"El saber de mis hijos hará mi grandeza"

UNIVERSIDAD DE SONORA

DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Departamento de Matemáticas

Las competencias matemáticas en estudiantes universitarios de primer ingreso. Un estudio exploratorio

TESIS

Que para obtener el Grado de:

Licenciado en Matemáticas

Presenta:

Francisco Ramsses Ayala Romero

Directora:

Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos

Hermosillo, Sonora, México, Abril 2016

UNIVERSIDAD DE SONORA

División de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Matemáticas

Las competencias matemáticas en estudiantes universitarios de primer ingreso. Un estudio exploratorio

TESIS

Que para obtener el Grado de
Licenciado en Matemáticas

Presenta
Francisco Ramsses Ayala Romero

Director de tesis
Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos

Miembros del Comité Revisor y Jurado

Dr. Agustín Grijalva Monteverde

Dr. Manuel Urrea Bernal

Dr. Ramiro Ávila Godoy

Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos

Agradecimientos

Quiero agradecer principalmente a la Dra. Silvia Ibarra por su apoyo, comprensión y amistad, ya que gracias a ello logramos concluir este trabajo.

A mis sinodales, Dr. Agustín Grijalva, Dr. Manuel Urrea y Dr. Ramiro Ávila por sus revisiones y correcciones.

A mi padre Francisco Ayala, mi madre Leticia Romero y hermano Bryan Ayala por todo el apoyo que me han brindado desde siempre.

A mis amigos que estuvieron ahí cuando los necesitaba.

Gracias.

Francisco Ramsses Ayala Romero

Hermosillo, Sonora

Abril de 2016

Contenido

Introducción

En este documento se presenta el reporte de una investigación cuyo propósito fue conocer el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas en estudiantes de primer ingreso de una universidad pública.

El documento que se está presentando consta de cuatro capítulos, las conclusiones derivadas del estudio que se ha realizado y un apartado que incluye los anexos de este trabajo.

En el Capítulo 1, se realizó una recopilación de elementos que justifican y enmarcan la problemática en estudio. Entre los elementos escogidos se consideraron las características y resultados de diferentes tipos de evaluaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas, las cuales se aplicaron y/o aplican a nivel nacional. Específicamente se presentan algunos resultados de las pruebas PISA y Planea, así como también información acerca de estas pruebas y los niveles de desempeño que establecen.

Por otro lado, se consideró importante la revisión de algunos planes y programas de estudio de los diferentes niveles educativos en México, en los que se declara la promoción del desarrollo de competencias disciplinares, concretamente competencias matemáticas. Para concluir este capítulo, se presentan la problemática de interés y algunas inquietudes que llevaron a la realización de este trabajo.

En el Capítulo 2 se muestran diferentes acercamientos a qué es una competencia, el resultado de la revisión del artículo elaborado por Luis Rico, el modelo que se utilizó para la valoración de los resultados obtenidos en el instrumento aplicado y algunas consideraciones metodológicas que sirvieron de base para el desarrollo de este proyecto.

En el Capítulo 3 se presenta la descripción del instrumento que se diseñó para efectuar la recogida de información necesaria. En esta descripción se exponen diez reactivos en donde se presentan la forma con la que aparecieron en las hojas de trabajo, las características específicas del reactivo y algunas soluciones que se pueden obtener.

El Capítulo 4 contiene el análisis de las respuestas que dieron los estudiantes a la serie de reactivos, el cual se realizó despúes de la aplicación del mismo instrumento con el que se hizo la descripción en el Capítulo 3. En este caso para establecer una valoración de los resultados se utiliza un modelo establecido por Moreno (2012).

Se presenta un apartado de conclusiones en donde se recuperan las ideas del trabajo y se establecen las conclusiones a partir del análisis de la información.

Para complementar este trabajo, se ha considerado agregar una sección de anexos, donde se exponen los reactivos que fueron aplicados.

.

CAPÍTULO 1

Antecedentes y problemática de interés

En México uno de los propósitos principales del sistema educativo escolar es preparar jóvenes capaces de afrontar problemas que estén relacionados con su entorno, es por ello que se han llevado a cabo reformas en diferentes niveles escolares. Una característica común a dichas reformas ha sido la selección del enfoque por competencias para lograr la formación deseada en un individuo.

Entre otros aspectos importantes, en estas reformas se sugieren criterios e instrumentos de evaluación del aprendizaje teóricamente adaptados a los objetivos, contenidos y nuevos recursos educativos de las diferentes áreas de conocimiento involucrados en los planes de estudio.

En ese sentido, una evaluación, de acuerdo a la SEP (2012) es:

> Un proceso integral y sistemático a través del cual se recopila información de manera metódica y rigurosa, para conocer, analizar y juzgar el valor de un objeto educativo determinado: los aprendizajes de los alumnos, el desempeño de los docentes, el grado de dominio del currículo y sus características; los programas educativos del orden estatal y federal, y la gestión de las instituciones. (SEP, 2012: p. 19)

Barriga y Hernández (2002), están de acuerdo que el propósito de la evaluación es:

> Obtener información que permita, en un momento determinado, saber qué pasó con las estrategias de enseñanza y cómo es que están ocurriendo los aprendizajes de los alumnos, para que en ambos casos sea posible realizar las mejoras y ajustes necesarios. (Barriga F. D. y Hernández G., 2002: p. 351)

Actualmente en el país se realizan diferentes pruebas estandarizadas a nivel nacional e internacional que buscan evaluar el desarrollo de los estudiantes en cuanto a conocimientos, estrategias y destrezas que han adquirido durante su formación educativa. Algunas pruebas son:

Excale. Son las siglas de los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos, las cuales eran pruebas de aprendizaje de gran escala que tenían el propósito de medir el logro de los estudiantes de educación básica en distintas asignaturas y grados. Los Excale se aplicaron del 2005 hasta el 2015, momento en el que se comenzó a emplear la prueba surgida del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes y que se denominó por sus siglas Planea. Los Excale fueron diseñados y aplicados por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). Las asignaturas que evaluaban estas pruebas eran las básicas como Matemáticas y Español, además de aquellas que cubrían grandes áreas curriculares relacionadas con Ciencias Naturales y Ciencias Sociales. (INEE, s.f.)

ENLACE. La Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares era una prueba del Sistema Educativo Nacional que tenía como propósito generar una sola escala de carácter nacional que proporcionaba información comparable de los conocimientos y habilidades que tenían los estudiantes. La prueba ENLACE se aplicó del 2006 al 2015, momento en el que se comenzó a emplear la prueba Planea. Esta prueba se aplicaba a estudiantes de Educación Básica y Media Superior. Las asignaturas que contemplaba ENLACE en su evaluación eran Matemáticas y Español. En Educación Básica se evaluaba una tercera asignatura con carácter cíclico; en 2008 fue Ciencias, en 2009 fue Formación cívica y ética, en 2010 Historia, en 2011 Geografía, nuevamente Ciencias en 2012 y así sucesivamente. (SEP, s.f.b)

Planea. La Secretaría de Educación Pública en coordinación con el Instituto Nacional de la Educación (INEE) y las autoridades educativas de las entidades federativas, pusieron en operación el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (Planea) cuyos instrumentos se aplicaron en 2015 a alumnos de sexto de primaria, tercero de secundaria y del ultimo grado de Educación Media Superior. Planea evalúa dos áreas de competencia: Lenguaje y Comunicación (Comprensión Lectora) y Matemáticas.

Los objetivos principales que persigue la evaluación Planea son:

- Conocer la medida en que los estudiantes logran el dominio de un conjunto de aprendizajes esenciales al término de los distintos niveles de educación obligatoria.
- Ofrecer información contextualizada para la mejora de los procesos de enseñanza en los centros escolares.
- Informar a la sociedad sobre el estado que guarda la educación, en términos del logro de aprendizajes de los estudiantes.

- Aportar a las autoridades educativas la información relevante y utilizable para el monitoreo, la planeación y operación del sistema educativo y sus centros escolares. (SEP, s.f.a)

EXHCOBA. El Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos tiene como propósito, precisamente, evaluar las habilidades y los conocimientos básicos que se consideran indispensables para poder cursar con éxito el primer año de estudios de licenciatura. La prueba se divide en tres grandes secciones:

- La primera evalúa las habilidades básicas con el uso del lenguaje y el manejo de números y cantidades.
- La segunda parte evalúa los conocimientos básicos o nociones que permiten la comprensión de otros conocimientos. Las áreas que se abarcan en esta parte son: Español, Matemáticas, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales.
- La tercera evalúa los conocimientos básicos de especialidad.

El EXHCOBA se desarrolló en 1992 y se aplicó en 1993, su primera versión fue a lápiz y papel, para el año de 1994 se desarrolla la versión computarizada desde entonces se ha estado aplicando en diferentes universidades públicas. (Universidad Autónoma de Baja California, 2009)

PISA. El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos es un proyecto de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), que tiene como objetivo evaluar la formación de los alumnos cuando llegan al final de la etapa de enseñanza obligatoria, alrededor de los 15 años. La prueba PISA fue desarrollada entre 1997 y 1999 y aplicada por primera vez en el año 2000 con la colaboración de 28 países miembros de la OCDE, entre los que se encontraba México. Esta prueba cubre las áreas de lectura, matemáticas y competencia científica. En cada aplicación la prueba enfatiza una de estas áreas: en el 2000 el énfasis fue en lectura; en 2003 en matemáticas; en 2006 en ciencias; en 2009 en lectura y en 2012 en matemáticas. La prueba se enfoca en el dominio de los procesos, el entendimiento de los conceptos y la habilidad de actuar o funcionar en varias situaciones dentro de cada dominio. (OCDE, s.f.)

1.1 La evaluación del aprendizaje en matemáticas

Como se vio anteriormente, las diferentes pruebas consideran a la Matemática como área importante a evaluar.

Webb entiende por evaluación matemática: "la consideración comprensiva del funcionamiento de un grupo o individuo en matemáticas o en la aplicación de las matemáticas". (Castro, E., Fernández, F., Gil, F., Moreno, F., Olmo, A., Rico, L., Castro, E., Segovia, I., 1993: p. 6)

Romberg indica que: "para valorar la actuación de los estudiantes en matemáticas, uno debería considerar la clase de juicios que se necesitan hacer y confeccionar los procedimientos de valoración a la luz de las consideraciones sobre esas decisiones". (Castro et al, 1993: p. 5)

1.1.1 PISA y las matemáticas, resultados nacionales

La prueba PISA en el área de matemáticas se enfoca en la evaluación del nivel de desarrollo de un estudiante en cuanto a competencias matemáticas. PISA define competencia matemática como:

> La capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Esta competencia le ayuda al individuo a reconocer la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y tomar decisiones necesarias en su vida diaria como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. (Vázquez G. y Gutiérrez M., 2013: p. 34)

La prueba para su evaluación considera tres dimensiones: el contenido, los procesos y la situación o contexto.

Los contenidos de la evaluación de competencia matemática abarcan problemas de cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones, y probabilidad.

Los procesos que el estudiante debe realizar están divididos en tres grados de complejidad:

- **Reproducción:** proceso que implica trabajar con operaciones comunes, cálculos simples y problemas propios del entorno inmediato.
- **Conexión:** proceso que involucra ideas y procedimientos matemáticos para la resolución de problemas que ya no pueden definirse como ordinarios, pero que aún incluyen escenarios familiares. Además, involucra la elaboración de modelos para la solución de problemas.
- **Reflexión:** proceso que implica la solución de problemas complejos y el desarrollo de una aproximación matemática original. Para ellos los estudiantes deben matematizar o conceptualizar las situaciones.

Los problemas matemáticos que se plantean están situados en cuatro diferentes **contextos o situaciones:**

- **Situación personal,** relacionada con el contexto inmediato de los alumnos y sus actividades diarias.
- **Situación educativa o laboral,** relacionada con la escuela o el entorno de trabajo.
- **Situación pública,** relacionada con la comunidad.

A finales de 2013 se presentaron los resultados que obtuvo México en la evaluación aplicada en 2012. A continuación se muestra una tabla donde se presentan estos resultados junto con los niveles de desempeño y las tareas que un estudiante debe de ser capaz de llevar a cabo.

Nivel / puntaje	Porcentaje	Tareas
6 **Más de 669.30**	**OCDE:**3.3 **AL:**0.1 **México:**0.0	• Los estudiantes en este nivel pueden conceptualizar, generalizar y usar información basada en investigaciones, modelar situaciones de problemas complejos y aplicar sus conocimientos en contextos relativamente no habituales. • Son capaces de relacionar diferentes fuentes de información y representaciones, y manejarlas de una manera flexible. • Poseen una avanzada capacidad de pensamiento y razonamiento matemáticos. • Pueden aplicar su conocimiento y comprensión, además de dominar operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales para desarrollar nuevos enfoques y estrategias y abordar situaciones novedosas.

		• Son hábiles para formular y comunicar con claridad sus acciones y reflexiones relativas a sus hallazgos, argumentos, y pueden explicar por qué son aplicables a una situación nueva.
5 **De 606.99** **a menos de 669.30**	**OCDE:**9.3 **AL:**0.7 **México:**0.6	• Los estudiantes pueden desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando restricciones y especificando los supuestos. • Tienen habilidad para seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos. • Son capaces de trabajar de manera estratégica al usar ampliamente habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas; además de relacionar apropiadamente representaciones, caracterizaciones simbólicas y formales con la comprensión clara de situaciones. • Empiezan a reflexionar sobre su trabajo y pueden formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.
4 **De 544.68 a** **menos de 606.99**	**OCDE:**18.2 **AL:**3.3 **México:**3.7	• Los estudiantes trabajan con eficiencia modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden involucrar restricciones o demandar la formulación de supuestos. • Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, relacionándolas directamente con situaciones del mundo real. • Usan una limitada gama de habilidades y pueden razonar con una idea en contextos sencillos. • Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, evidencias y acciones.
3 **De 482.38 a** **menos de 544.98**	**OCDE:**23.7 **AL:**10.5 **México:**13.1	• Los estudiantes son capaces de realizar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Sus interpretaciones son suficientemente sólidas para construir un modelo simple o para seleccionar y aplicar estrategias sencillas de solución de problemas. • Pueden interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información, y razonar directamente a partir de ellas. • Muestran cierta habilidad para el manejo de porcentajes, fracciones, números decimales y proporciones.

		• Las soluciones a las que llegan reflejan un nivel básico de interpretación y razonamiento.
2 **De 420.07 a menos de 482.38**	**OCDE:**22.5 **AL:**22.4 **México:**27.8	• Los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa. • Pueden extraer información relevante de una sola fuente de información y usar un modelo sencillo de representación. • Usan algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales tales para resolver problemas que involucren números enteros. • Son capaces de lograr interpretaciones literales de los resultados.
1 **De 357.77 a menos de 420.07**	**OCDE:**15.0 **AL:**30.9 **México:**31.9	• Pueden responder preguntas relacionadas con los contextos familiares en los que está presente toda la información relevante y las preguntas están claramente definidas. • Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

Tabla 1.1.1.1 México en PISA (Vázquez G. y Gutiérrez M., 2013: pp. 35-36)

Como se puede observar de la tabla, el 59.7% de los estudiantes mexicanos que aplicaron esta prueba se encuentran en los niveles de desempeño 1 y 2, los más bajos de la escala global de matemáticas de la prueba PISA.

Los datos parecen indicar que aproximadamente el 22% de los estudiantes mexicanos quedaron por debajo del nivel 1.

1.1.2 Planea y las matemáticas en la EMS

La prueba Planea (SEP, s.f.a), con respecto al área de matemáticas : “explora la capacidad para identificar, interpretar, aplicar, sintetizar y evaluar matemáticamente su entorno, haciendo uso de su creatividad y de un pensamiento lógico y crítico que le permita solucionar problemas cuantitativos, con diferentes herramientas matemáticas.” (Estructura de la prueba, párr. 4)

La evaluación contempla cuatro niveles de dominio, siendo el primer nivel el más bajo y el cuarto el más alto de la escala. Para el área de matemáticas, en el caso de la EMS, los cuatro niveles se describen de la siguiente manera:

- **Nivel I.** Los alumnos que se ubican en este nivel de logro muestran deficiencias en el desarrollo de los conocimientos y habilidades relacionados con las competencias disciplinares básicas que se esperan de los egresados de la educación media superior; además, todavía presentan dificultad para realizar las tareas que se indican en los niveles 2, 3 y 4, ya que sólo muestran habilidad para resolver problemas directos que requieren efectuar operaciones básicas con números enteros e identificar elementos gráficos.
- **Nivel II.** Los alumnos que se encuentran en este nivel de logro son capaces de aplicar procedimientos aritméticos y geométricos simples para la comprensión de diversas situaciones similares a las que se estudian en el aula, además de la identificación de relaciones espaciales. Realizan operaciones con fracciones porcentajes o con signos de agrupación; representan gráficamente series de números, o describen el comportamiento de sucesiones numéricas y la relación entre ellas. Transforman modelos matemáticos de naturaleza algebraica o geométrica cuando enuncian en lenguaje común una expresión algebraica y viceversa, además de que resuelven problemas geométricos bidimensionales y tridimensionales que involucran transformaciones y el manejo de los elementos de las figuras. Resuelven sistemas de ecuaciones e identifican la combinación de procedimientos necesarios para solucionar diferentes ejercicios. Sin embargo, todavía demuestran un dominio deficiente de las tareas que se indican en los niveles 3 y 4.
- **Nivel III.** Además de dominar los conocimientos y habilidades del nivel 2, los alumnos que se encuentran en este nivel de logro son capaces de analizar las relaciones entre dos o más variables de un problema contextualizado para estimar u obtener un resultado. Resuelven problemas relacionados con procesos sociales o naturales que involucran variables y unidades físicas, y realizan cálculos con razones y proporciones. Resuelven problemas matemáticos aplicando diferente enfoques, ya sea que requieran del planteamiento de ecuaciones, la aplicación del teorema de Pitágoras o de conceptos como el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor, o exijan estimar soluciones para problemas aritméticos, geométricos o variacionales. Además,

extraen información de tablas o gráficas para resolver problemas que involucran operaciones. Sin embargo, todavía demuestran un dominio deficiente de las tareas que se indican en el nivel 4.

- **Nivel IV.** Además de dominar los conocimientos y habilidades de los niveles 2 y 3, los alumnos que se encuentran en este nivel de logro son capaces de evaluar el entorno e integrar los datos obtenidos mediante diferentes procedimientos matemáticos, para contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales. Leen e interpretan tablas, gráficas e información textual cuando resuelven problemas contextualizados que requieren de estimaciones, conversiones, análisis de información gráfica o sucesiones. Cuantifican y representan matemáticamente las magnitudes del espacio para resolver problemas que implican el manejo de figuras planas y tridimensionales, así como las propiedades geométricas de figuras incompletas. Adicionalmente, realizan cálculos a partir de dos funciones lineales o cuadráticas que se muestran de manera independiente y mediante representaciones numéricas, textuales, gráficas o tabulares.

