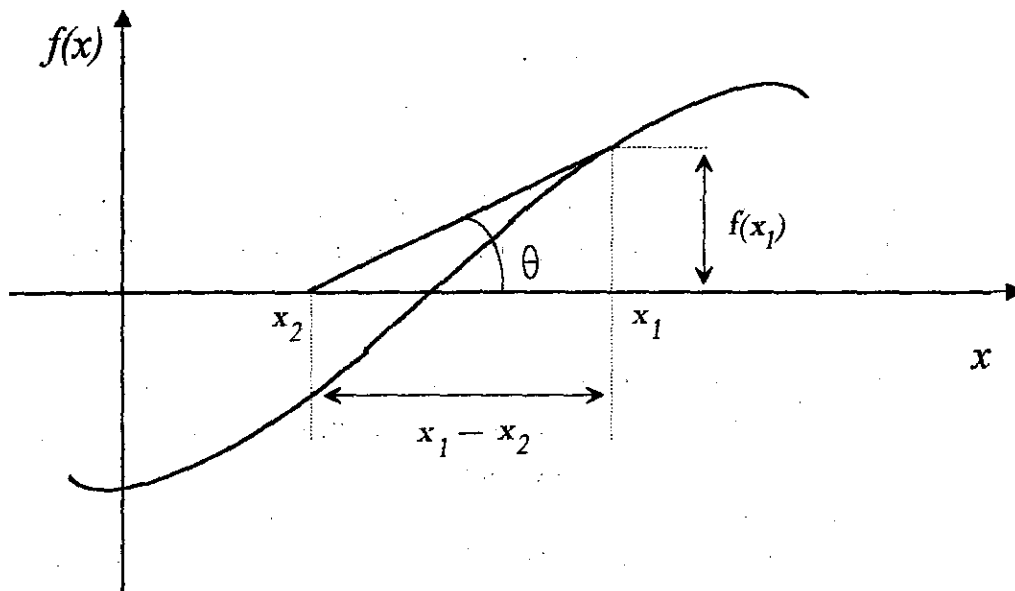
De esta forma hemos encontrado la expresión que nos da el monto de una anualidad con un pago R y una tasa $i = 1$ en tres períodos de tiempo.

Generalizando, obtendríamos la fórmula que nos permite conocer el monto de los R pagos, con una tasa i en n períodos de pago:

$$nR + \frac{n(n-1)}{2}(iR).$$

ANEXO 2.- METODO DE NEWTON-RAPHSON

Uno de los métodos más ampliamente utilizados para resolver ecuaciones es el Método de Newton. La figura proporciona una descripción gráfica.



Comenzando a partir de una estimación inicial que no está lejos de la raíz, x_1 , se extrapola a lo largo de la tangente hasta su intersección con el eje x , y se le toma esa como la siguiente aproximación. Esto se continúa hasta que los valores sucesivos de x están lo suficientemente cercanos, o el valor de la función sea lo suficientemente próximo a cero.

El esquema del cálculo se sigue inmediatamente a partir del triángulo recto mostrado en la figura, el cual tiene el ángulo de inclinación de la línea tangente a la curva $x = x_1$ como uno de sus ángulos agudos:

$$\tan \theta = f'(x_1) = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_2}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

se continúa el esquema de cálculos al resolver

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

o, en términos mas generales,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

El algoritmo de Newton se usa ampliamente debido a que, al menos en la vecindad cercana a la de la raíz, converge más ampliamente que cualquiera de otros métodos.

Al aplicar el Método de Newton a polinomios, es más eficiente evaluar $f(x_n)$ y $f'(x_n)$ por el empleo de la división sintética*. Se ilustra esto con el polinomio cúbico, $x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$, el cual tiene una raíz en $x = \sqrt{3}$. Comenzamos en el valor $x = 2$. Se utilizará el teorema del residuo para evaluar $f(2)$, y evaluar $f'(2)$ como el residuo cuando el polinomio reducido (de grado dos) se divide entre $(x-2)$:

$$\underline{x_1 = 2 \quad |}$$

1	1	-3	-3	
	2	6	6	
1	3	3	3	← residuo = $f(2)$
	2	10		
1	5	13		← segundo residuo = $f'(2)$

$$x_2 = 2 - \frac{3}{13} = 1.76923\dots$$

$$\underline{x_2 = 1.76923 \quad |}$$

1	1	-3	-3
	1.76923	4.8994	3.36048
1	2.76923	1.8994	.36048
	1.76923	8.02957	
1	4.53846	9.92897	

$$x_3 = 1.76923 - \frac{0.36048}{9.92897} = 1.73292$$

similarmente,

$$x_4 = 1.73292 - \frac{0.00823}{9.47487} = 1.73205$$

El valor de x_4 es correcto hasta cinco decimales. Para observar la mejoría en la precisión, considérense los errores sucesivos:

	<u>Error</u>	<u>Número de figuras correctas</u>
$x_1 = 2$	0.26895	1
$x_2 = 1.76923$	0.03718	2
$x_3 = 1.73292$	0.00087	4
$x_4 = 1.73205$	0.00000	6 ⁺

Con el fin de calcular con cinco lugares decimales, como en este ejemplo, se utilizó una calculadora de escritorio (si el estudiante tiene acceso a una calculadora electrónica con almacenamiento para dos o más valores, la encontrará muy adecuada para este método).

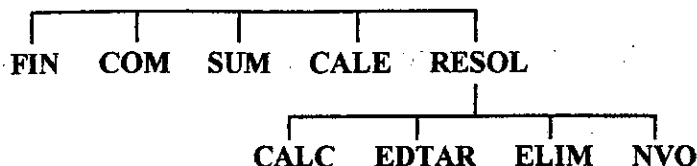
continuación (pag 19).

tomado del libro
Análisis Numérico
Curtis F. Gerald

* La mecánica de la división sintética en donde se divide un polinomio por el factor $x - x_1$, se explica en la mayoría de los libros de álgebra.

ANEXO 3.- EL SOLUCIONADOR DE FORMULAS

El solucionador de fórmulas, localizado en el menú RESOL almacena las fórmulas que se ingresan y crea menús que se podrán utilizar en sus cálculos.



Si la lista del solucionador se encuentra vacía, al oprimir **RESOL** se verá un mensaje indicándole que ingrese una fórmula: { NVO} P/NVA FORMULA

Si la lista del solucionador no estuviera vacía, verá entonces la *fórmula en uso* o sea la última fórmula que usted ingresó o seleccionó.

ROTULOS DEL MENU RESOL

Rótulo de menú	Descripción
CALC	Verifica la fórmula en uso y crea rótulos de menú para ella. Este es un paso necesario antes de proceder con los cálculos.
EDTAR	Permite el acceso al menú ALFA-editor para poder ingresar la fórmula actual. Las teclas de dirección permiten desplazar fórmulas a través de la pantalla.
ELIM	Elimina la fórmula en uso íntegra o únicamente sus variables (o sea el espacio de la memoria asignado a las variables).
NVO	Permite ingresar una nueva ecuación.

Mientras trabaja con una fórmula específica en el solucionador, el menú correspondiente a la fórmula aparece en la pantalla. Para recuperar el menú RESOL principal, oprima **EXIT**.

INGRESO DE FORMULAS

Para efectuar un ingreso en la lista del solucionador, haga lo siguiente:

- 1.- Oprima **RESOL** **NVO**.
- 2.- Utilice el menú ALFA para ingresar caracteres; para el ingreso de números y operadores aritméticos, utilice el teclado. En caso de cometer una equivocación, oprima la tecla **←** para retroceder o **CLR** para volver a comenzar. puede también oprimir **EXIT** para ingresar en el menú ALFA-editor.
- 3.- Oprima **INPUT** para almacenar la fórmula.
- 4.- Oprima **CALC** para verificar la validez de la fórmula y para crear los rótulos de menú correspondientes. Una vez hecho esto se podrá proceder con los cálculos.