Los resultados nacionales mostraron que el 51.3% de los estudiantes de último grado de la EMS se encuentran en el nivel 1 de dominio, el más bajo en la escala de dominio. En el caso de Sonora se mostró que el 42.2% de los estudiantes de último grado de la EMS están en el nivel 1 de dominio. (SEP, 2015: pp. 15-17)

1.2 Las reformas educativas y el desarrollo de las competencias matemáticas

Algunas reformas educativas que están encaminadas a la preparación de individuos a través del enfoque por competencias son:

RIEB. La Reforma Integral de Educación Básica, anunciada en 2011, es parte de una política educativa nacional con la que se culmina el proyecto de articulación curricular, impulsado desde la reforma de preescolar en 2004 y de secundaria en 2006. La reforma está orientada a elevar la calidad de la educación y que los estudiantes mejoren su nivel de logro educativo, cuente con medios para tener acceso a un mayor bienestar y contribuyan al desarrollo nacional. Esta no sólo destaca el énfasis en su articulación, ni se reduce al desarrollo curricular, sino a una visión más amplia, con condiciones y factores que hacen posible que los egresados alcancen estándares de desempeño. (SEP, s.f.c)

RIEMS. La Reforma Integral de Educación Media Superior es un proceso que consiste en la creación del Sistema Nacional del Bachillerato con base en cuatro pilares:

1. Construcción de un Marco Curricular Común.
2. Definición y reconocimiento de las opciones de la oferta de la Educación Media Superior.
3. Profesionalización de los servicios educativos.
4. Certificación Nacional Complementaria.

La RIEMS entró en vigor en agosto de 2009 durante el inicio del correspondiente ciclo escolar. (RIEMS, 2008a)

La promoción del desarrollo de competencias en el área de matemáticas forma parte de las reformas educativas actuales. La dirección de los sistemas educativos actuales se orienta en el proceso de enseñanza-aprendizaje hacia la adquisición de competencias para la vida y la resolución de problemas.

En la guía para el maestro de los programas de estudios del país (SEP, 2011c), se menciona que las competencias matemáticas que se deberán promover en la Educación Básica son:

- Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que sean los alumnos quienes planteen las preguntas.
- Comunicar información matemática. Comprende la posibilidad de que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o fenómeno.
- Validar procedimientos y resultados. Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal.

- Manejar técnicas eficientemente. Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación que hacen los alumnos al efectuar cálculos, con o sin apoyo de calculadora. (SEP, 2011c: p. 23)

Durante el ciclo escolar en la Educación Básica, se realizan distintos tipos de evaluación que pretenden identificar el nivel de desarrollo y aprendizaje de los estudiantes. Algunos tipos de evaluación que se aplican son:

- Las evaluaciones diagnósticas. Ayudan a conocer los saberes previos de los estudiantes.
- Las evaluaciones formativas. Para valorar los avances que se realizan durante los procesos de aprendizaje. (SEP, 2011b: p. 32)

En el caso de la RIEMS (2008b) en cuanto a competencias matemáticas, se espera que al concluir la Educación Media Superior el estudiante sea capaz de:

1.- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

2.- Formular y resolver problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

3.- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.

4.- Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

5.- Analizar las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.

6.- Cuantificar, representar y contrastar experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.

7.- Elegir un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno y argumentar su pertinencia.

8.- Interpretar tablas, gráficos, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos. (RIEMS, 2008b: p. 6)

La RIEMS (2008a), plantea que la evaluación del Sistema Nacional de Bachillerato sea integral, esto es que se incluya todo los componentes de la evaluación educativa. Además uno de los objetivos principales de la evaluación es revisar que existan las condiciones para que se verifiquen los principios básicos que se buscan, es decir, establecer pruebas que permitan conocer el nivel de desarrollo de los estudiantes.

1.3 La problemática de interés

Hasta el momento se han expuesto diferentes acercamientos realizados por distintas instituciones sobre la importancia del desarrollo de las competencias y cómo evaluarlas. Se han mostrado algunos resultados obtenidos de la recopilación de los datos en las diferentes pruebas. Se ha visto como en las evaluaciones PISA y Planea, los estudiantes en el área de matemáticas se han encontrado en los niveles más bajos de desempeño, hecho que se considera preocupante. Los estudiantes que hicieron estas pruebas estarán en algún momento egresando de alguna institución de educación media superior y estarán "aparentemente" en condiciones de ingresar a alguna institución universitaria.

Aunque los resultados de las evaluaciones podrían llevar a considerar que la situación de los estudiantes es catastrófica, existe la posibilidad de que los reactivos presenten errores en su diseño. Hay que pensar si los reactivos ofrecen los escenarios idóneos para que el estudiante pueda emplear sus conocimientos, habilidades y actitudes para afrontar alguna situación problemática.

Por citar un ejemplo, Enríquez (2014) encontró en su investigación que en el caso de la prueba ENLACE, ésta presentaba ciertas debilidades. Para argumentar su aseveración, menciona que algunos reactivos:

> No permiten identificar los procedimientos ni los argumentos que se utilizan para darle solución, tampoco brindan elementos para relacionarlo con lo que se está evaluando, ya que no brindan la oportunidad al estudiante de presentar sus prácticas al responder (expresar sus procedimientos, argumentos y estrategias), da la impresión de que están centrados únicamente en evaluar el contenido disciplinar del objeto de estudio. (Enríquez, 2014:p. 104)

Y no sólo eso, sino que además agrega que la prueba:

> Sólo reporta de manera muy general lo que el estudiante no pudo hacer al resolverlo incorrectamente, utilizando para ello elementos lingüísticos en

> el lenguaje natural, pero no profundiza sobre: los conceptos que debería haber utilizado, los procedimientos que no pudo realizar o los argumentos que debería haber empleado. (Enríquez, 2014:p. 104)

Es por esto que se considera importante conocer si los resultados de las pruebas que se han presentado reflejan la situación en la que se encuentran los estudiantes universitarios de primer ingreso. En ese sentido se asume como problema de investigación:

¿Cuál es el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas establecidas por la RIEMS, en estudiantes universitarios de primer ingreso**?**

Formulando entonces como objetivo general:

Identificar cuáles competencias matemáticas, así como su nivel de desarrollo, son puestas en juego por estudiantes universitarios de primer semestre cuando enfrentan problemas de diferente naturaleza.

Para el logro del objetivo general se han planteado los siguientes objetivos específicos:

- Seleccionar situaciones problemáticas apropiadas cuya solución requiera de la activación de competencias matemáticas.
- Establecer criterios para identificar el nivel de desarrollo de algunas competencias matemáticas.

CAPÍTULO 2

Marco conceptual y consideraciones metodológicas

En este capítulo se presentan dos elementos de suma importancia para el desarrollo de este trabajo:

a) Lo que se ha denominado marco conceptual, que consiste en la exposición de las nociones básicas que están relacionadas con la propuesta.

b) Las consideraciones de carácter metodológico, sección en la cual se describirá la ruta que siguió la investigación.

En estos términos, dadas las características de la propuesta, el marco conceptual y metodológico debe ofrecer:

- La posibilidad de analizar el desarrollo de las competencias matemáticas por los estudiantes.
- Algunos conceptos de competencia.
- Reflexiones que se han hecho sobre evaluaciones que las involucran.
- El tipo de estudio de la propuesta.
- Detalles del instrumento diseñado.

Por estos motivos, las secciones de este capítulo presentan:

1.- Diferentes acercamientos a lo que es una competencia.

2.- La competencia matemática en PISA. En esta parte se ha realizado un resumen de las ideas que plantea Rico (2005), que fueron de utilidad para la presente propuesta.

3.- Modelo para la evaluación del nivel de desarrollo de las competencias.

4.- Referentes metodológicos. Se establecen:

- Características del estudio.
- Técnica seguida para la recogida de datos.
- Información del instrumento.

2.1 Marco conceptual

2.1.1 Diferentes acercamientos a lo que es una competencia

La definición del término competencia no es un ejercicio simple. La misma conlleva nociones tales como la concepción y trasmisión del conocimiento, la relación del individuo con su entorno, los objetivos del sistema educativo, las actividades y desempeño de los estudiantes entre otras cosas.

Lo descrito en el párrafo anterior permite entender que una competencia puede tener diferentes concepciones de acuerdo a quien se cite, por ejemplo en la RIEMS (2008c) se declara que las competencias disciplinares son: “las nociones que expresan conocimientos, habilidades y actitudes que consideran los mínimos necesarios de cada campo disciplinar para que los estudiantes se desarrollen de manera eficaz en diferentes contextos y situaciones a lo largo de la vida”. (RIEMS, 2008c: p. 2)

En un documento de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES) se definen las competencias como:

> Conjunto de conocimientos, habilidades y destrezas, tanto específicas como transversales, que debe reunir un titulado para satisfacer plenamente las exigencias sociales. Fomentar las competencias es el objetivo de los programas educativos. Las competencias son capacidades que la persona desarrolla en forma gradual y a lo largo de todo el proceso educativo y son evaluadas en diferentes etapas. Pueden estar divididas en competencias relacionadas con la formación profesional en general (competencias genéricas) o con un área de conocimiento (específicas de un campo de estudio). (RIEMS, 2008a: p. 50)

Otra definición proporcionada por la OCDE dice que: “una competencia es más que conocimiento y habilidades. Implica la capacidad de responder a demandas complejas, utilizando y movilizando recursos psicosociales (incluyendo habilidades y actitudes) en un contexto particular”. (RIEMS, 2008a: p. 51)

Para Perrenoud la competencia es una “capacidad de movilizar recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones”, a lo que agrega:

> Las competencias no son en sí mismas conocimientos, habilidades o actitudes, aunque movilizan, integran, orquestan tales recursos, […] el ejercicio de la competencia pasa por operaciones mentales complejas, sostenidas por esquemas de pensamiento, los cuales permiten determinar (más o menos de un modo consciente y rápido) y realizar (más o menos

> de un modo eficaz) una acción relativamente adaptada a la situación. (RIEMS, 2008a: p. 51)

Finalmente el Proyecto Tuning (2007) declara que las competencias representan:

> Una combinación de atributos con respecto al conocer y comprender (conocimiento teórico de un campo académico); el saber cómo actuar (la aplicación práctica y operativa a base del conocimiento); y al saber cómo ser (valores como parte integrante de la forma de percibir a los otros y vivir en un contexto). (Tuning, 2007: p, 25)

Como uno se puede dar cuenta, la diversidad de las concepciones sobre competencias es amplia, pero se advierte que existen coincidencias en las declaraciones que hacen estos autores. La mayoría de los autores presentados anteriormente consideran que una competencia es un conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes que van a permitir afrontar alguna situación problemática. Cada autor abunda en su propia concepción dependiendo del tipo de objetivos particulares que tratan de seguir. Por ejemplo, la RIEMS define diferentes tipos de competencias: genéricas y disciplinares, las cuales se pretenden desarrollar en forma gradual y a lo largo de todo el proceso educativo. En el caso de Perrenoud aunque está de acuerdo con que una competencia es un conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes, él considera que el solo ejercicio de la competencia es más complejo de lo que parece.

Se podría decir que una competencia es un conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes que van a permitir determinar, analizar y afrontar diferentes situaciones problemáticas: personales, educativas, sociales, laborales etc. Lo que lleva a pensar cómo es que se puede valorar una competencia si el mismo ejercicio de ella es bastante complejo.

2.1.2 La Competencia Matemática en PISA

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), trata de un proyecto de la OCDE, que tiene como objetivo evaluar la formación de estudiantes que han cumplido 15 años. La prueba cubre las áreas de lectura, matemáticas y competencia científica.

En el área de matemáticas, Rico (2005) hace algunas reflexiones respecto a cuatro apartados de la prueba:

- Dominio que se evalúa, al que se denomina alfabetización o competencia matemática de los estudiantes y que es distinto del currículo.
- Marco teórico y componentes que establecen la evaluación del dominio: contenido, contexto y competencias.
- Variables y niveles de complejidad para el diseño de los instrumentos de evaluación.
- Estudio empírico: análisis y escalamiento en niveles de las competencias de los escolares.

2.1.2.1 Definición del dominio

El dominio sobre matemáticas que se estudia en el proyecto PISA 2003 se conoce como alfabetización matemática o competencia matemática.

La prueba PISA de 2003 define la alfabetización o competencia matemática de los estudiantes como:

> La capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. (Rico, 2005: p. 49)

Rico (2005) menciona que "esta evaluación se centra en el uso por los estudiantes de unas herramientas matemáticas para resolver y dar respuesta a problemas y necesidades, poniendo en funcionamiento determinadas competencias." (Rico, 2005: p. 49)

La consideración de las matemáticas como "modo de hacer" y la noción de alfabetización responden a un modelo funcional sobre aprendizaje de las matemáticas. Este modelo postula:

- Unas tareas contextualizadas
- Unas herramientas conceptuales
- Un sujeto

Sobre esto, Rico (2005) indica que: "cuando el sujeto trata de abordar las tareas mediante las herramientas disponibles, moviliza y pone de manifiesto su competencia en la ejecución de los procesos correspondientes." (Rico, 2005: p. 50)

Cuando se refiere al dominio general que se evalúa, el proyecto PISA entiende por competencia el conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios.

> Un buen nivel de desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante es competente, ya que está matemáticamente alfabetizado o letrado. Atreverse a pensar con ideas matemáticas es la descripción de un ciudadano matemáticamente competente. En el uso de las herramientas matemáticas en contextos ciudadanos se manifiesta la competencia matemática de los escolares. (Rico, 2005: p. 50)

2.1.2.2 Marco teórico y componentes que establecen el dominio

En el marco teórico de PISA, la actividad matemática (matematización) consiste en la resolución de problemas. Esta actividad que realizan los estudiantes al resolver problemas en matemática se puede dividir en distintas fases.

La primera fase implica traducir problemas extraídos de un contexto real al mundo matemático, denominado como matematización horizontal, esta se basa en:

- Identificar matemáticas relevantes en un contexto general.
- Plantear interrogantes.
- Enunciar problemas.
- Representar el problema de un modo diferente.
- Comprender la relación entre lenguaje natural, lenguaje simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con problemas ya conocidos.
- Traducir el problema a un modelo matemático.
- Utilizar herramientas y recursos adecuados.

Una vez que el estudiante ha traducido el problema al mundo matemático, él puede plantearse cuestiones en las que ponga en juego conceptos y destrezas matemáticas, denominado matematización vertical, esta segunda fase incluye:

- Usar diferentes representaciones.
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.

- Refinar y ajustar los modelos matemáticos; combinar e integrar modelos y argumentar y generalizar.

En la última fase los estudiantes deben reflexionar e interpretar los resultados con actitud crítica y validar el proceso completo. Algunos aspectos de este proceso de validación y reflexión son:

- Entender la extensión y límites de los conceptos matemáticos.
- Reflexionar sobre los argumentos matemáticos y explicar y justificar los resultados.
- Comunicar el proceso y la solución.
- Criticar el modelo y sus límites.

Los modos de actuación de los sujetos, requeridos en cada una de las fases, muestran sus capacidades y habilidades cuando trabajan con las matemáticas en contextos en los que es necesario utilizar este tipo de herramientas. Estas capacidades y habilidades puestas en juego muestran que una persona es competente en matemáticas, son expresión de su competencia matemática.

2.1.2.3 Evaluación

La evaluación PISA se propone establecer qué conocimientos, capacidades y habilidades pueden activar los estudiantes a los que se les presentan los problemas, es decir, medir hasta qué punto los estudiantes son matemáticamente competentes para resolver problemas planteados.

La estrategia escogida para contemplar el proceso de matematización y atender al dominio que se evalúa tiene en cuenta tres variables o dimensiones.

1.- El contenido matemático que se debe utilizar para resolver el problema

2.- La situación o contexto en que se localiza el problema.

3.- Las competencias que deben activarse para conectar el mundo real con las matemáticas y resolver entonces la cuestión planteada.

Estas variables respetan el modelo funcional antes descrito. Se presenta el planteamiento general que establecen las tres variables que determinan la evaluación del dominio.

Contenidos Matemáticos

> Intentar establecer una clasificación de contenidos basada en los fenómenos que estudian presenta la dificultad de que éstos no están organizados lógicamente. La estrategia asumida en la evaluación PISA consiste en definir el rango de contenido que puede evaluarse haciendo uso de una aproximación fenomenológica para describir las ideas, estructuras y conceptos matemáticos. Esto significa describir el contenido en relación con los fenómenos y los tipos de problemas de los que surgieron, es decir, organizar los contenidos atendiendo a grandes áreas temáticas. (Rico, 2005: p. 54)

Las cuatro grandes áreas, que satisfacen las condiciones de respetar el desarrollo, cubrir el dominio y contribuir a la reflexión de las líneas principales del currículo son:

- Cantidad. Se refiere al reconocimiento, procesamiento y comprensión de números. Esta categoría subraya la necesidad de cuantificar para proceder a organizar el mundo.
- Espacio y forma. El estudio de las formas está relacionado con la comprensión de las propiedades de los objetos y de sus posiciones relativas. Esta categoría subraya la importancia de ser conscientes ante cómo se ven las cosas y por qué se ven así.
- Cambios y relaciones. Cada fenómeno, es una manifestación del cambio, muestra una multitud de relaciones temporales y permanentes entre fenómenos. Las relaciones matemáticas tienen usualmente la forma de ecuaciones o de desigualdades, pero también se presentan relaciones de naturaleza más general. Pensar en términos de y acerca de relaciones, es una meta disciplinar fundamental en la enseñanza de las matemáticas.
- Incertidumbre. Se entienden dos tópicos: tratamiento de datos y azar. Los conceptos y actividades que son importantes en esta área son la recolección de datos, el análisis de datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia.

Situaciones y Contextos

La situación es aquella que parte del mundo del estudiante en el cual se sitúa la tarea. Las situaciones permiten establecer la localización de un problema en términos de los fenómenos de los que surge y que condicionan la cuestión problemática.

En la prueba PISA se consideran tres situaciones:

- Personales.
- Educativas y ocupacionales.
- Públicas.
- Científicas.

Competencias

La prueba PISA considera que para la resolución de los problemas que se presentan en las tareas de evaluación, los estudiantes deben mostrar su dominio en un conjunto de competencias matemáticas generales.

Rico (2005) ante estas declaraciones sugiere:

> El proyecto PISA enfatiza que la educación debe centrarse en la adquisición de unas competencias generales determinadas por parte de los alumnos de 15 años al término del periodo de su educación obligatoria, competencias que tienen por finalidad formar ciudadanos alfabetizados matemáticamente. (Rico, 2005: p. 58)

Las competencias generales elegidos por la prueba son:

- Pensar y razonar. Esta competencia incluye (a) plantear cuestiones propias de las matemáticas (¿Cuántos hay? ¿Cómo encontrarlo? Si es así, ¿entonces?); (b) conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a las cuestiones anteriores; (c) distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas); y (d) entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.
- Argumentar. Esta competencia incluye (a) conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático; (b) seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; (c) disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede –o no- ocurrir y por qué?); y (d) crear y expresar argumentos matemáticos.
- Comunicar. Esta competencia incluye (a) expresarse uno mismo en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita; y (b) entender enunciados sobre estas materias de otras personas en forma oral y escrita.