Al oprimir **CALC**, la calculadora presenta en la pantalla el mensaje siguiente: VERIFICANDO FORMULA...

mientras el solucionador verifica que la fórmula sea válida matemáticamente. Si la fórmula no puede ser resuelta, la HP-17B exhibe el mensaje:

FORMULA INCORRECTA

Este mensaje se exhibe brevemente y el menú ALFA-editor aparece entonces para efectuar los cambios necesarios en la fórmula.

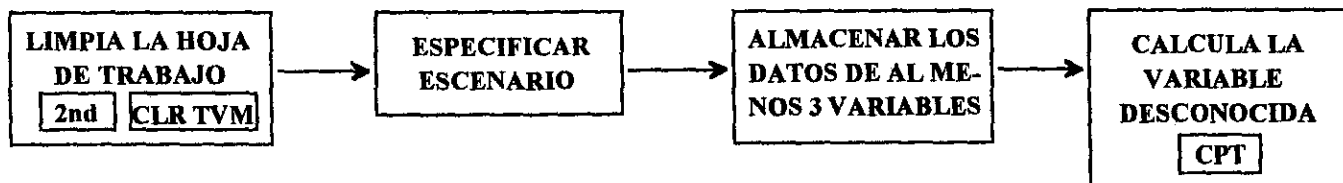
Si al oprimir **CALC** la HP-17B crea un menú para su fórmula, quiere decir que la fórmula es correcta (o sea matemáticamente válida).

En el caso de que la fórmula contenga más de seis variables, el solucionador utiliza el rótulo **OTROS** para cambiar la serie de rótulos de menú.

ANEXO 4.- GUÍA RAPIDA PARA EL USO DE LAS CALCULADORAS

CAP. II.- VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO Y
CAP. III.- ANUALIDADES.

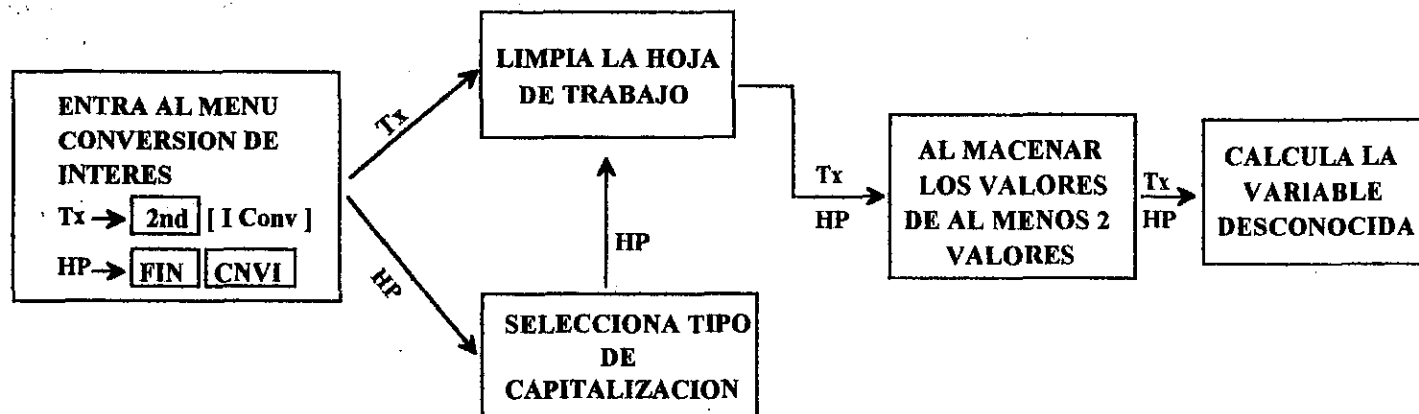
TEXAS-INSTRUMENTS.



HEWLETT- PACKARD.



CAP. II.- TASAS EQUIVALENTES.

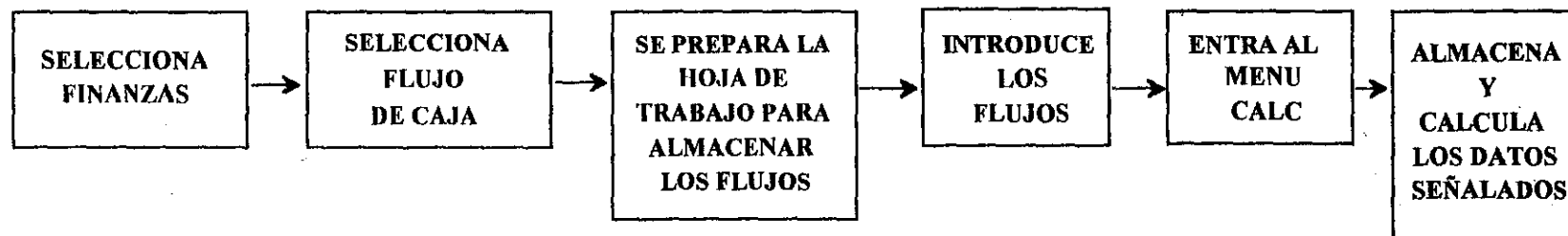


CAP. IV.- FLUJO DE CAJA.

TEXAS-INSTRUMENTS.

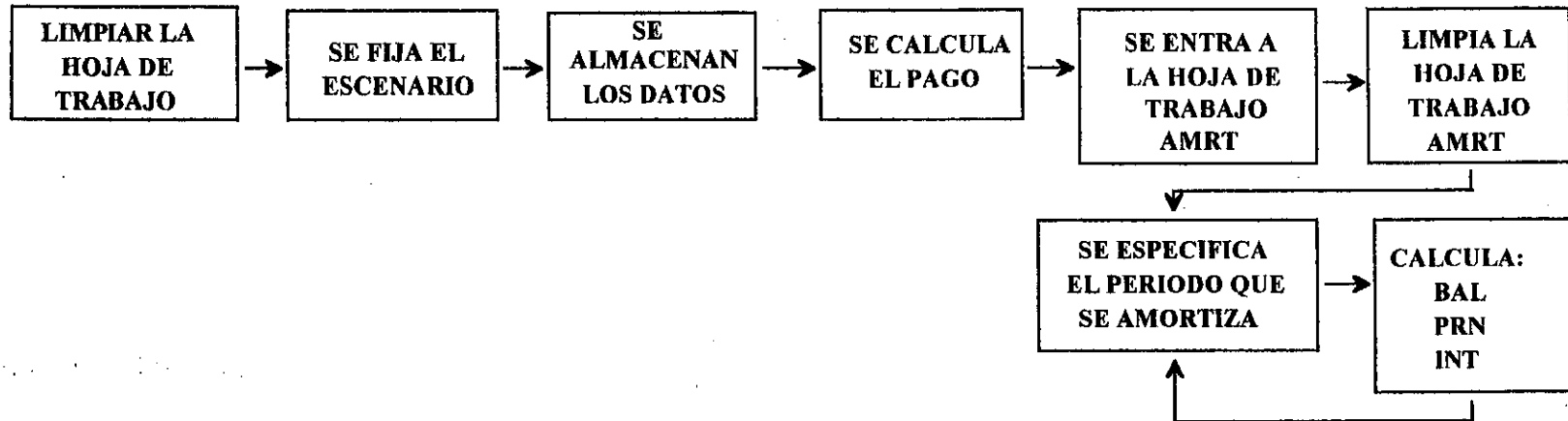


HEWLETT- PACKARD.