- Modelar. Esta competencia incluye (a) estructurar el campo o situación que va a modelarse; (b) traducir la realidad a una estructura matemática; (c) interpretar los modelos matemáticos en términos reales: trabajar con un modelo matemático; (d) reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; (e) comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones); y (f) dirigir y controlar el proceso de modelización.
- Plantear y resolver problemas. Esta competencia incluye (a) plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados; y (b) resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.
- Representar. Esta competencia incluye (a) decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones; y (b) escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.
- Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones. Esta competencia incluye (a) decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural; (b) traducir desde el lenguaje natural al simbólico y formal; (c) manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; y (d) utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.
- Usar herramientas y recursos. Esta competencia incluye utilizar los recursos y herramientas familiares en contextos, modos y situaciones que son distintos del uso con el que fueron presentados.

2.1.2.4 Instrumentos

En el momento de seleccionar las tareas para diseñar los instrumentos de evaluación resulta posible clasificar éstas por el contenido que tratan y también por la situación en la que se presentan y el contexto al que se refieren.

> Las competencias no son variables de tarea sino variables del sujeto y, por ello, no es posible establecer a priori a cuál de los procesos elegidos corresponde asignar una tarea determinada; por lo general, será posible

> vincular una tarea con diversos procesos puesto que los sujetos que la resuelven lo pueden hacer de distintas manera. (Rico, 2005: p. 60)

La estrategia seguida por la prueba PISA con relación a las competencias antes enumeradas, considera tres clases de complejidad en sus problemas planteados:

1.- Reproducción. Los ítems de reproducción incluyen tareas relativamente familiares que requieren, esencialmente, conocimientos usuales tales como conocimiento de representaciones de hechos y de problemas comunes, reconocimiento de equivalencias, el uso de objetos y propiedades matemáticas familiares, procesos rutinarios, aplicación de algoritmos estandarizados y de habilidades prácticas, manejo de expresiones con símbolos familiares y realización de operaciones sencillas.

2.- Conexión. Los ítems de conexión abarcan problemas que no son meramente rutinarios pero que se sitúan aún en contextos familiares; plantean mayores exigencias en su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una situación o enlazar diferentes aspectos de la situación con el fin de desarrollar una solución.

3.- Reflexión. Los ítems de reflexión requieren competencias que necesitan de comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos matemáticos relevantes o establecer vínculos con los conocimientos adecuados para encontrar las soluciones. Estas competencias se requieren para problemas que exigen generalización, explicación o justificación de resultados.

2.1.2.5 Niveles de competencia

> La clasificación teórica de las tareas por el grado de complejidad requerido para los procesos implicados es genérica y algo imprecisa por su amplitud. Pero resulta útil para establecer la hipótesis de que los estudiantes que alcancen a dar respuesta a tareas de alta complejidad muestran el mayor nivel de competencia matemática, mientras que los alumnos que sólo alcancen a responder a las tareas de menos complejidad son los que tienen menor nivel de competencia matemática. (Rico, 2005: p. 61)

En la prueba PISA se determinan seis niveles de competencia, que admiten una descripción general y también una descripción más detallada por cada uno de los campos de contenido.

Cada nivel de competencia se caracteriza por los procesos o competencias empleados y por el grado de complejidad con que los alumnos los ejecutan al abordar tareas de dificultad creciente. El nivel uno es el más bajo de la escala establecida y el seis es el más alto. Es posible entender cada nivel de competencia matemática en relación con la maestría con que el alumno lleva a cabo las tareas matemáticas propuestas.

Los niveles establecidos se caracterizan empíricamente del siguiente modo:

Primer nivel. Los alumnos saben responder a preguntas planteadas en contextos conocidos, donde está presente toda la información pertinente y las preguntas están definidas claramente. Son capaces de identificar la información y llevan a cabo procedimientos rutinarios al seguir instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

Segundo nivel. Los alumnos saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa. Saben extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único sistema de representación. Pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales. Son capaces de efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados.

Tercer nivel. Los alumnos saben ejecutar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas sencillos. Saben interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. También son capaces de elaborar escritos breves para exponer sus interpretaciones, resultados y razonamientos.

Cuarto nivel. Los alumnos pueden trabajar con eficacia con modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden conllevar condicionalmente o exigir la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Los alumnos de este nivel saben utilizar habilidades bien desarrolladas y razonar con flexibilidad y cierta perspicacia en estos contextos. Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, argumentos y acciones.

Quinto nivel. Los alumnos saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos. Los alumnos de este nivel pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones relacionadas adecuadamente, caracterizaciones simbólicas y formales e intuiciones relativas a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.

Sexto nivel. Los alumnos saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y traducirlas entre ellas de una manera flexible. Los estudiantes de este nivel poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Los alumnos de este nivel pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus descubrimientos, argumentos y su adecuación a las situaciones originales.

2.1.3 Modelo para la evaluación del desarrollo de competencias matemáticas

Para la evaluación se ha utilizado el modelo propuesto por Moreno (2012), en este modelo se establecen los niveles de dificultad que conforman las competencias establecidas por la RIEMS para evaluar las competencias matemáticas. Este modelo va a permitir obtener una valoración del desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes. Para determinar los niveles de dificultad Moreno realiza una correspondencia entre las competencias propuestas en PISA y la RIEMS, de esta manera establece el siguiente cuadro de comparación:

Competencias matemáticas definidas en PISA	Competencias matemáticas definidas en la RIEMS

Modelar	Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
Plantear y resolver problemas	Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.
Comunicar	Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
Argumentar	Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.
Pensar y razonar	Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
	Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
Representar	Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio que lo rodea.
Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones	Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Tabla 2.3.1 Correspondencia entre competencias matemáticas en PISA y en la RIEMS (Moreno, 2012: pp. 41-42)

Una vez determinada la correspondencia entre las competencias matemáticas, Moreno asigna a las competencias definidas en la RIEMS los descriptores de las competencias matemáticas definidas en PISA proponiendo el siguiente modelo:

Competencias matemáticas	Nivel	Descriptores
Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de	Reproducción	Reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar sucesivamente de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación; comunicar de manera elemental los resultados del modelo.
	Conexión	Estructurar el campo o situación del que hay que realizar el modelo; traducir la realidad a estructuras matemáticas en contextos que no son demasiado complejos pero que son diferentes a los que están acostumbrados los estudiantes. Saber interpretar alternando los modelos (y de sus resultados) y la realidad, y comunicar los

situaciones reales o formales.		resultados del modelo.
	Reflexión	Estructurar el campo o situación del que hay que realizar el modelo, traducir la realidad a estructuras matemáticas en contextos complejos o muy diferentes a los que están acostumbrados los estudiantes y pasar alternando de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad, incluyendo aquí aspectos de la comunicación de los resultados del modelo; recopilar información y datos, supervisar el proceso de construcción de modelos y validar el modelo resultante. Conlleva también reflexionar analizando, realizando críticas y llevando a cabo una comunicación más compleja sobre los modelos y su construcción.
Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.	Reproducción	Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada; resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera.
	Conexión	Plantear y formular problemas más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones).
	Reflexión	Exponer y formular problemas mucho más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos de resolución de problemas más originales que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones). También conlleva reflexionar sobre las estrategias y las soluciones.
Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos	Reproducción	Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente

matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.		de una única manera.
	Conexión	Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que engloban desde cómo reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares o cómo explicar asuntos que implican relaciones. También comporta entender las afirmaciones orales o escritas de terceros sobre este tipo de asuntos.
	Reflexión	Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que engloban desde cómo reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares o explicar cálculos y resultados (normalmente de más de una manera) a explicar asuntos que implican relaciones complejas, entre ellas relaciones lógicas. También comporta entender las afirmaciones orales o escritas de terceros sobre este tipo de asuntos.
Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.	Reproducción	Seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados.
	Conexión	Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener sentido de la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?).
	Reflexión	Razonar matemáticamente de manera sencilla, distinguiendo entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir, evaluar y elaborar encadenamientos de argumentos matemáticos de diferentes tipos; emplear la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?, ¿cuáles son las propiedades esenciales’, ¿cómo están relacionaos los diferentes objetos?).
Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.	Reproducción	Formular las preguntas más simples (¿cuántos…? ¿Cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.
	Conexión	Formular preguntas (¿cómo hallamos…? ¿Qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.);

		distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.
	Reflexión	Formular preguntas (¿cómo hallamos?, ¿qué tratamiento matemático damos…? ¿Cuáles son los aspectos esenciales del problema o situación…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, especificación de los puntos clave, etc.); distinguir entre definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis y afirmaciones sobre casos especiales y articular de modo activo o reflexionar sobre estas distinciones.
Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio que lo rodea.	Reproducción	Descodificar, codificar e interpretar representaciones de objetos matemáticos previamente conocidos de un modo estándar que ya ha sido practicado. El paso de una representación a otra sólo se exige cuando ese paso mismo es una parte establecida de la representación.
	Conexión	Descodificar, codificar e interpretar formas de representación más o menos familiares de los objetos matemáticos; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación.
	Reflexión	Descodificar, codificar e interpretar formas de representación más o menos familiares de los objetos matemáticos; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y traducir y diferenciar entre ellas. También conlleva combinar representaciones de manera creativa e inventar nuevas.
Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.	Reproducción	Comprender y emplear conceptos matemáticos en el mismo contexto en el que se introdujeron por primera vez o en el que se han practicado subsiguientemente.
	Conexión	Comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos que difieren ligeramente de aquellos en los que se introdujeron por primera vez o en los que se han practicado después.
	Reflexión	Comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos nuevos o complejos; comprender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados y generalizar los resultados.
Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos	Reproducción	Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en situaciones y contextos sobradamente conocidos;

con símbolos matemáticos y científicos.		manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediante procedimientos rutinarios.
	Conexión	Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico básico en situaciones y contextos menos conocidos y manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediantes procedimientos familiares.
	Reflexión	Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico ya practicado en situaciones y contextos desconocidos y manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos. También conlleva la habilidad de saber tratar con expresiones y afirmaciones complejas y con lenguaje simbólico o formal inusual, y realizar traducciones entre este lenguaje y el lenguaje natural.

Tabla 2.3.2 Competencias matemáticas y descriptores (Moreno, 2012: pp. 42-47)

2.2 Consideraciones metodológicas

Ya se mencionó que el interés de este trabajo está en determinar el nivel de desarrollo de los estudiantes universitarios de primer ingreso conforme a las competencias matemáticas que ha establecido la RIEMS. Una vez que se ha expuesto el propósito, se debe plantear cómo es que se alcanzará dicho propósito, esto es, cuáles son las acciones y/o actividades que permitirán alcanzar los objetivos.

En este caso se definirá primero el tipo de estudio que se ha elaborado, la propuesta presenta un estudio de carácter exploratorio:

> Los estudios exploratorios se realizan cuando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes. Es decir, cuando la revisión de la literatura reveló que tan sólo hay guías no investigadas e ideas vagamente relacionadas con el problema de estudio, o bien, si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas. (Hernández R., Fernández C. y Baptista P., 2006: pp. 100-101)

Otro aspecto que es importante señalar es que:

> Los estudios exploratorios sirven para familiarizarnos con fenómenos relativamente desconocidos, obtener información sobre la posibilidad de llevar a cabo una investigación más completa respecto de un contexto particular, investigar nuevos problemas, identificar conceptos o variables promisorias, establecer prioridades para investigaciones futuras, o sugerir afirmaciones y postulados. (Hernández et al., 2006: p. 101)

Para describir el proceso de esta investigación se ha tomado en cuenta el esquema propuesto por Latorre y Cols., citado en Sandín (2003), ya que su configuración permite abordar de manera organizada y con detalle las fases claves de este trabajo. A continuación, se enuncian cada una de las fases así como sus características generales:

1.- Fase exploratoria/de reflexión:

- Identificación del problema.
- Cuestiones de investigación.
- Revisión documental.
- Perspectiva teórica.

2.- Fase de planificación:

- Selección del escenario de investigación.
- Selección de la estrategia de investigación.
- Redefinir el problema y cuestiones de investigación.

3.- Fase de entrada al escenario:

- Negociación del acceso.
- Selección de los participantes.
- Papeles del investigador.
- Muestreo intencional.

4.- Fase de recogida y de análisis de la información:

- Estrategias de recogida de información.
- Técnicas de análisis de la información.
- Rigor del análisis.

5.- Fase de retirada del escenario:

- Finalización de la recogida de la información.

- Negociación de la retirada.
- Análisis intensivo de la información.

6.- Fase de elaboración del informe:

- Tipo de informe.
- Elaboración del informe.

Bajo el esquema propuesto por Latorre y Cols., se comenta el tipo de actividades que se hicieron para esta investigación específica.

1.- Fase exploratoria/ de reflexión.

Se revisaron algunos resultados relacionados con competencias matemáticas. Estos resultados pertenecen a evaluaciones oficiales (Planea, PISA) que se aplican a estudiantes de cierto nivel educativo. Se identificó en estos resultados, un nivel bajo en el desarrollo de los estudiantes. Se consideró la posibilidad de que los reactivos presenten algunas debilidades que provocan una valoración deficiente. De esta manera fue que se planteó conocer el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas establecidas por la RIEMS en estudiantes universitarios de primer ingreso.

Como parte de esta fase se realizó una revisión documental donde se incluyeron varios aspectos sobre la evaluación y el desarrollo de competencias matemáticas. El primer aspecto fue sobre la importancia de la evaluación y cómo se involucra la matemática en ésta. El segundo aspecto fue sobre el término competencia en la educación y la inclusión de éste en algunas reformas educativas como la RIEB y la RIEMS.

Se realizaron algunos análisis a módulos de aprendizaje de matemáticas, con el propósito de obtener información del tipo de problemas que se abordan. Estos análisis al final forman parte importante en el diseño del instrumento de evaluación.

En la perspectiva conceptual, se abordó el término competencia desde varios puntos de vista. Para tratar de evitar debilidades en el instrumento que se iba a diseñar, se consideró el trabajo de Rico (2005) sobre la competencia matemática en PISA. Siguiendo con los aspectos conceptuales, se escogió el modelo de Moreno (2012) para comprender y valorar las competencias matemáticas que aparecen en la RIEMS. El modelo establece los niveles de desarrollo y las competencias matemáticas que pueden ser usados para la valoración de la actividad matemática que realizan los estudiantes a la hora de resolver un problema. En general, esto se hizo con el propósito de dotar al trabajo con una serie de aspectos teóricos que reforzaran las acciones realizadas en cuanto al diseño y aplicación del instrumento.

2.- Fase de planificación:

Se determinaron los alcances de esta investigación para establecer las acciones que se iban a seguir durante todo este proceso. El interés de conocer el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas establecidas por la RIEMS en algunos estudiantes, llevó a la necesidad de conocer estos niveles a través del diseño y la aplicación de un instrumento, diseñado para tal efecto, y aplicado en escenarios apropiados. Los escenarios escogidos fueron salones con estudiantes de una universidad pública, quienes estudiaban el primer semestre de su carrera. Las carreras seleccionadas fueron: licenciatura en Químico Biólogo, Ingeniería en Metalúrgica e Ingeniería en Química.

Como se acaba de mencionar, se diseñó un instrumento que permitiera arrojar mayor información sobre el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes. Sobre el diseño del instrumento se puede decir que es una evaluación por escrito que consta de 10 reactivos. Este instrumento cuenta con un cuestionario de control de procesos y resultados de aprendizaje. De acuerdo con Antonia (1998), se le llama cuestionario de control de procesos y resultados al: “tipo de registro que contiene preguntas acerca de las unidades didácticas que se desarrollaron en un salón de clases y, por lo tanto, en torno a los aprendizajes que habían adquirido los estudiantes”. (Antonia M., 1998: p. 180)

Para tratar los resultados se utilizó el modelo de Moreno (2012) con el propósito de obtener una valoración de las acciones hechas por los estudiantes en cuanto a competencias matemáticas y niveles de desarrollo.

3.- Fase de entrada en el escenario:

Para cumplir con los objetivos se vio en la necesidad de aplicar el instrumento que se había diseñado. La tarea que se iba a realizar con los estudiantes involucraba el acceso a salones de clases donde se pudieran aplicar una serie de reactivos, se puso en contacto con los profesores en donde después de platicar el propósito de la investigación se determinaron las acciones que se realizarían y el tiemplo que se necesitaría. El investigador una vez que estaba con los estudiantes en los salones de clase y después de explicada la dinámica, observó que se llevaran a cabo las actividades correctas durante la aplicación del instrumento.

Se puso a prueba el instrumento de evaluación en un grupo de primer semestre de la licenciatura en Químico Biólogo, con el objetivo de identificar posibles limitaciones o errores en el diseño. Se hicieron las modificaciones pertinentes en cuanto a redacción y formas de trabajo.

Se realizó un segundo pilotaje, donde se escogieron como candidatos a estudiantes de primer semestre de Ingeniería en Metalúrgica e Ingeniería en Química. En este pilotaje de una sola sesión, se aplicó una parte del instrumento a un grupo de Metalúrgica y la otra al grupo de Química.

4.- Fase de recogida y de análisis de la información:

Una vez hechos los pilotajes se escogieron los resultados que se habían obtenido en el último, ya que el primero se había utilizado de prueba. Se realizó una etapa previa al análisis exhaustivo en donde se evaluaron de manera general a 65 estudiantes de primer ingreso de una universidad pública. En este primer acercamiento a las respuestas que habían dado los estudiantes se consideró el tipo de argumento que acompañaba a la respuesta más que la respuesta misma.

Una vez que se evaluaron a estos 65 estudiantes, 27 de Ingeniería en metalúrgica y 38 de Ingeniería química, se escogieron tres estudiantes por carrera para formar dos grupos de análisis. Estos tres estudiantes por carrera fueron seleccionados de acuerdo a las respuestas y argumentos que proporcionaban, se tenía entonces un estudiante con un gran número de respuestas la mayoría argumentada, otro que tenía menor número de respuestas y argumentos y finalmente aquel que tenía un mayor número de argumentos o respuestas ausentes. En estos grupos se realizó un análisis exhaustivo para valorar los niveles de desarrollo y las competencias matemáticas de los estudiantes.

Para el análisis exhaustivo se utilizó el modelo Moreno (2012). Se hizo un análisis e interpretación de las hojas de trabajo donde fueron resueltos los reactivos por el estudiante; se asignaron los descriptores correspondientes para cada uno de los problemas que realizó el estudiante; finalmente, se decidió en la competencia matemática correspondiente si el nivel de desarrollo era de tipo reproducción, conexión o reflexión.

5.- Fase de retirada del escenario:

Una vez que se contaba con toda la información que se había obtenido desde las primeras fases hasta esta, se analizó con el propósito de saber si se habían cumplido con los objetivos. Se establecieron algunas ideas que luego se recuperaron para determinar las conclusiones. Se hicieron las respectivas reflexiones y se determinaron las limitaciones de este trabajo.

6.- Fase de elaboración del informe:

Se realizó finalmente este informe donde se presentan los resultados de esta investigación.