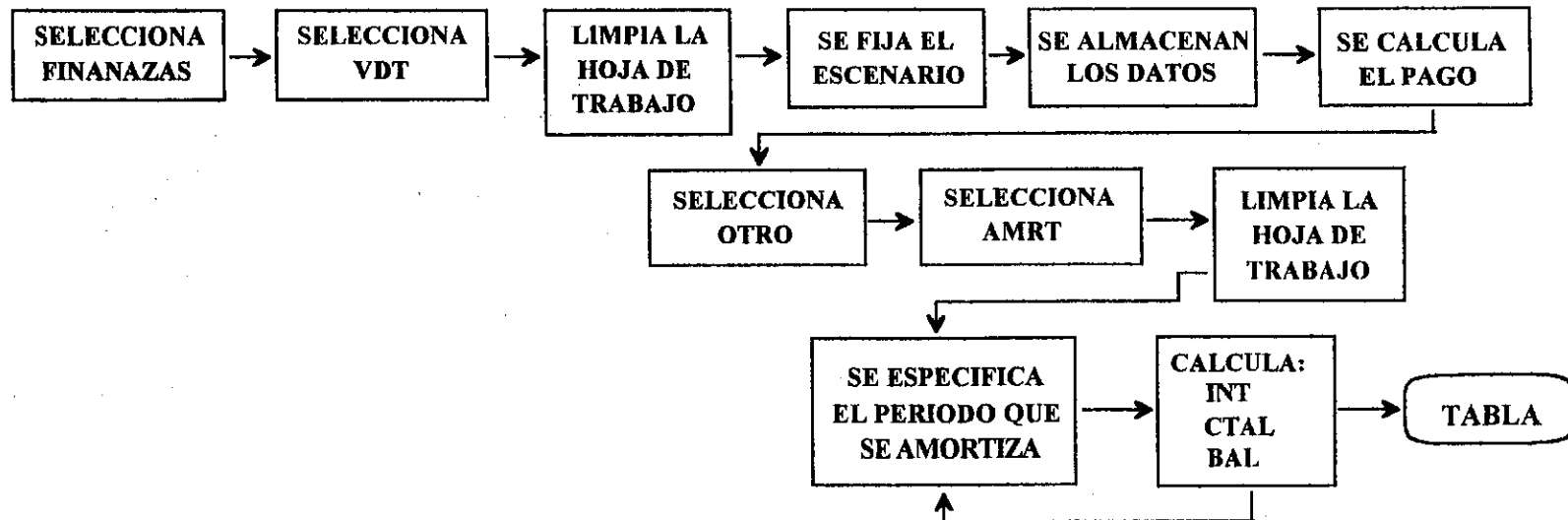


CAP. V.- AMORTIZACION DE CAPITALS.

TEXAS-INSTRUMENTS.

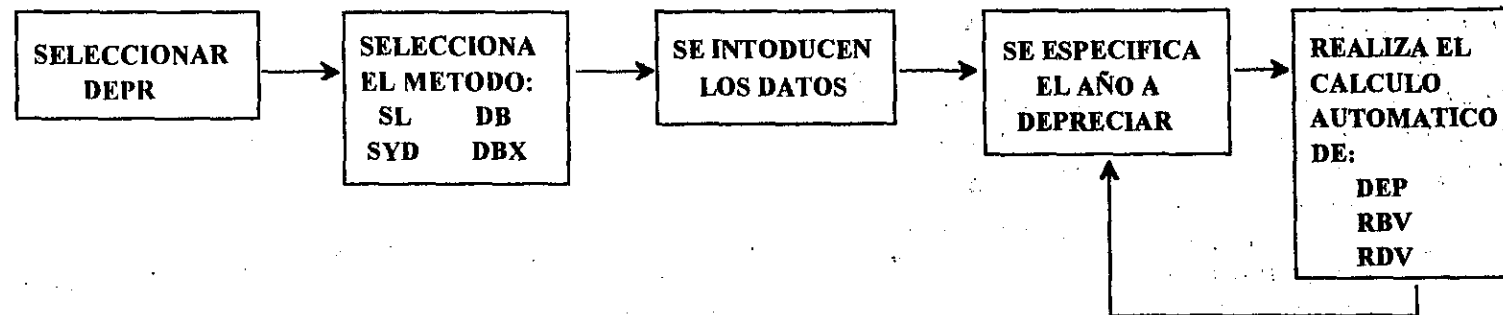


HEWLETT-PACKARD.