CAPÍTULO 3

Descripción del instrumento de evaluación diseñado

Una de las partes principales de este trabajo es la aplicación de una serie de reactivos que arrojen información sobre qué tan competente es el estudiante a la hora de enfrentarse con algunos problemas matemáticos. Sobre las competencias matemáticas la Reforma Integral de Educación Media superior (2008b) agrega que:

> Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica el que puedan hacer las aplicaciones de esta disciplina más allá del salón de clases. (RIEMS, 2008b: p. 6)

La Reforma Integral de Media Superior (2008a) además menciona que: "Los aprendizajes en la EMS deben ser significativos" añadiendo:

> Las circunstancias del mundo actual requieren que los jóvenes sean personas reflexivas, capaces de desarrollar opiniones personales, interactuar en contextos plurales, asumir un papel propositivo como miembros de la sociedad, discernir aquello que sea relevante a los objetivos que busquen en el cada vez más amplio universo de información a su disposición y estar en posibilidades de actualizarse de manera continua. (RIEMS, 2008a: p. 12)

El trabajo de Rico (2005) fue una parte clave en el diseño de los reactivos. Pensando en la actividad matemática, se elaboraron una serie de reactivos diseñados de tal manera que el estudiante pueda llevar a cabo las fases de esta actividad. Estos reactivos están dotados de cierto tipo de información que pretende favorecer una matematización horizontal en el estudiante, es decir que el estudiante pueda traducir el contexto en el que se encuentran los reactivos al mundo matemático. En los reactivos, Las situaciones problemáticas plantean cuestiones que van a poner en juego conceptos y destrezas matemáticas para que se lleve a cabo una matematización vertical. En la mayoría de los reactivos aparece la palabra argumentar, esta palabra busca la reflexión e interpretación de los resultados obtenidos por los estudiantes.

Como herramientas matemáticas, se han considerado aquellas que se utilizan en la Educación Media Superior:

- Aritmética
- Álgebra
- Cálculo
- Geometría
- Probabilidad y Estadística

Se han seleccionado situaciones que parten del mundo del estudiante con el propósito de atraer su atención. Se han considerado situaciones personales como la adquisición de algún producto, sociales como el aumento del precio de la gasolina, matemáticas como la aproximación de una serie, entre otras.

Si bien en el artículo de Rico (2005) se establecen algunas competencias matemáticas para la prueba PISA, se debe recordar que los estudiantes que han sido escogidos pertenecen a una institución universitaria. Al ser estudiantes universitarios de primer ingreso se ha creído conveniente escoger las competencias matemáticas propuestas por la RIEMS (2008a), ya que estos estudiantes habrían egresado de alguna institución media superior en un punto de sus vidas. Para evitar posibles problemas de usar unas competencias matemáticas por otras, se debe recordar que Moreno (2012) ha realizado una correspondencia entre las competencias propuestas en PISA y la RIEMS. Esta correspondencia permite utilizar con comodidad las competencias matemáticas que aparecen en la RIEMS (2008a).

Con el propósito de abundar más en el instrumento se ha elaborado este capítulo donde además de presentar y analizar el diseño de los reactivos, se proponen algunas respuestas y estrategias.

En las siguientes unidades, con el nombre de los reactivos, se pretende:

- Presentar los reactivos elaborados. Aquí el reactivo se muestra tal cual aparece en la hoja de trabajo, se omite simplemente el formato que se ha utilizado para su aplicación.

- Dar una descripción de los reactivos elaborados. En este apartado se abordarán los siguientes puntos:
    - Tipo de reactivo.
    - Ubicación dentro del programa de matemáticas que establece la Dirección General de Bachillerato.
    - Características particulares del reactivo.
    - Algunas competencias que están presentes.
- Proponer algunas soluciones para los reactivos. Se incluyen las estrategias que se utilizaron para responder los reactivos.

A continuación se presenta la relación del instrumento elaborado.

R1.- La población en México

R2.- Sobre acceso a internet

R3.- Sobre la gasolina

R4.- Ganancias para el cine

R5.- Planificación urbana

R6.- Compras de gama alta

R7.- Redes sociales

R8.- Estatura de los jóvenes

R9.- Suma de cuadrados

R10.- Analizando estructura

3.1 El instrumento

3.1.1 La población en México

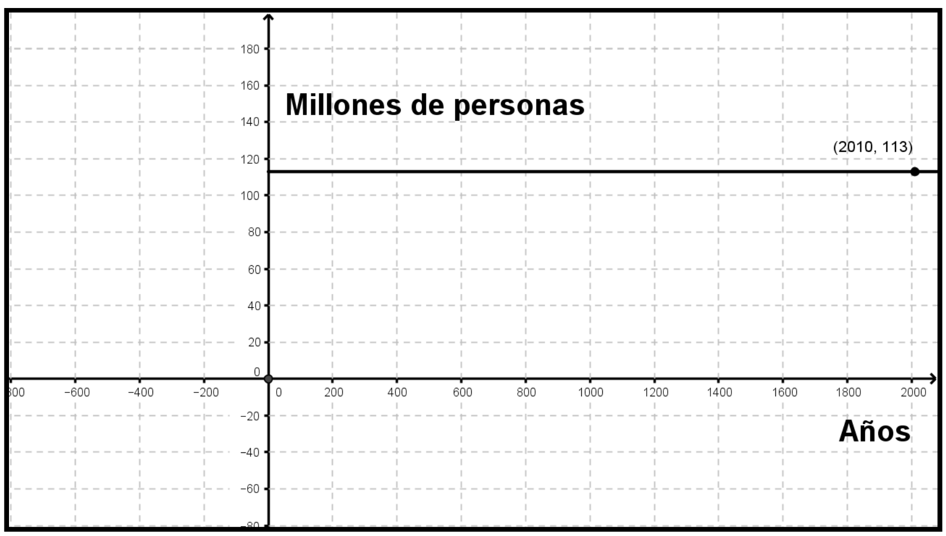
Acorde a los datos mostrados por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), el crecimiento de la población en México durante los años que van de 1810 a 2010 fue el siguiente:

Año	Millones de personas
1810	6.1
1820	6.2
1910	15.2

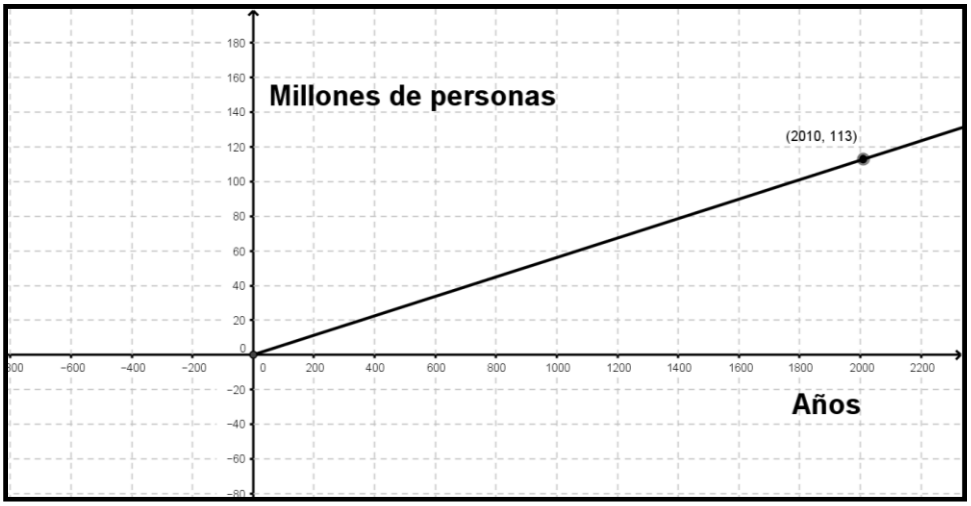
1921	14.3
1970	48.2
1990	81.2
2000	97.5
2010	112.3

Si las condiciones se siguieran cumpliendo para los próximos años. ¿Cuál o cuáles de estas gráficas será la mejor para representar el aumento de la población en los próximos años? Argumente su respuesta en cada uno de los espacios disponibles.

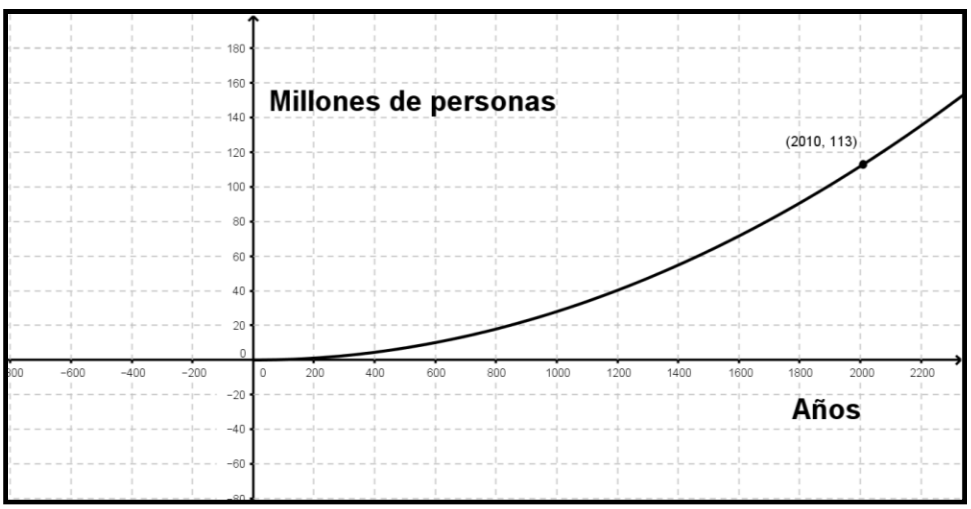
a)



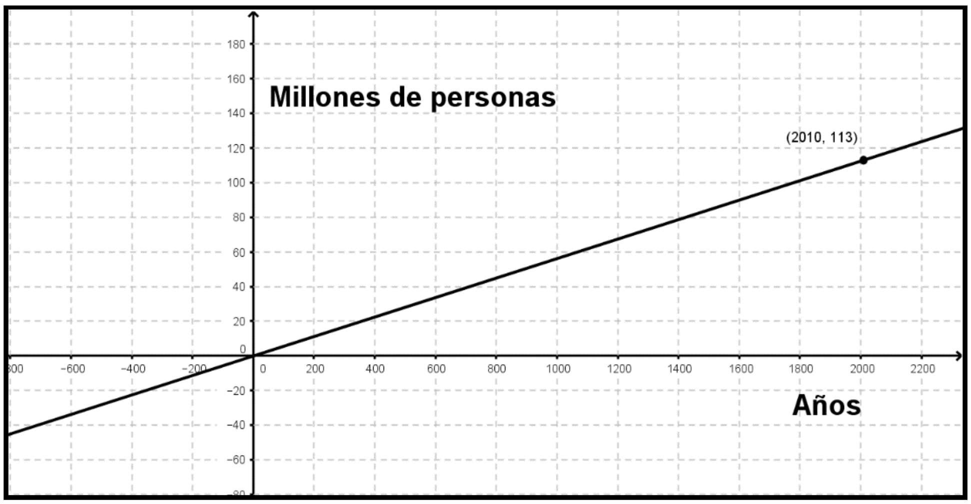
b)


Millones de personas
(2010, 113)
Años

c)


Millones de personas
(2010, 113)
Años

d)



Descripción

El reactivo plantea una situación de carácter extra matemático que está relacionado con el crecimiento de la población. En este reactivo se les ha proporcionado a los estudiantes algunos espacios donde puedan argumentar sus respuestas.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013d) los bloques que cubre este reactivo se encuentran dentro del programa de Matemáticas 4, los cuales corresponden al:

- Bloque II. Aplicas funciones especiales y transformaciones de gráficas.
- Bloque III. Empleas funciones polinomiales de grado cero, uno y dos.

Las partes que componen este reactivo son:

1.- Una declaración, que proporciona el contexto del reactivo así como detalles del lugar en donde se ha recopilado la información. Ésta hace mención a:

> "Acorde a los datos mostrados por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), el crecimiento de la población en México durante los años que van de 1810 a 2010 fue el siguiente:"

2.- Una tabla, que presenta información real obtenida del INEGI sobre el crecimiento de la población en México durante los años 1810 a 2010. La tabla está dividida en dos columnas en su parte izquierda se encuentran los años, donde se han tomado las muestras del número de habitantes, y en la columna derecha se muestra la cantidad de personas reportadas durante esos años.

3.- Una pregunta, que plantea una situación hipotética, la cual ha sido diseñada para que el estudiante cuestione la información presentada, la analice y en la siguiente parte plantee sus posibles soluciones. Con la pregunta se refiere a:

> "Si las condiciones se siguieran cumpliendo para los próximos años. ¿Cuál o cuáles de estas gráficas será la mejor para representar el aumento de la población en los próximos años? Argumente su respuesta en cada uno de los espacios disponibles."

4.- Varias gráficas que permitirán al estudiante darle sustento a las respuestas que ellos planteen. Dichas gráficas se han elaborado en el software GeoGebra y se describen a continuación:

Gráfica a. Muestra la representación gráfica de una función constante que se ha trazado en el primer cuadrante y que pasa por el punto *(2010,113)*. La función en cuestión es:

$$f(x) = 113$$

Gráfica b. Muestra la representación gráfica de una función lineal que se ha trazado en el primer cuadrante y que pasa por el punto *(2010,113)*. La función en cuestión es:

$$f(x) = \frac{113x}{2010}$$

Gráfica c. Muestra la representación gráfica de una función cuadrática que se ha trazado en el primer cuadrante y que pasa por el punto *(2010,113)*. La función en cuestión es:

$$f(x) = 113\left(\frac{x}{2010}\right)^2$$

Gráfica d. Muestra la representación gráfica de una función lineal que pasa por el punto *(2010, 113)*. La función en cuestión es:

$$f(x) = \frac{113x}{2010}$$

Algunas de las competencias que están presentes en este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Solución 1

Con respecto a cuál o cuáles de las gráficas será la mejor para representar el aumento de la población en los próximos años se puede decir que:

La gráfica a. no podrá representar el aumento de la población porque es una gráfica constante, lo cual dice que no habrá un aumento o disminución de personas, sino que ésta se mantendrá en los próximos años.

La gráfica b. puede representar el aumento de la población en los próximos años. Por las características de la gráfica, se observa cómo el número de personas aumenta de manera lineal y creciente.

La gráfica c. puede representar el aumento de la población, es una gráfica creciente, conforme los años pasan el número de personas aumenta de manera suave.

La gráfica d. no puede representar el aumento de la población, por el tipo de elementos que incluye, no tendría sentido hablar de población en años negativos.

Solución 2

Con respecto a cuál o cuáles de las gráficas será la mejor para representar el aumento de la población en los próximos años se puede decir que:

Ninguna gráfica puede representar el aumento de la población, ya que la tabla muestra:

Año	Millones de personas	Aumento
1810	6.1	
1820	6.2	$6.2 - 6.1 = .1$
1910	15.2	$15.2 - 6.2 = 9$
1921	14.3	$14.3 - 15.2 = -.9$
1970	48.2	$48.2 - 14.3 = 33.9$
1990	81.2	$81.2 - 48.2 = 33$
2000	97.5	$97.5 - 81.2 = 16.3$
2010	112.3	$112.3 - 97.5 = 14.8$

1.- Una disminución de personas durante 1910 y 1921, punto que no es considerado en ninguna de las gráficas.

2.- La tabla no establece alguna correspondencia entre los años de la muestra y las personas reportadas con respecto al aumento o disminución que se experimenta, por lo que las gráficas que se muestran no corresponden con los datos presentados.

Estrategias para responder el reactivo

1.- Identifique la pregunta clave que deberá contestar.

> "¿Cuál o cuáles de estas gráficas será la mejor para representar el aumento de la población en los próximos años?"

2.- Separe la información útil, en este caso la tabla, de los distractores.

3.- Responda la pregunta utilizando la información útil. La pregunta es abierta y solicita una reflexión, explique utilizando las gráficas mostradas.

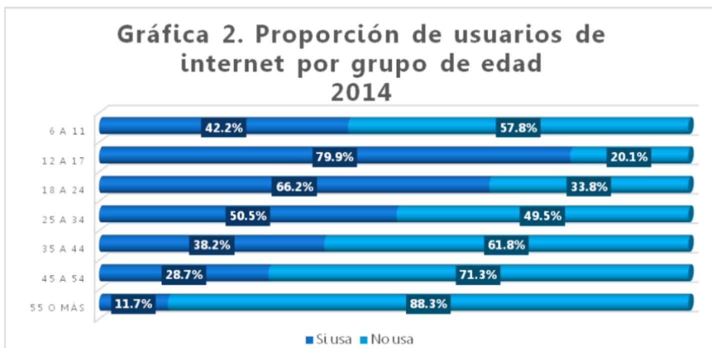
4.- Determine una respuesta razonada y fundamentada.

3.1.2 Sobre acceso a internet

En la era del conocimiento, el acceso a internet se encuentra asociado de manera importante con el nivel de estudios.

El 14 de mayo de 2015, el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) presentó un documento con tema: “Sus estadísticas a propósito del Día Mundial del Internet”, en él se muestran datos nacionales referentes al uso del internet.

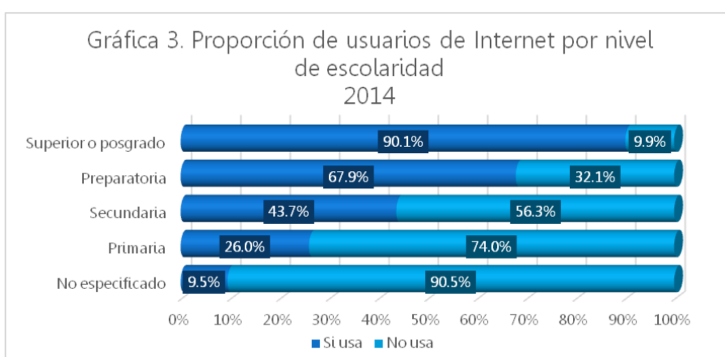
A continuación se presentan dos gráficas tomadas de este documento en donde se muestran tanto la proporción de usuarios de internet por grupo de edad como por nivel de escolaridad.



Fuente: MODUTIH, 2014

A partir del análisis de la Gráfica 2:

1.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 2?



Fuente: MODUTIH, 2014

A partir de la Gráfica 3:

2.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 3?

A partir de la Gráfica 2 y Gráfica 3:

3.-Proporcione alguna afirmación que integre la información de ambas tablas.

Descripción

Se plantea una situación de carácter extra matemático que tiene que ver con el acceso a internet, el reactivo muestra algunos datos nacionales que hacen referencia al uso del internet.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013b) el bloque que cubre este reactivo se encuentra dentro del programa de Matemáticas 2. El cual corresponde al:

- Bloque IX. Aplicas la estadística elemental.

Las partes que componen este reactivo son:

1.- Una declaración, que proporciona el contexto del reactivo así como detalles del lugar en donde se ha recopilado la información. Esta parte hace mención a:

> "En la era del conocimiento, el acceso a internet se encuentra asociado de manera importante con el nivel de estudios.
>
> El 14 de mayo de 2015, el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) presentó un documento con tema: "Sus estadísticas a propósito del Día Mundial del Internet", en él se muestran datos nacionales referentes al uso del internet.
>
> A continuación se presentan dos gráficas tomadas de este documento en donde se muestran tanto la proporción de usuarios de internet por grupo de edad como por nivel de escolaridad."

2.- Dos gráficas de barras apiladas, que presentan información real tomada de un documento que fue presentado por el INEGI en el año 2014 sobre datos nacionales referentes al uso del internet.

- La Gráfica 2 muestra la proporción de usuarios de internet por grupo de edad.
- La Gráfica 3 muestra la proporción de usuarios de internet por nivel de escolaridad.

3.- Tres preguntas, que solicitan algunas afirmaciones con respecto a las gráficas de barras apiladas presentes en el reactivo. Estas preguntas son:

> "A partir del análisis de la Gráfica 2:
>
> 1.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 2?

A partir de la Gráfica 3:

2.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 3?

A partir de la Gráfica 2 y Gráfica 3:

3.-Proporcione alguna afirmación que integre la información de ambas tablas.”

Algunas de las competencias que se han incorporado en este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Solución 1

Con respecto a la pregunta uno, las afirmaciones que se pueden dar a la Gráfica 2 son las siguientes:

- Entre los 6 y 11 años, el 42.2% de esta población hace uso del internet contra un 57.8% que afirma no haber utilizado el internet.
- Entre los 12 y 17 años, el 79.9% de esta población hace uso del internet contra un 20.1% que afirma no haber utilizado el internet.
- Entre los 18 y 24 años, el 66.2% de esta población hace uso del internet contra un 33.8% que afirma no haber utilizado el internet.
- Entre los 25 y 34 años, el 50.5% de esta población hace uso del internet contra un 49.5% que afirma no haber utilizado el internet.

- Entre los 35 y 44 años, el 38.2% de esta población hace uso del internet contra un 64.8% que afirma no haber utilizado el internet.
- Entre los 45 y 54 años, el 28.7% de esta población hace uso del internet contra un 71.3% que afirma no haber utilizado el internet.
- En la población de 55 o más años, el 11.7% de esta población hace uso del internet contra un 88.3% que afirma no haber utilizado el internet.

Para la pregunta dos se puede declarar a partir de la Gráfica 3 que:

- De la población que no especificó los estudios con los que cuenta, el 9.5% afirma hacer uso del internet contra un 90.5% que no.
- De la población con educación primaria, el 26% afirma hacer uso del internet contra un 74% que no.
- De la población con educación secundaria, el 43.7% afirma hacer uso del internet contra un 56.3% que no.
- De la población cuya escolaridad es la del nivel medio superior, el 67.9% afirma hacer uso del internet contra un 32.1% que no.
- De la población con educación de nivel superior, el 90.1% afirma hacer uso del internet contra un 9.9% que no.

El tipo de afirmaciones que se pueden hacer en la pregunta tres y que involucren información de ambas gráficas, pueden ser las siguientes:

- Ocho de cada diez jóvenes entre 12 y 17 años con acceso a tecnologías digitales pueden estar formando parte de los usuarios de internet con educación primaria y que es del 26%, esto siempre y cuando hayan concluido sus estudios.
- Siete de cada diez jóvenes entre 18 y 24 años con acceso a tecnologías digitales pueden estar formando parte de los usuarios de internet que cuentan con estudios de nivel medio superior (68%) o superior (90%), siempre y cuando hayan concluido sus estudios.

Solución 2

Con respecto a la pregunta 1, las afirmaciones que se pueden dar a la Gráfica 2 son las siguientes:

- De la población que se encuentra entre los 6 y 11 años, cuatro de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- De la población que se encuentra entre los 12 y 17 años, ocho de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- De la población que se encuentra entre los 18 y 24 años, siete de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- De la población que se encuentra entre los 25 y 34 años, cinco de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- De la población que se encuentra entre los 35 y 44 años, cuatro de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- De la población que se encuentra entre los 45 y 54 años, tres de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- En la población de 55 o más años, uno de cada diez afirma haber incorporado el uso del internet en sus actividades.

Para la pregunta dos se puede declarar a partir de la Gráfica 3 que:

- De la población que no especificó los estudios con los que cuenta, uno de cada diez afirma haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- De la población con educación primaria, tres de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- De la población con educación secundaria, cuatro de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- De la población cuya escolaridad es la del nivel medio superior, siete de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.
- De la población con educación de nivel superior, nueve de cada diez afirman haber incorporado el uso del internet en sus actividades.

El tipo de afirmaciones que se pueden hacer en la pregunta tres y que involucren información de ambas gráficas, pueden ser las siguientes:

- Ocho de cada diez jóvenes entre 12 y 17 años con acceso a tecnologías digitales pueden estar formando parte de los usuarios de internet con educación primaria y que es del 26%, esto siempre y cuando hayan concluido sus estudios.

- Siete de cada diez jóvenes entre 18 y 24 años con acceso a tecnologías digitales pueden estar formando parte de los usuarios de internet que cuentan con estudios de nivel medio superior (68%) o superior (90%), siempre y cuando hayan concluido sus estudios.

Solución 3

Con respecto a la pregunta uno, las afirmaciones que se pueden dar a la Gráfica 2 son las siguientes:

- El acceso al internet es predominante entre la población joven del país: de los 12 a los 17 años, el 80% se declaró usuaria de internet.
- Entre los niños de 6 a 11 años, aunque sólo el 42.2% se declaró usuario de internet este porcentaje se espera que crezca con rapidez.
- Se observa que la proporción decae conforme aumenta la edad, dato que es evidente después de los 17 años.
- La adopción de la población mayor, de 55 o más años, es pequeña, sólo uno de cada diez se declaró usuaria de internet.

Para la pregunta dos se puede declarar a partir de la Gráfica 3 que:

- La adopción del internet aumenta por parte de la población conforme el nivel educativo es más alto.

El tipo de afirmaciones que se pueden hacer en la pregunta tres y que involucren información de ambas gráficas pueden ser las siguientes:

- Ocho de cada diez jóvenes entre 12 y 17 años con acceso a tecnologías digitales pueden estar formando parte de los usuarios de internet que cuentan con estudios de primaria y que es del 26%, esto siempre y cuando hayan concluido sus estudios.
- Siete de cada diez jóvenes entre 18 y 24 años con acceso a tecnologías digitales pueden estar formando parte de los usuarios de internet que cuentan con estudios de nivel medio superior (68%) o superior (90%), siempre y cuando hayan concluido sus estudios.

Estrategias para responder el reactivo

1.- Identifique las preguntas clave que deberá contestar.

“1.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 2?

2.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 3?

3.-Proporcione alguna afirmación que integre la información de ambas gráficas.”

2.- Separe la información útil, en este caso las gráficas de barras apiladas, de los distractores.

3.- Responda las preguntas utilizando la información útil. Las preguntas son abiertas y solicitan algunas declaraciones, explique utilizando las gráficas de barras mostradas.

4.- Determine las respuestas que crea conveniente para el tipo de preguntas que se le solicita.

3.1.3 Sobre la gasolina

Los incrementos de los precios de los combustibles son un factor de presión en la inflación, ya que acarrean incrementos directos en los precios del transporte, tanto de los pasajeros, como de las mercancías. Por ejemplo los tractores para la agricultura necesitan combustibles así como los barcos pesqueros, por lo que el aumento en los precios de los hidrocarburos tiene repercusiones directas en los costos de casi todos los sectores productivos con el consecuente aumento de precios de los productos finales.

A continuación se presenta la tabla del precio del litro de gasolina durante el año 2014 en México.

Precio del litro de Gasolina Magna durante el año 2014 en México	
Número de mes	Precio gasolina Magna
1	$12.32
2	$12.41
3	$12.50
4	$12.59
5	$12.68
6	$12.77
7	$12.86
8	$12.95
9	$13.04
10	$13.13
11	$13.22
12	$13.31

1.-Identifique la variable dependiente e independiente de la tabla y describa el comportamiento posible de la variable dependiente cuando aumenta el valor de la variable independiente.

2.- Si se preserva el aumento de los precios de Gasolina Magna para los siguientes años, ¿cómo establecería el precio de la gasolina en algún mes de un año determinado?

Descripción

En este reactivo se plantea una situación de carácter extra matemático que está relacionado con el incremento de los precios de los combustibles. En este reactivo se les ha proporcionado a los estudiantes una tabla donde puedan consultar los precios del litro de gasolina magna durante el año 2014.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013d) el bloque que cubre este reactivo se encuentra dentro del programa de Matemáticas 4, el cual corresponde al:

- Bloque I. Reconoces y realizas operaciones con distintos tipos de funciones.

Las partes que componen este reactivo son:

1.- Una declaración, que proporciona el contexto del reactivo. Ésta hace mención a:

> "Los incrementos de los precios de los combustibles son un factor de presión en la inflación, ya que acarrean incrementos directos en los precios del transporte, tanto de los pasajeros, como de las mercancías. Por ejemplo los tractores para la agricultura necesitan combustibles así como los barcos pesqueros, por lo que el aumento en los precios de los hidrocarburos tiene repercusiones directas en los costos de casi todos los sectores productivos con el consecuente aumento de precios de los productos finales."

2.- Una tabla, que presenta información real obtenida de PEMEX sobre el precio del litro de a Gasolina Magna durante el año 2014 en México. La tabla está dividida en dos columnas en su parte izquierda se muestran los meses del año y en la columna derecha se muestra el precio de la gasolina que corresponde al mes en cuestión.

3.- Dos preguntas, que solicitan la identificación de las variables dependiente e independiente para establecer una función que permita modelar el fenómeno presente. Las preguntas son:

> "1.-Identifica la variable dependiente e independiente de la tabla y describa el comportamiento posible de la variable dependiente cuando aumenta el valor de la variable independiente.
>
> 2.- Si se preserva el aumento de los precios de Gasolina Magna para los siguientes años, ¿cómo establecería el precio de la gasolina en algún mes de un año determinado?"

Algunas de las competencias que se requieren desplegar en este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Solución

Con respecto a la respuesta de la pregunta uno, primero se podría hacer un análisis de la tabla de la siguiente manera:

Se identifican los elementos involucrados y cómo se relacionan entre sí.

Precio del litro de Gasolina Magna durante el año 2014 en México		**Diferencia**
Número de mes	Precio gasolina Magna	
1	\$12.32	
2	\$12.41	$12.41 - 12.32 = .09$
3	\$12.50	$12.50 - 12.41 = .09$
4	\$12.59	$12.59 - 12.50 = .09$
5	\$12.68	$12.68 - 12.59 = .09$

6	\$12.77	$12.77 - 12.68 = .09$
7	\$12.86	$12.86 - 12.77 = .09$
8	\$12.95	$12.95 - 12.86 = .09$
9	\$13.04	$13.04 - 12.95 = .09$
10	\$13.13	$13.13 - 13.04 = .09$
11	\$13.22	$13.22 - 13.13 = .09$
12	\$13.31	$13.31 - 13.22 = .09$

Se observa conforme pasan los meses, un aumento en el precio de la gasolina de \$.09. Se tiene que el precio de la gasolina depende del mes en el que nos encontremos, estableciendo:

- Una variable dependiente que se llamará y y que se referirá al precio de la gasolina.
- Una variable independiente que se llamará x y que se referirá a un mes en cuestión.

Para la pregunta dos, se hace uso de los resultados obtenidos en la pregunta uno, esto con el propósito de establecer una función que me permita conocer el precio de la gasolina para cualquier mes. De las respuestas a la pregunta uno se puede establecer lo siguiente:

$$y = .09(x) + d$$

Donde *d* es un valor desconocido, si se toma el caso del primer mes de 2014 obtenemos lo siguiente:

$$12.32 = .09(1) + d$$

$$\rightarrow 12.32 - .09 = d$$

$$\rightarrow 12.23 = d$$

Con esto se obtiene la función que modela el aumento del precio de la gasolina y la respuesta a la pregunta dos.

$$y = .09(x) + 12.23$$

Estrategias para responder el reactivo

1.- Identifique las preguntas clave que deberá contestar.

> "1.-Identifica la variable dependiente e independiente de la tabla y describe el comportamiento posible de la variable dependiente cuando aumenta el valor de la variable independiente.

2.- Si se preserva el aumento de los precios de la Gasolina Magna para los siguientes años, ¿cómo establecerías el precio de la gasolina en algún mes de un año determinado?”

2.- Separe la información útil de los distractores.

3.- Responda las preguntas utilizando la información útil. Las preguntas solicitan la identificación de las variables dependiente e independiente para establecer una función que permita modelar el fenómeno presente.

4.- Haga un análisis de la tabla e incluya los resultados obtenidos en sus respuestas.

3.1.4 Ganancias para el cine

De acuerdo a la Procuraduría General del Consumidor (PROFECO) en México la entrada al cine cuesta en promedio 46.7 pesos. Se ha establecido por la Ley Federal de Cinematografía (LFC) que los precios en taquilla para Cinépolis y Cinemex serán los siguientes:

	Entrada	Precios
Cinemex	Adultos	$47
	Niños	$37
Cinépolis	Adultos	$47
	Niños	$37

Se ha decidido por parte de ambos cines mantener un monitoreo constante sobre las ganancias que se obtienen en las taquillas de estos.

En un día domingo se reportaron durante la apertura de los cines y pasados 20 minutos, las siguientes ganancias:

	Adultos	Niños	Ganancia acumulada
Cinemex	6	8	$578

Cinépolis	10	4	$618

1.-Si sabemos que existen alrededor de 8 Cinemex y 6 Cinépolis en Sonora, ¿Cuáles cree que serán las ganancias que se acumularán para ambos cines en un día viernes? Argumente su respuesta.

2.-Siendo el miércoles un día muy concurrido en los cines, ¿Cómo podría calcular las ganancias acumuladas en ambos cines, de acuerdo al número de adultos y niños que ingresaron a ellos? Argumente su repuesta.

Descripción

Este reactivo plantea una situación de carácter extra matemático. En este reactivo la palabra ganancia se refería al ingreso que obtenía cada cine. El reactivo está relacionado con los ingresos que obtienen dos cines. En este reactivo se ha proporcionado a los estudiantes dos tablas, una indica el precio de entrada al cine y la otra muestra un caso particular de ganancias obtenidas por parte de los cines.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013a) los bloques que cubre este reactivo se encuentra dentro del programa de Matemáticas 1, los cuales corresponden al:

- Bloque VI. Resuelves ecuaciones lineales I.
- Bloque VII. Resuelves ecuaciones lineales II.

Las partes que componen este reactivo son:

1.- Una declaración, que proporciona el contexto del reactivo. Ésta hace mención a:

> "De acuerdo a la Procuraduría General del Consumidor (PROFECO) en México la entrada al cine cuesta en promedio 46.7 pesos."

2.- Una situación hipotética, en la que gira todo el reactivo y que tiene que ver con lo precios que ha establecido la Ley Federal de Cinematografía (LFC) para Cinemex y Cinépolis

3.- Dos tablas, que forman parte de la situación hipotética. La primera tabla muestra:

- En su primera columna, los logos de los cines utilizados.
- En la segunda columna, el tipo de cliente del que se reportaran las ganancias.

- En la tercera columna, el precio de cada uno de los clientes considerados en este problema.

La segunda tabla muestra un caso particular de ganancias obtenidas por parte de los cines.

4.- Dos preguntas, éstas solicitan una manera de calcular las ganancias para ambos cines en dos días diferentes. Las preguntas son:

> "1.-Si sabemos que existen alrededor de 8 Cinemex y 6 Cinépolis en Sonora, ¿Cuáles cree que serán las ganancias que se acumularán para ambos cines en un día viernes? Argumente su respuesta.
>
> 2.-Siendo el miércoles un día muy concurrido en los cines, ¿Cómo podría calcular las ganancias acumuladas en ambos cines, de acuerdo al número de adultos y niños que ingresaron a ellos? Argumente su repuesta."

Algunas de las competencias que se requieren desarrollar al trabjar en este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

Solución

Primero se sabe que se cuenta con dos tablas:

- La primera proporciona el precio de entrada para algunos clientes.
- La segunda reporta algunas ganancias obtenidas en 20 min.

De la segunda tabla podemos suponer que los datos obtenidos tanto para Cinemex como Cinépolis han sido de un establecimiento, para cada uno, esto por el número de clientes que afirman haber ingresado en los 20 minutos. Los datos que se presentan en la segunda tabla son:

- En el caso de Cinemex, han entrado 6 adultos, 5 niños y se ha reportado una ganancia de \$578.
- En el caso de Cinépolis, han entrado 10 adultos, 4 niños y se ha reportado una ganancia de \$618.

Se sabe de la tabla uno que el precio de entrada, para ambos cines, en el caso de los adultos es de \$47 y para los niños de \$37.

De estos dos resultados se observa que:

$(47)6 + (37)8 = 578$ (Ganancia para Cinemex)

$(47)10 + (37)4 = 618$ (Ganancia para Cinépolis)

Así se ve como las ganancias para ambos cines depende del número de clientes que ingresen a éstos.

Con esto en mente se puede trabajar con la pregunta uno. De los resultados encontrados con anterioridad se puede decir que las ganancias obtenidas, tanto para Cinemex como para Cinépolis, estarán dadas por el siguiente sistema (1):

$$47(x_1) + 37(y_1) = c_1$$
$$47(x_2) + 377(y_2) = c_2$$

Siendo,

- Para un establecimiento de Cinemex, x_1 y y_1 el número de clientes que ingreso y $c_1$las ganancias que obtuvo.
- Para un establecimiento de Cinépolis, x_2 y y_2 el número de clientes que ingreso y c_2 las ganancias que obtuvo.

Se puede agregar en la pregunta 1 que el número de personas que ingresen a alguno de los dos cines después de pasados 20 minutos de la apertura en viernes puede ser menor al reportado en el domingo, esto porque en viernes tanto los adultos como los niños tienen responsabilidades, dígase trabajo, escuela etc. Lo que sí se puede decir es que x_1, x_2, y_1 , y_2 debe ser un número finito y por lo tanto las ganancias obtenidas serán finitas.

Para la respuesta a la segunda pregunta se utiliza el sistema encontrado (1).

Estrategias para responder el reactivo

1.- Identifique las preguntas clave que deberá contestar.

> "1.-Si sabemos que existen alrededor de 8 Cinemex y 6 Cinépolis en Sonora, ¿Cuáles cree que serán las ganancias que se acumularán para ambos cines en un día viernes? Argumente su respuesta.
>
> 2.-Siendo el miércoles un día muy concurrido en los cines, ¿Cómo podría calcular las ganancias acumuladas en ambos cines, de acuerdo al número de adultos y niños que ingresaron a ellos? Argumente su repuesta."

2.- Separe la información útil, en este caso las tablas, de los distractores.