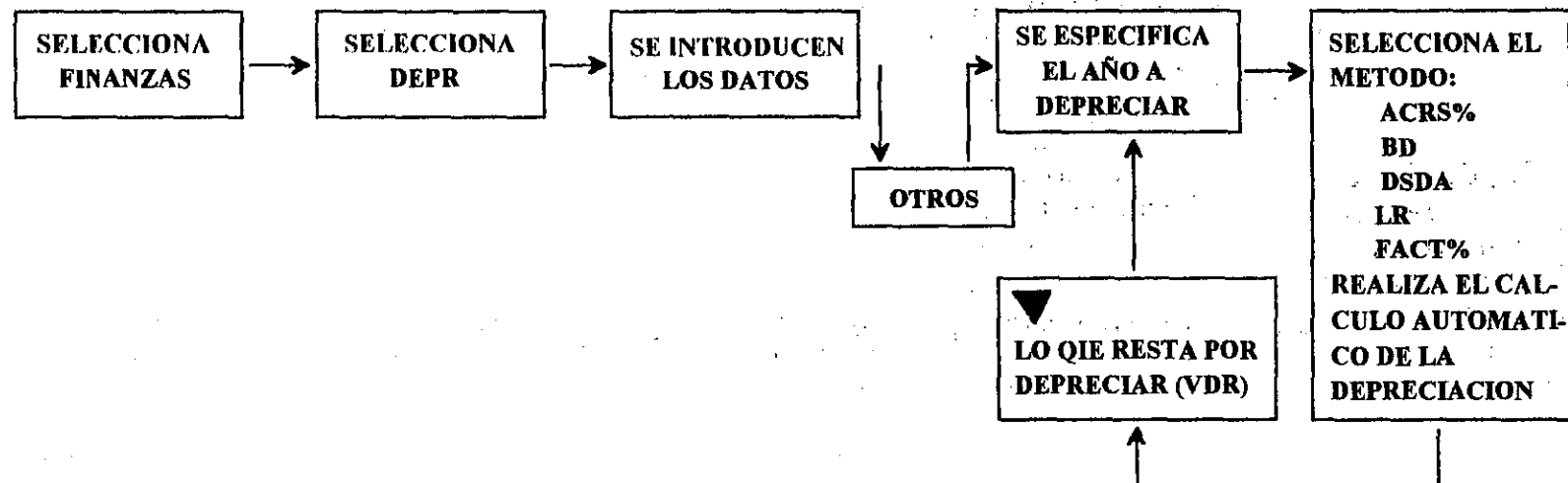


CAP. VI.- DEPRECIACION.