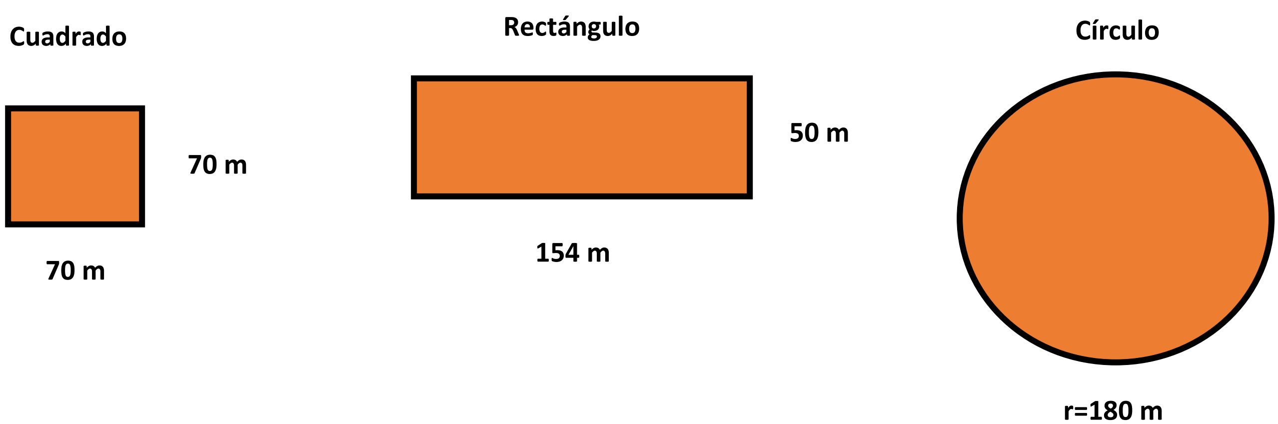
3.- Responda las preguntas utilizando la información útil. Las preguntas son abiertas y solicitan algunas declaraciones sobre la manera de calcular ganancias para ambos cines en dos días diferentes.

4.- Argumente las respuestas que crea convenientes para el tipo de preguntas que se solicita.

3.1.5 Planificación urbana

Se desea reconstruir algunas calles al poniente de la ciudad de Hermosillo, se ha escogido para ello una zona cercana al Aeropuerto Internacional General Ignacio Pesqueira García que es la siguiente:

Ubicada al norte de la Privada Quinta Emilia, dicha zona rectangular será remodelada para esto se encuentran disponibles tres tipos de diseños para los terrenos con sus respectivas medidas y precios:



Diseño	Precio por m^2
Cuadrado	\$10
Rectángulo	\$18
Círculo	\$7

Los terrenos que deberán construirse tendrán que cumplir con ciertas características:

- Cubrir la mayor cantidad de terreno disponible utilizando más de un terreno de un único diseño.
- Dejar disponible espacios para la construcción de pavimentos donde transiten los autos.
- Hacer el menor gasto posible.

¿Cuál o cuáles de los diseños presentados pueden cumplir con estas características? Argumente su respuesta.

Descripción

Este reactivo plantea una situación de carácter extra matemático que está relacionado con planificación urbana. Se muestran varias imágenes que ayudan a establecer la situación problemática.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013b) los bloques que cubren este reactivo se encuentran dentro del programa de Matemáticas 2, los cuales corresponden con:

- Bloque IV. Reconoces las propiedades de los polígonos.
- Bloque V. Reconoces las propiedades de la circunferencia.

Las partes que componen este reactivo son:

1.- Declaraciones, que proporcionan el contexto para el reactivo. Estas declaraciones son:

> "Se desea reconstruir algunas calles al poniente de la ciudad de Hermosillo, se ha escogido para ello una zona cercana al Aeropuerto Internacional General Ignacio Pesqueira García que es la siguiente:
> Ubicada al norte de la Privada Quinta Emilia, dicha zona rectangular será remodelada para esto se encuentran disponibles tres tipos de diseños para los terrenos con sus respectivas medidas y precios:"

2.- Una imagen de un terreno ubicado en la ciudad de Hermosillo, que se obtuvo de la página de Google Maps. La imagen establece la zona que será remodelada.

3.- Tres figuras geométricas, que corresponden a los diseños de los terrenos que se van a utilizar en el reactivo.

4.- Una tabla, que muestra los precios de cada uno de los diseños disponibles. Dividido en dos columnas, la columna izquierda de la tabla muestra los diseños disponibles y la columna derecha muestra el precio de cada uno de los diseños.

5.- Una pregunta, que solicita la selección de uno o más diseños que puedan cumplir con ciertas características. La pregunta y las características se presentan de la siguiente manera:

> "Los terrenos que deberán construirse tendrán que cumplir con ciertas características:
>
> - Cubrir la mayor cantidad de terreno disponible utilizando más de un terreno de un único diseño.
> - Dejar disponible espacios para la construcción de pavimentos donde transiten los autos.
> - Hacer el menor gasto posible.
>
> ¿Cuál o cuáles de los diseños presentados pueden cumplir con estas características? Argumente su respuesta."

Algunas de las competencias que se requiere poner en acción en este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Solución

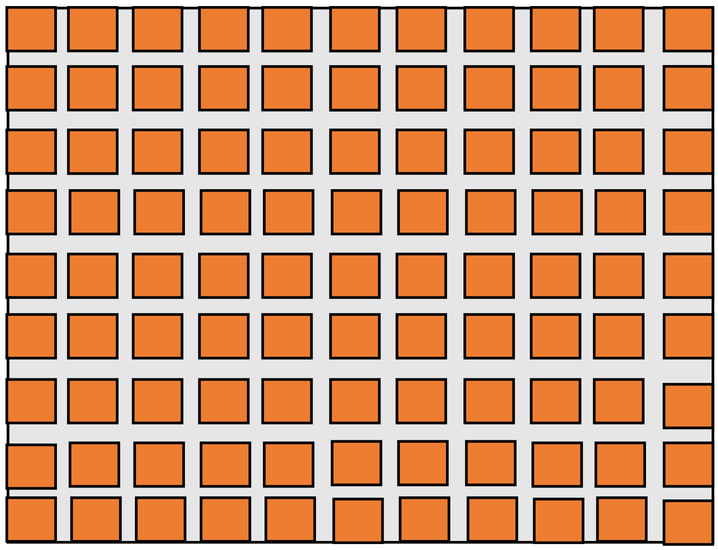
Para contestar la pregunta del reactivo, se podría analizar cómo los diseños de los terrenos (figuras geométricas) se corresponden con la zona que se ha asignado para remodelar.

De la zona que se ha escogido para trabajar se puede decir que esta posee un área de 569,500 m^2. Ahora analizando cada uno de los diseños:

- Comenzando por el cuadrado, se observa como en la zona a remodelar:

- Con respecto a su base, caben 11 cuadrados dejando un espacio entre cuadrado y cuadrado de 8 metros. Los espacios de 8 metros van a formar parte de los pavimentos donde transitarán los autos.
- Con respecto a su altura, caben 9 cuadrados dejando un espacio entre cuadrado y cuadrado de 5 metros. Los espacios de 5 metros van a formar parte de los pavimentos donde transitarán los autos.

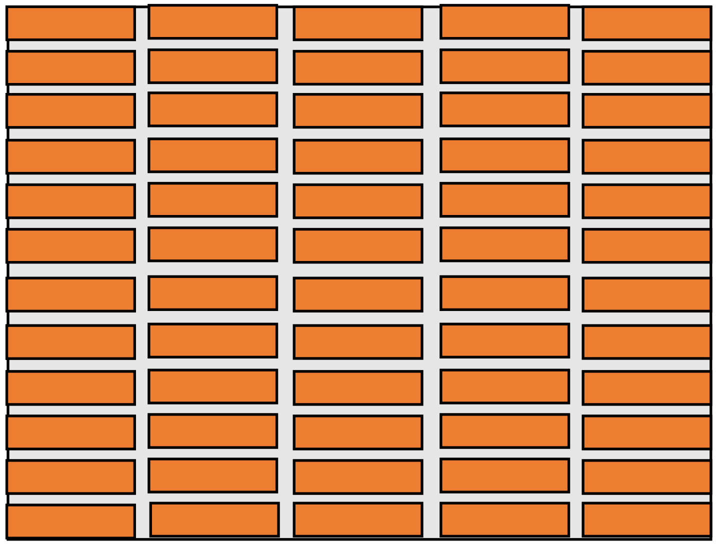
El siguiente dibujo expresa la idea de cómo se está cubriendo la zona con estos cuadrados.



De esta manera se puede casi cubrir la zona con un total aproximado de 99 cuadrados de 70 metros de lado cada uno, el área total que se está utilizando dentro de la zona es de 485,100 m^2. El gasto que se ha hecho por área total utilizada ha sido de $4, 851,000.00

- Siguiendo por el rectángulo, se observa como en la zona a remodelar:
  - Con respecto a su base, caben 5 rectángulos dejando un espacio entre rectángulo y rectángulo de 20 metros. Los espacios de 20 metros van a formar parte de los pavimentos donde transitarán los autos.
  - Con respecto a su altura, caben 12 rectángulos dejando un espacio entre rectángulo y rectángulo de 6 metros. Los espacios de 6 metros van a formar parte de los pavimentos donde transitarán los autos.

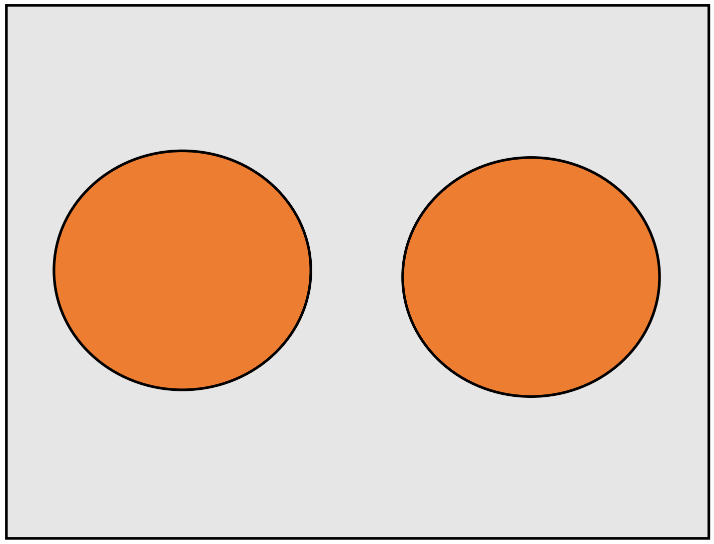
El siguiente dibujo expresa la idea de cómo se está cubriendo la zona con estos rectángulos.



De esta manera se puede casi cubrir la zona con un total aproximado de 60 rectángulos, el área total que se está utilizando dentro de la zona es de 462,000 m^2. El gasto que se ha hecho por área total utilizada ha sido de $8, 316,000.

- Y terminando con el círculo, se observa como en la zona a remodelar:
  - Con respecto a su base, caben aproximadamente 2 círculos dejando un espacio entre círculo y círculo de 130 metros. Los espacios de 130 metros van a formar parte de los pavimentos donde transitarán los autos.
  - Con respecto a su altura, cabe 1 círculo porque la suma de los diámetros de dos círculos es de 720 metros cantidad que es mayor al de la altura de la zona.

El siguiente dibujo expresa la idea de cómo se está cubriendo la zona con estos círculos.



De esta manera se ve que no se puede cubrir la zona con un total aproximado de 2 círculos de 180 metros de radio, el área total que se está utilizando dentro de la zona es de aproximadamente de 101,788 m^2. El gasto que se ha hecho por área total utilizada ha sido de $712,516.

Diseño	Gasto total	Área total cubierta	Área sobrante de la zona
Cuadrado	$4,851,000	485,100 m^2	84,400 m^2
Rectángulo	$8,316,000	462,000 m^2	107,500 m^2
Círculo	$712,516	101,788 m^2	467,712 m^2

Por estos resultados, el diseño que cumple con todas las características es del cuadrado.

Estrategias para responder el reactivo

1.- Identifique la pregunta y las características claves que deberá contestar.

"Los terrenos que deberán construirse tendrán que cumplir con ciertas características:

- Cubrir la mayor cantidad de terreno disponible utilizando más de un terreno de un único diseño.
- Dejar disponible espacios para la construcción de pavimentos donde transiten los autos.

- Hacer el menor gasto posible.

¿Cuál o cuáles de los diseños presentados pueden cumplir con estas características? Argumente su respuesta.”

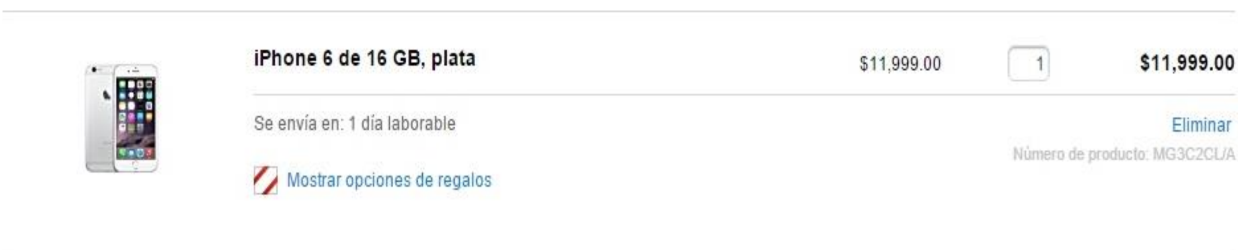
2.- Separe la información útil de los distractores. En este reactivo se cuenta con una variedad de información: una zona donde se va a trabajar, algunos diseños que van interactuar de alguna manera con la zona y una tabla de precios para los diseños.

3.- Responda la pregunta utilizando la información útil. La pregunta es abierta y solicita la selección de uno o más diseños que puedan cumplir con las características presentes en el problema. Tenga en cuenta las propiedades de área y perímetro para diferentes figuras en todo momento.

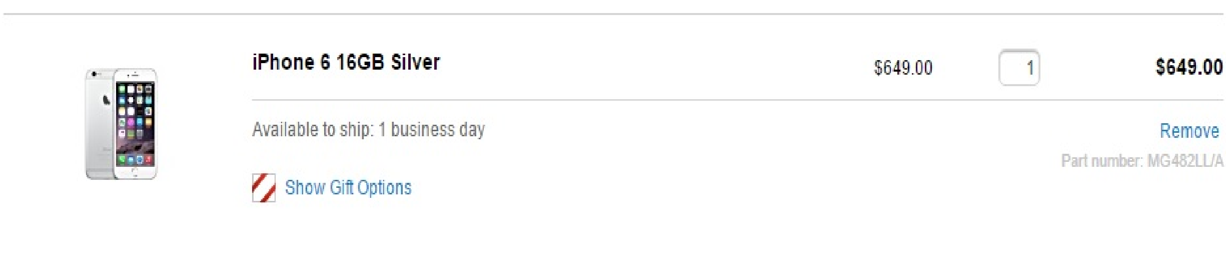
4.- Incorpore detalles o algunos dibujos que crea necesarios, para aclarar de mejor manera las respuestas dadas.

3.1.6 Compras de gama alta

De acuerdo a la página oficial de Apple un iPhone 6 en México puede costar como mínimo:



Mientras, en los Estados Unidos de América:



Para el 6 de julio de 2015 y según datos oficiales del Banco de México, el cambio del dólar fue de 15.69 pesos.

Si agregamos además el tax o impuesto por producto en los Estados Unidos de América que es de 5.6% sobre el valor de este. 1.- ¿Dónde conviene más comprar este tipo de productos? Argumente su respuesta.

Descripción

Este reactivo plantea una situación de carácter extra matemático que está relacionado con la comparación de precios de un producto en dos lugares distintos. Se muestran varias imágenes que ayudan a establecer la situación problemática, ya que éstas proporcionan los precios del producto.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013a) el bloque que cubre este reactivo se encuentra dentro del programa de Matemáticas 1, el cual corresponde al:

- Bloque I. Resuelves problemas aritméticos y algebraicos.

Las partes que componen este reactivo son:

1.- Dos imágenes, que proporcionan el precio de un terminal iPhone 6 en una tienda virtual de Mèxico y en una de Estados Unidos de América.

2.- Una declaración, que proporciona información del cambio de dólar a pesos del dia 6 de julio de 2015 y presenta el impuesto por producto en los Estados Unidos de América.

3.- Una pregunta, que solicita se establezca el mejor lugar, de acuerdo a la información presentada, para comprar un iPhone 6.

Algunas de las competencias que se requerieren poner en acción al enfrentar este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Solución 1

Para saber dónde conviene comprar un iPhone 6, primero se analizan los precios que se presentan en el problema. Se tiene que:

- Una tienda virtual de Apple aquí en México, el precio de un iPhone 6 de 16 GB sale en $11,999 pesos.
- Una tienda virtual de Apple en Estados Unidos de América, el precio de un iPhone 6 de 16 GB sale en $649 dólares.

Se sabe que el 6 de julio de 2015, según el Banco de México, el cambio del dólar fue de 15.69 pesos. Además se cuenta con el impuesto por producto en los Estados Unidos de América que es de 5.6% sobre el valor del producto. Con esta información se obtiene que el precio de un iPhone 6 en una tiende de Estados Unidos de América es de:

$$649 * 1.056 = 685.344$$

Con el cambio de dólar a pesos, el precio del producto será de:

$$685.344 * 15.69 = 10{,}753.047$$

Con estos resultados se puede hacer una comparativa de la siguiente manera:

Producto	País	Precio en pesos
iPhone 6	México	$11,999
	Estados Unidos de América	$10,753.047

Por lo tanto, convenía comprar un iPhone 6 en los Estados Unidos de América el día 6 de julio de 2015, con el cambio en el precio del dólar, al día de hoy el resultado podría ser distinto.

Solución 2

Para saber dónde conviene comprar un iPhone 6, primero se analizan los precios que están presente en el problema. Se tiene que:

- Una tienda virtual de Apple aquí en México, el precio de un iPhone 6 de 16 GB sale en $11,999 pesos.
- Una tienda virtual de Apple en Estados Unidos de América, el precio de un iPhone 6 de 16 GB sale en $649 dólares.

Se sabe que el 6 de julio de 2015, según el Banco de México, el cambio del dólar fue de 15.69 pesos. Además se cuenta con el impuesto por producto en los Estados Unidos de América que es de 5.6% sobre el valor del producto. Con esta información se obtiene que el precio de un iPhone 6 en una tiende de Estados Unidos de América es de:

$$649 * 1.056 = 685.344$$

Con el cambio de dólar a pesos, el precio del producto será de:

$$685.344 * 15.69 = 10{,}753.047$$

Con estos resultados se puede hacer una comparativa de la siguiente forma:

Producto	País	Precio en pesos
iPhone 6	México	$11,999
	Estados Unidos de América	$10,753.047

Lo que podría significar que conviene más comprar un iPhone 6 en Estados Unidos de América, pero depende donde te encuentres, puede que le convenga más a alguien que viva cerca de la frontera con Estados Unidos de América adquirir el iPhone 6 que para alguien que vive lejos de ella, aumenta el valor del producto por los gastos agregados: transporte o si viajas en auto la gasolina que hay que pagar.

Estrategias para responder el reactivo.

1.- Identifique la pregunta clave que deberá contestar.

"1.- ¿Dónde conviene más comprar este tipo de productos? Argumente su respuesta."

2.- Separe la información útil de los distractores. Este problema cuenta con dos imágenes que muestran el precio de un iPhone 6 y algunas declaraciones que pretenden ayudar a entender el valor del producto que se presenta en dólares.

3.- Responda la pregunta utilizando la información útil. La pregunta es abierta y solicita el consejo del mejor lugar, con base en la información presentada, para adquirir el iPhone 6.

4.- Reflexione su respuesta con la información presentada así como datos personales con los que cuente.

3.1.7 Redes sociales

En la era del conocimiento, el acceso a internet se encuentra asociado de manera importante con el nivel de estudios. Es por ello que clasificar la información recopilada para presentarla de manera clara es necesario.

De acuerdo a la revista FORBES, México se encuentra por encima del promedio de América Latina en el uso de social media, con un alcance del 98.2 de los usuarios de Internet, mientras que el promedio de la región es de 95.8.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos de un cuestionario aplicado a un grupo de personas.

			Red social más utilizada			
	Edad	Sexo	Facebook	Twitter	Instagram	No utilizan
Encuestado 1	21	Femenino	X			
Encuestado 2	22	Femenino	X			
Encuestado 3	23	Femenino	X			
Encuestado 4	22	Masculino	X			
Encuestado 5	22	Masculino	X			
Encuestado 6	22	Masculino	X			
Encuestado 7	23	Femenino				X
Encuestado 8	22	Femenino	X			
Encuestado 9	21	Masculino	X			
Encuestado 10	22	Femenino	X			
Encuestado 11	21	Masculino				X
Encuestado 12	24	Masculino	X			

1.- A partir de la información obtenida, construya una gráfica que le permita identificar el comportamiento de los datos en la tabla.

2.- Una vez construida la gráfica. ¿Qué tipo de observaciones puede hacer sobre la tabla que no pueda hacer en la gráfica? Argumente su respuesta.

3.- ¿Cuáles son las limitaciones presentadas en la tabla que pueden afectar la veracidad de la información?

Descripción.

Se plantea una situación de carácter extra matemático que tiene que ver con la aceptación de las redes sociales, el reactivo muestra una tabla donde se presentan los resultados de una encuesta realizada a algunos estudiantes de matemáticas de una universidad pública.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013b) el bloque que cubre este reactivo se encuentra dentro del programa de Matemáticas 2. El cual corresponde al:

- Bloque IX. Aplicas la estadística elemental.

Las partes que componen este reactivo son:

1.- Declaraciones, que proporcionan información sobre el acceso al internet y las redes sociales.

2.- Una tabla, que muestra los resultados de un cuestionario aplicado a algunos estudiantes de matemáticas de una universidad pública.

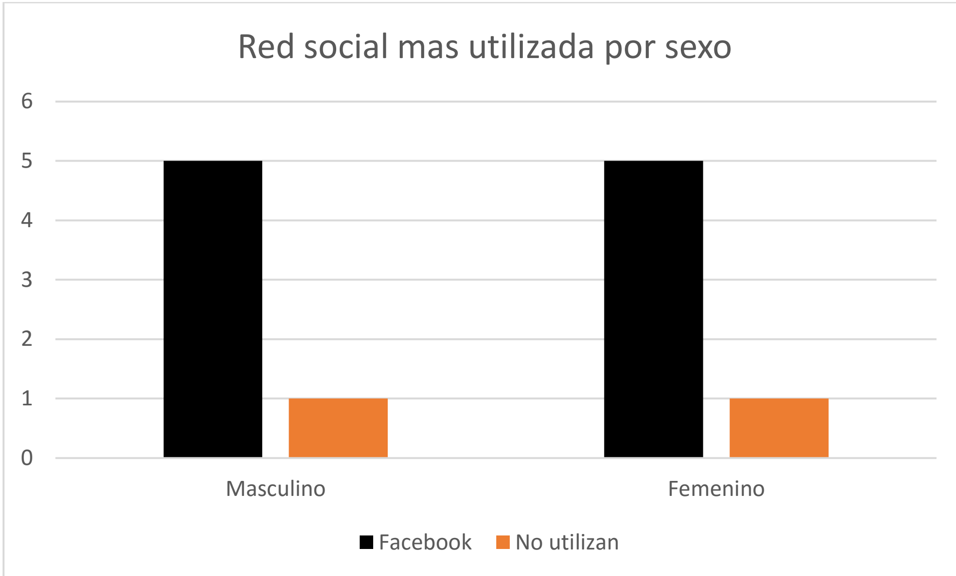
3.- Tres preguntas, que solicitan la construcción de un gráfico así como reflexiones acerca de las limitaciones de la gráfica y la tabla.

Algunas de las competencias que están presentes en este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Solución 1

Con respecto a la respuesta de la pregunta 1, una gráfica que se puede presentar con los datos mostrados en la tabla puede ser la siguiente:



Para la pregunta dos, se puede ver que la tabla presenta más datos que la gráfica expuesta en la pregunta uno. Se ha considerado en la tabla la edad de los encuestados, dato que no está presente en la gráfica.

Y finalmente, con la pregunta tres, las limitaciones que presentan la tabla pueden ser:

- Falta saber si los datos presentados son representativos en el País.
- Qué tipo de comunidad está representando.
- Si las encuestas son reales.

Solución 2.

Con respecto a la respuesta de la pregunta 1, una gráfica que se puede presentar con los datos mostrados en la tabla puede ser la siguiente:

Para la pregunta dos, se puede ver que la tabla presenta más datos que la gráfica expuesta en la pregunta uno. Se ha considerado además el sexo de los encuestados, lo cual provee mayor información de la muestra tomada, dato que no se ha considerado en la gráfica.

Y finalmente, con la pregunta tres, acerca de las limitaciones que presentan la tabla estas pueden ser:

- Falta saber si los datos presentados son representativos en el País.
- Qué tipo de comunidad está representando.
- Si las encuestas son reales.

Estrategias pata responder el reactivo.

1.- Identifique las preguntas claves que deberá contestar.

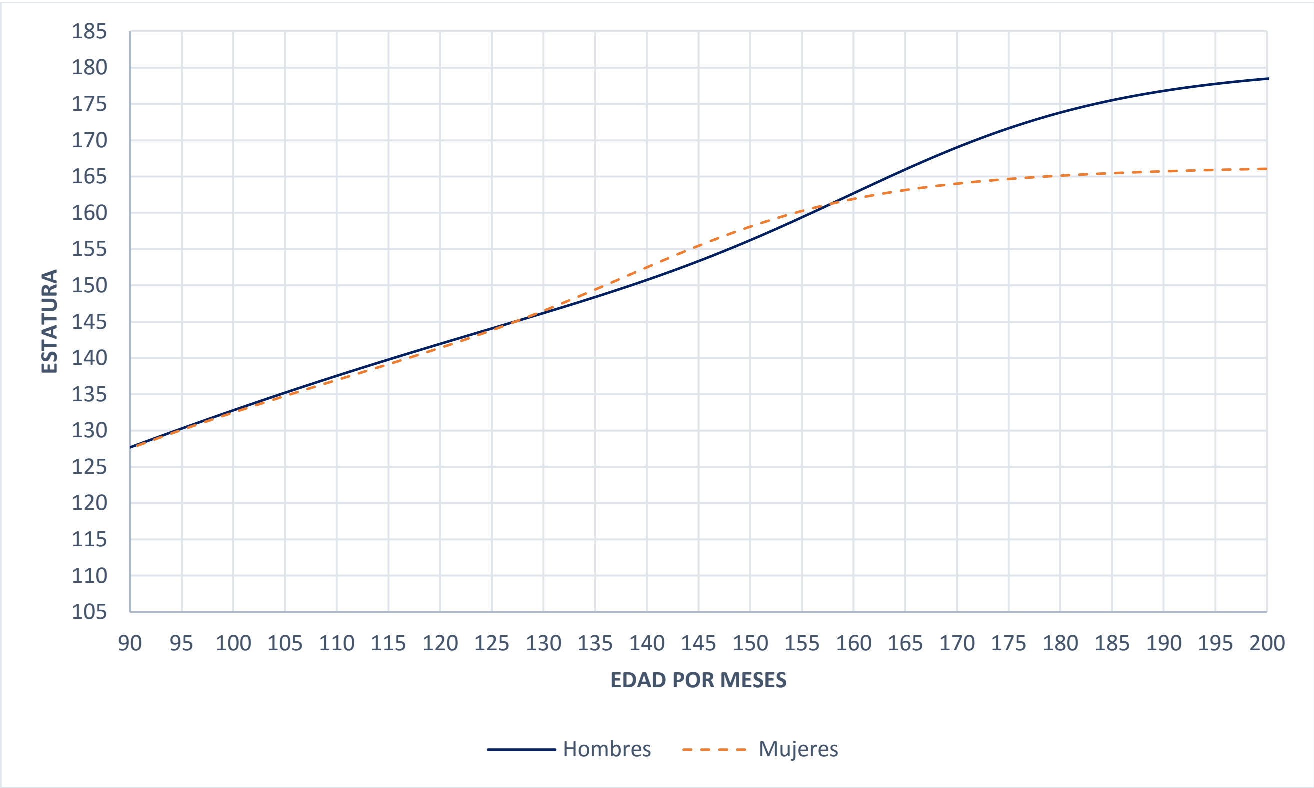
> “1.- A partir de la información obtenida, construya una gráfica que le permita identificar el comportamiento de los datos en la tabla.
>
> 2.- Una vez construida la gráfica. ¿Qué tipo de observaciones puede hacer sobre la tabla que no pueda hacer en la gráfica? Argumente su respuesta.
>
> 3.- ¿Cuáles son las limitaciones presentadas en la tabla que pueden afectar la veracidad de la información?”

2.- Separe la información útil, la tabla en este caso, de los distractores.

3.- Responda las preguntas utilizando la información útil. Las preguntas solicitan la construcción de un gráfico así como reflexiones acerca de las limitaciones que poseen la gráfica y la tabla.

3.1.8 Estatura de los jóvenes

En esta gráfica se muestra la estatura promedio de los jóvenes, hombres y mujeres de la parte norte de México.



http://www.cdc.gov/growthcharts/data_tables.htm

1.- Explique el crecimiento promedio de los hombres después de los 8 años.

2.- Explique el crecimiento promedio de las mujeres después de los 8 años.

3.- ¿Cuáles son las edades donde es notaria la diferencia de estaturas? Argumente su respuesta.

Descripción

Se plantea una situación de carácter extra matemático que tiene que ver con la estatura promedio de los jóvenes de la parte norte de México. El reactivo muestra una gráfica que presenta la estatura de hombres y mujeres.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013b) el bloque que cubre este reactivo se encuentra dentro del programa de Matemáticas 2. El cual corresponde al:

- Bloque IX. Aplicas la estadística elemental.

Las partes que componen este problema son:

1.- Una gráfica, que muestra la estatura promedio de los jóvenes a partir de siete años aproximadamente.

2.- Tres preguntas, que solicitan la explicación del crecimiento de los jóvenes así como las diferencias que existen entre éstos.

Algunas de las competencias que están presentes en este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Solución

La tabla muestra la estatura por meses cumplidos. Por lo que ocho años equivale a:

$$8x12 = 96 \text{ Meses}$$

Sobre la pregunta 1, el crecimiento promedio de los hombres después de los ocho años o 96 meses se mantiene levemente por encima de la mujer durante los posteriores 34 meses, una vez que el hombre ha cumplido sus 130 meses de vida, a partir de aquí y hasta los 157 meses aproximadamente la estatura de este está por debajo de la mujer, es después de los 157 meses cuando la estatura del hombre supera la estatura de la mujer y no vuelve a estar por debajo de ésta.

Continuando con la respuesta 2, el crecimiento promedio de las mujeres después de los ocho años o 96 meses se mantiene levemente por abajo del hombre durante los posteriores 34 meses, una vez que la mujer ha cumplido sus 130 meses de vida, a partir de aquí y hasta los 157 meses aproximadamente la estatura de la mujer se mantiene por encima de la estatura del hombre, es después de los 157 meses cuando la estatura de la mujer queda por debajo de la estatura del hombre y no vuelve a estar por encima de este.

Y finalmente, para la pregunta 3 tenemos que las edades con cambios notables en la estatura son aproximadamente en los 130 y 157 meses.

Estrategias para responder el reactivo

1.- Identifique las preguntas claves que deberá contestar.

> “1.- Explique el crecimiento promedio de los hombres después de los 8 años.
>
> 2.- Explique el crecimiento promedio de las mujeres después de los 8 años.
>
> 3.- ¿Cuáles son las edades donde es notaria la diferencia de estaturas? Argumente su respuesta.”

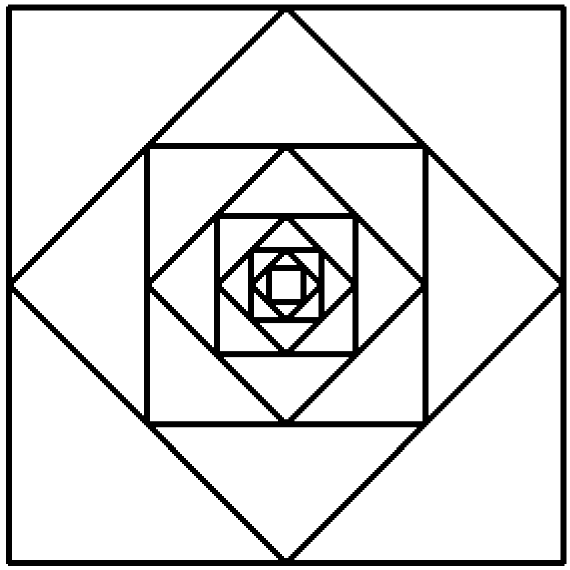
2.- Identifique y analice la gráfica que muestra la estatura promedio.

3.- Responda las preguntas utilizando la información recopilada de la gráfica. Las preguntas solicitan la explicación del crecimiento de los jóvenes así como las diferencias que existen entre éstos.

4.- Reflexione la última pregunta haciendo énfasis en los resultados presentados en las preguntas sobre el crecimiento promedio de hombres y mujeres.

3.1.9 Suma de cuadrados

Se tiene un primer cuadrado y a partir de él se construye un segundo cuadrado uniendo los puntos medios de los lados que conforman el primer cuadrado, y así sucesivamente, este proceso se repite infinitamente. La siguiente figura muestra la idea del proceso:



En teoría el ciclo nunca termina aun cuando la imagen muestre lo contrario, esto debido a que hablamos de un proceso infinito. ¿Cuánto vale la suma de las áreas de todos los cuadrados? Argumente su respuesta.

Si llamamos x a un lado del cuadrado más grande y consideramos al cuadrado más grande como el primer cuadrado.

1.- ¿Cuál sería el área de dicho cuadrado?

2.- ¿Cuál sería el área del segundo cuadrado?

3.- ¿Cómo sería el área del segundo cuadrado con respecto al primero?

4.- Si sumamos el área del primer y segundo cuadrado. ¿Cuál sería su resultado?

5.- Si continuamos con el proceso infinitamente ¿Cuál sería la suma de las áreas de todos los cuadrados? Argumente su respuesta.

Descripción

Se plantea una situación de carácter intra matemático que aborda el tema de la suma de las áreas de cuadrados inscritos. El reactivo muestra una imagen que plantea la idea del proceso.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013a) el bloque que cubre este reactivo se encuentra dentro del programa de Matemáticas 1. El cual corresponde al:

- Bloque III. Realiza sumas y sucesiones de números.

Las partes que componen este reactivo son:

1.- Una instrucción, que describe el proceso de los cuadrados inscritos. Esta parte hace referencia a:

> "Se tiene un primer cuadrado y a partir de él se construye un segundo cuadrado uniendo los puntos medios de los lados que conforman el primer cuadrado, y así sucesivamente, este proceso se repite infinitamente."

2.- Una imagen, que muestra la idea del proceso que se sigue para la construcción de los cuadrados inscritos.

3.- Seis preguntas, que solicitan entre otras cosas algunas propiedades de los cuadrados inscritos así como la suma de las áreas de todos éstos.

Algunas de las competencias requeridas para responder este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Solución 1

Una respuesta que se podría presentar es aquella en donde después de haber identificado la problemática central, se responda lo siguiente:

Si se llama L a un lado del cuadrado y A al área formada por el cuadrado más grande, entonces se tiene que:

$$A = L^2$$

Si se analiza el primer cuadrado inscrito dentro del cuadrado grande, vemos que sus lados se pueden definir de la siguiente manera:

$$L_2 = \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} \text{ (Por el teorema de Pitágoras)}$$

Siendo L_2 el lado del segundo cuadrado.

Entonces se tiene que $L_2 = \frac{L}{\sqrt{2}}$ lo que lleva a que el área del primer cuadrado inscrito será:

$$A_2 = L_2^2 = \left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{L^2}{2} = \frac{A}{2}$$

La mitad del cuadrado grande.

Si se analiza ahora el segundo cuadrado inscrito dentro del cuadrado grande.

$$L_3 = \sqrt{\left(\frac{L_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{L_2}{2}\right)^2} \text{ (Por el teorema de Pitágoras)}$$

Siendo L_2 el lado del segundo cuadrado.

Entonces se tiene que $L_2 = \frac{L_2}{\sqrt{2}}$ lo que lleva a que el área del segundo cuadrado inscrito será:

$$A_3 = L_3^2 = \left(\frac{L_2}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{L_2^2}{2} = \frac{\frac{L^2}{2}}{2} = \frac{L^2}{4} = \frac{A}{4}$$

Por consiguiente el área del tercer cuadrado inscrito será de:

$$A_4 = L_4^2 = \frac{\frac{L^2}{4}}{2} = \frac{L^2}{8} = \frac{A}{8}$$

Esto lleva a que la suma de los primeros cuatro cuadrados será de:

$S_4 = A + A_2 + A_3 + A_4 = A + \frac{A}{2} + \frac{A}{4} + \frac{A}{8} = A\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = A\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3}\right) \approx A(2)$ (aproximadamente)

Si ahora se llama S_n la suma de los primeros *n* cuadrados se tendrá que:

$$S_n = A + A_2 + \cdots + A_n = A + \frac{A}{2} + \cdots + \frac{A}{2^{n-1}} = A\left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}\right) = A\left(\sum_{i=0}^{n-1}\left(\frac{1}{2}\right)^i\right)$$

Como se habla de un proceso infinito entonces se tiene que $n \to \infty$ por lo que

$S_n = A\left(\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^i\right) = A\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots\right) = 2A.$

Solución 2

Con respecto a la pregunta uno, el área del cuadrado sería

$$A = x^2$$

Para la pregunta dos, sea l el lado que se desea conocer de este segundo cuadrado. Como se sabe que el segundo cuadrado se construyó uniendo los puntos medios de los lados que conforman el primer cuadrado, se tiene que:

$$l = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2x^2}{4}} = \sqrt{\frac{x^2}{2}}$$

Por lo tanto el área del segundo cuadrado será:

$$A_2 = l^2 = \left(\sqrt{\frac{x^2}{2}}\right)^2 = \frac{x^2}{2} = \frac{A}{2}$$

Lo que significa que el área del segundo cuadrado es la mitad del área del cuadrado original y con esto se tiene la respuesta a la pregunta tres.