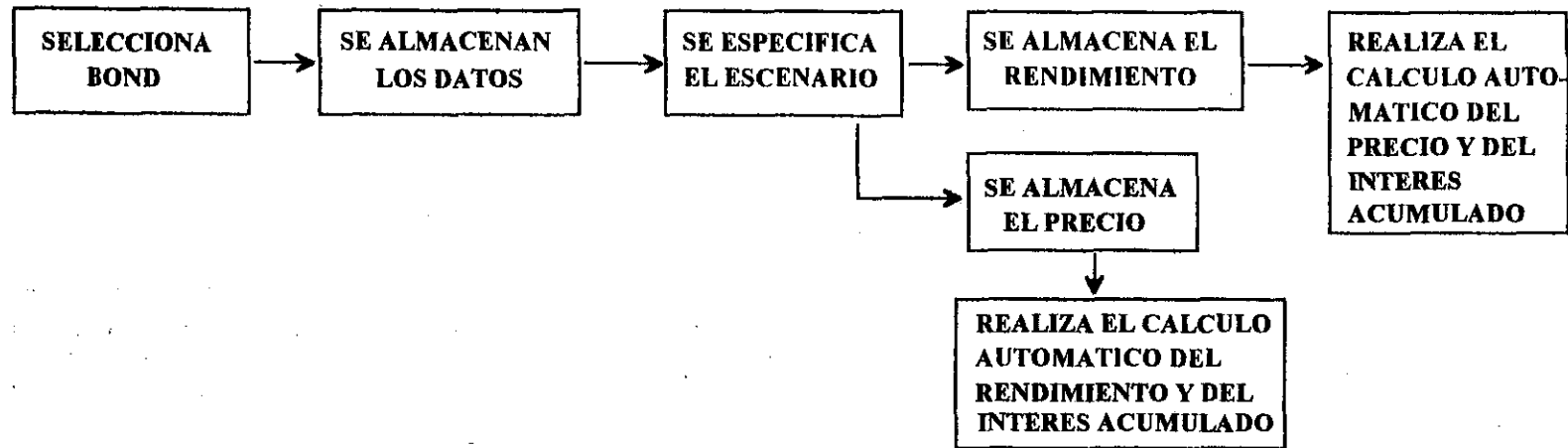
TEXAS-INSTRUMENTS.



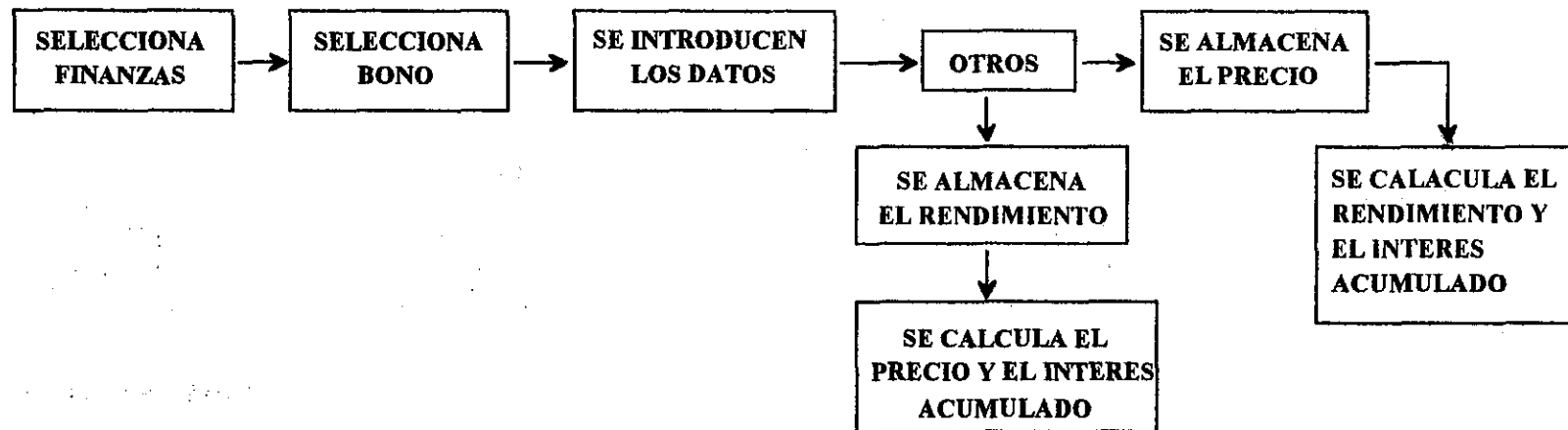
HEWLETT-PACKARD.



TEXAS-INSTRUMENTS.



HEWLETT-PACKARD.



*Los valores en el menú bono se expresan por cada 100 de valor facial o como porcentaje.

HEWLETT-PACKARD.