Después para la pregunta cuatro, si se suma el área del primer cuadrado con el área del segundo cuadrado se tendrá que:

$$A_t = A + A_2 = A + \frac{A}{2} = A\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3A}{2}$$

Finalmente, para la respuesta de la pregunta cinco se puede encontrar una relación entre los diferentes cuadrados, de esta manera para el caso del área del tercer cuadrado se tendrá que:

$$A_3 = \frac{A_2}{2} = \frac{\frac{A}{2}}{2} = \frac{A}{4}$$

y así sucesivamente para los siguientes cuadrados, de esta manera se tendrá que la suma total será:

$$A_t = A + A_2 + A_3 + A_4 + \cdots = A + \frac{A}{2} + \frac{A}{4} + \frac{A}{8} + \cdots = A\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots\right)$$

Por lo que al sumar todas esas cantidades un número finito de veces, se verá como está se acerca a 2, obteniendo de esta manera que:

$$A_t = A(2) = 2A$$

La suma de las áreas de los cuadrados será el doble de área del cuadrado original.

Solución 3.

Con respecto a la pregunta uno el área del cuadrado sería

$$A = x^2$$

Para la pregunta dos, el área del segundo cuadrado se podría obtener de la resta del área del cuadrado más grande y el área total de los triángulos rectángulos. De esta manera se tendría algo como:

$$A_2 = A - 4(\frac{x^2}{8})$$

Por lo que el área del segundo cuadrado será:

$$A_2 = A - 4(\frac{A}{8}) = \frac{A}{2}$$

Lo que significa que el área del segundo cuadrado es la mitad del área del cuadrado original y con esto se tiene la respuesta a la pregunta tres.

Después para la pregunta cuatro, si se suma el área del primer cuadrado con el área del segundo cuadrado se tendrá que:

$$A_t = A + A_2 = A + \frac{A}{2} = A\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3A}{2}$$

Finalmente, para la respuesta de la pregunta cinco se puede encontrar una relación entre los diferentes cuadrados, de esta manera para el caso del área del tercer cuadrado se tendrá que:

$$A_3 = \frac{A_2}{2} = \frac{\frac{A}{2}}{2} = \frac{A}{4}$$

y así sucesivamente para los siguientes cuadrados, de esta manera se tendrá que la suma total será:

$$A_t = A + A_2 + A_3 + A_4 + \cdots = A + \frac{A}{2} + \frac{A}{4} + \frac{A}{8} + \cdots = A\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots\right)$$

Por lo que al sumar todas esas cantidades un número finito de veces, se verá como está se acerca a 2, obteniendo de esta manera que:

$$A_t = A(2) = 2A$$

La suma de las áreas de los cuadrados será el doble de área del cuadrado original.

Estrategias para responder el reactivo

1.- Identifique las preguntas claves que deberá contestar, tiene dos opciones:

La primera es responder la pregunta:

"¿Cuánto vale la suma de las áreas de todos los cuadrados? Argumente su respuesta."

La segunda opción es responder las preguntas:

"1.- ¿Cuál sería el área de dicho cuadrado?

2.- ¿Cuál sería el área del segundo cuadrado?

3.- ¿Cómo sería el área del segundo cuadrado con respecto al primero?

4.- Si sumamos el área del primer y segundo cuadrado. ¿Cuál sería su resultado?

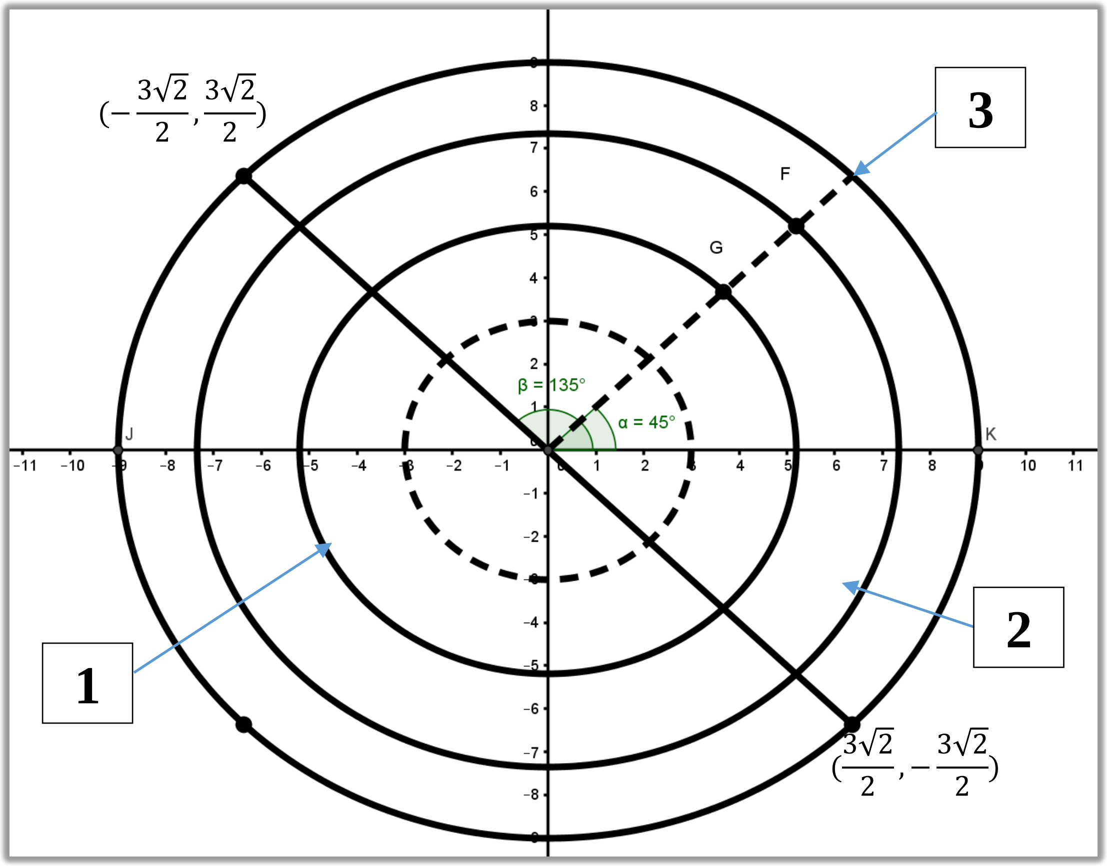
5.- Si continuamos con el proceso infinitamente ¿Cuál sería la suma de las áreas de todos los cuadrados? Argumente su respuesta."

2.- Reflexione sobre la situación que se ha planteado.

3.- Responda las preguntas de acuerdo a las reflexiones que se hagan.

3.1.10 Analizando estructura

Esta estructura se encuentra localizada en la ciudad de Hermosillo, Sonora y forma parte del edificio de la Procuraduría General de Justicia del Estado de Sonora. En dicha estructura se desea reconstruir el domo, que está localizado en la parte de arriba, para el cual se está elaborando un plano que permitirá conocer los lugares donde las vigas se unen, el plano muestra una imagen aérea de la estructura como la que se presenta a continuación.



Se sabe que el tamaño de la circunferencia 1 es 1/3 de la circunferencia 3 y que la circunferencia 2 es 2/3 de la circunferencia 3.

En este plano se desea conocer las coordenadas de los puntos (F y G) para formar el segmento que le corresponde a esta parte.

1.- ¿Cuáles serían las coordenadas? Argumente su respuesta.

Descripción.

Este último reactivo tiene una característica que la diferencia de los demás, presenta información incorrecta en su enunciado y en la gráfica que se muestra. El valor del reactivo se encuentra en la identificación de estos errores por medio de los conocimientos adquiridos sobre las propiedades de la circunferencia.

De acuerdo a la Dirección General de Bachillerato (2013c) el bloque que cubre este reactivo se encuentra dentro del programa de Matemáticas 3. El cual corresponde al:

- Bloque V. Aplicas los elementos y las ecuaciones de una circunferencia.

Las partes que componen este problema son:

1.- Una declaración, que habla sobre una estructura que presenta ciertas características.

2.- Una gráfica, que muestra cuatro circunferencias, dos segmentos y dos puntos en el plano.

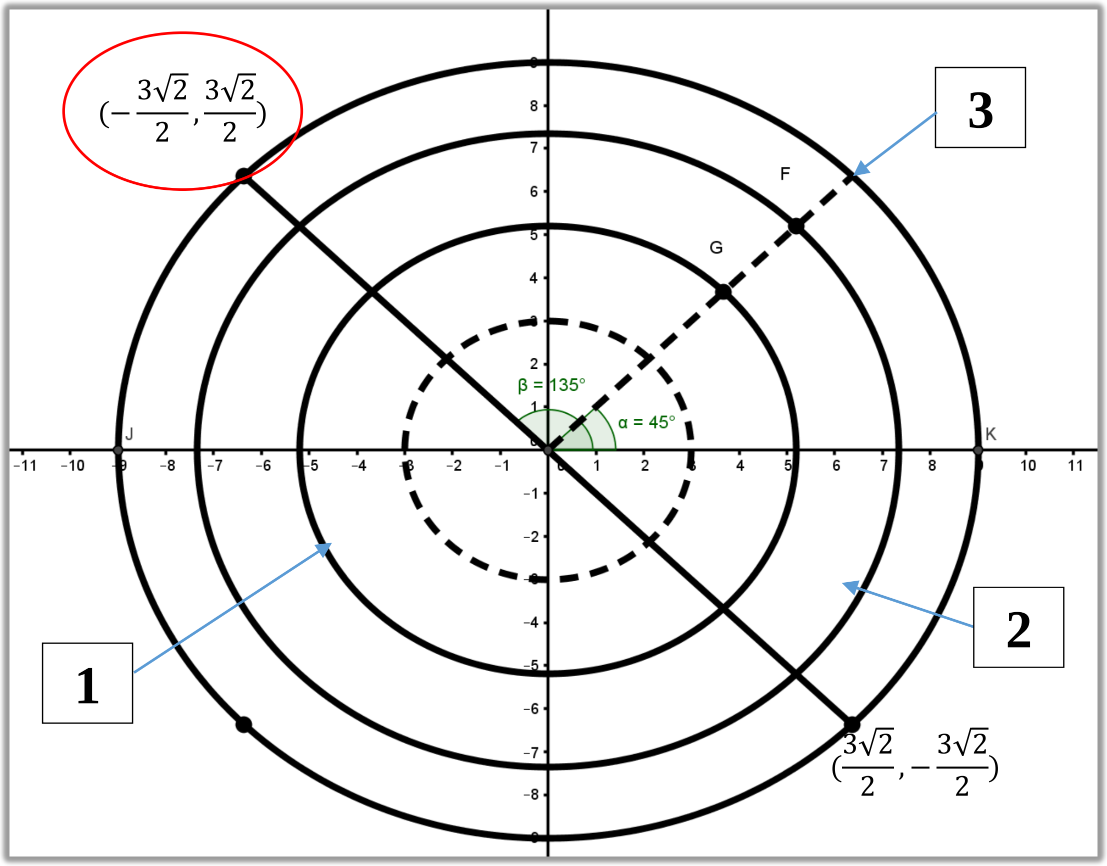
3.- Una pregunta, que solicita la identificación de dos puntos en el plano.

Algunas de las competencias que están presentes en este reactivo son:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Solución 1

Una manera de identificar un error en el reactivo, es fijarse en los puntos que muestra la gráfica. A partir de esto se toma un punto de la gráfica:



Una vez seleccionado el punto, se puede emplear la ecuación reducida de la circunferencia:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Se sustituyen los valores de la coordenada en la ecuación, de esta manera se tendrá que:

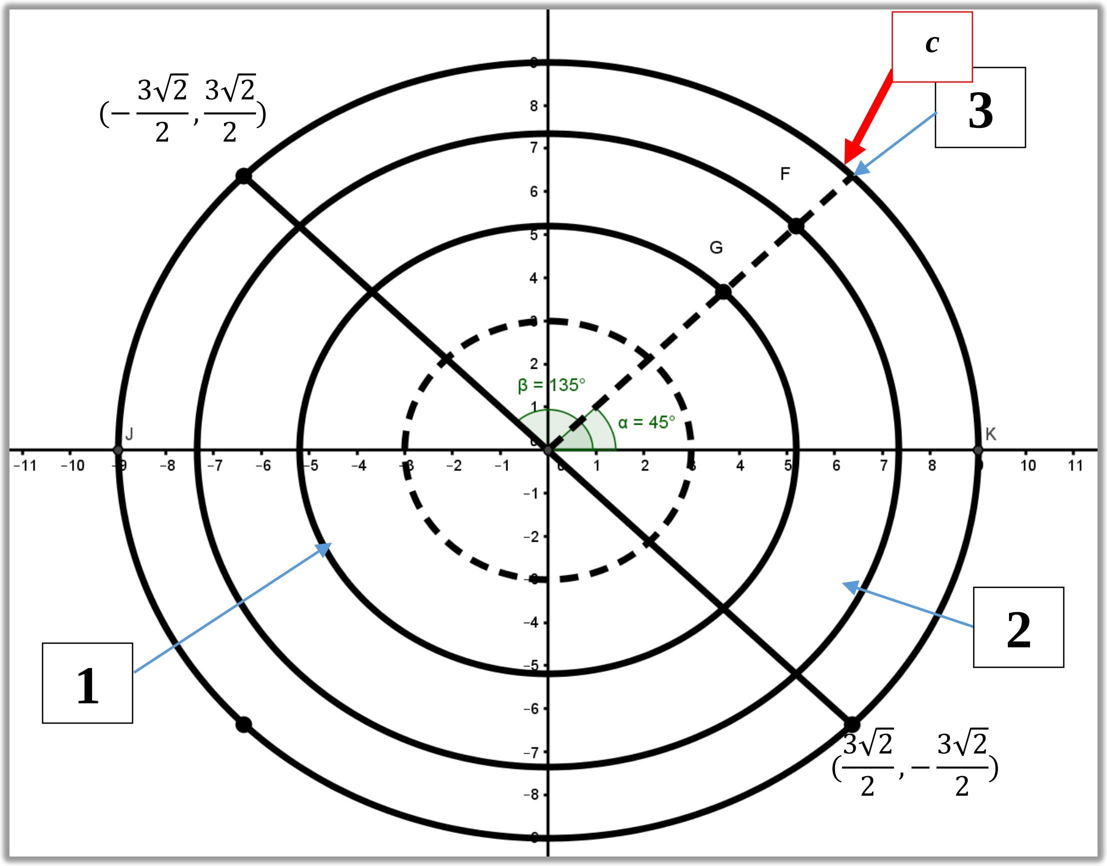
$$\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = (3)^2\left(\frac{2}{4} + \frac{2}{4}\right) = (3)^2 = r^2$$

El punto que hemos escogido pertenece a una circunferencia de radio 3 y no a una circunferencia de radio 9 como aparece en la gráfica.

Solución 2

Otro error que se podría identificar en el reactivo, suponiendo que la información que se presenta es correcta, es el siguiente:

Como se cuenta con dos coordenadas, si $c = (x_1, y_1)$ es la coordenada donde se intersecta la circunferencia 3 con el segmento punteado, c será:



$$\boldsymbol{c} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$$

Por lo que, los puntos F y G corresponderán a las coordenadas:

$$F = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

$$G = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Aplicando la ecuación reducida de la circunferencia se tiene que:

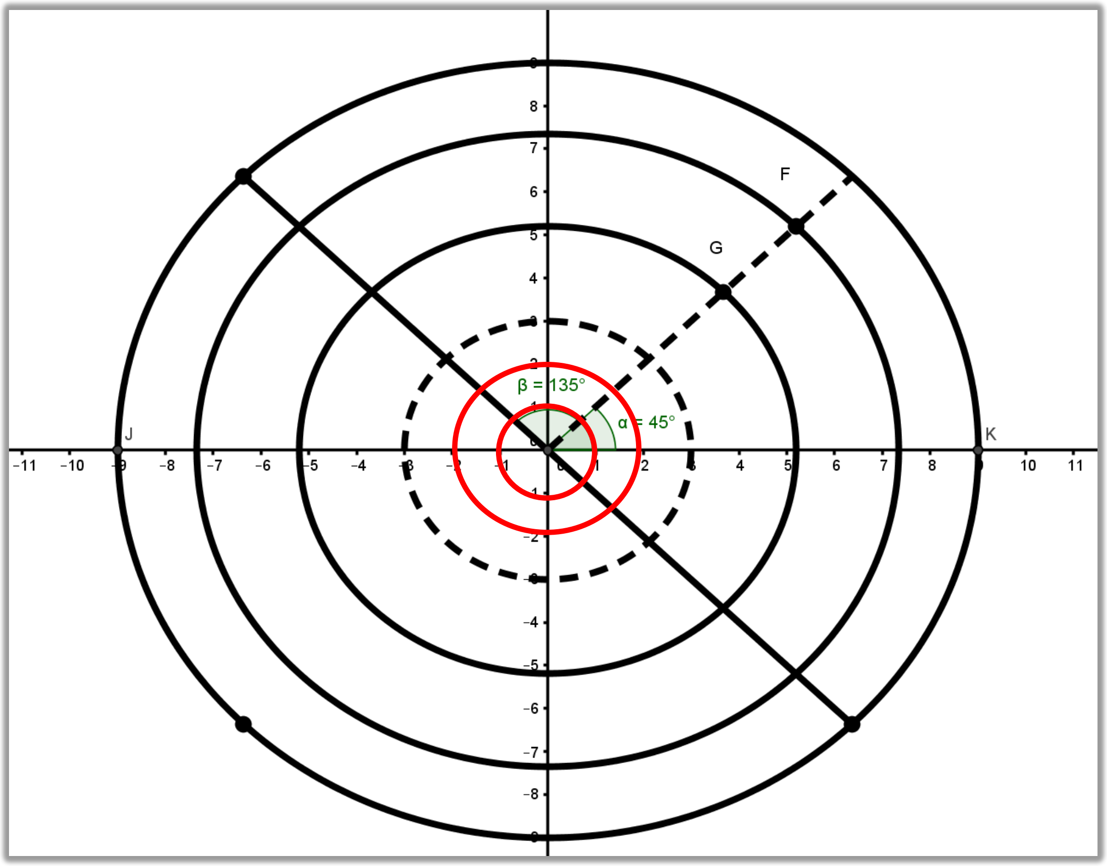
Para el caso de F

$$(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 2(2) = 2^2 = r^2$$

Para el caso de G

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2(2)}{4} = 1 = r^2$$

Esto significa que el punto F pertenece a la circunferencia de radio 2 y el punto G pertenece a la circunferencia de radio 1, en la gráfica se estaría hablando de puntos que se encuentran en las siguientes circunferencias:



Por lo tanto los puntos que se indican en el problema y los puntos que se obtienen no son los mismos, Lo que comprueba los errores en el problema.

Estrategias para responder el reactivo

1.- Identifique la pregunta clave que deberá contestar.

"En este plano se desea conocer las coordenadas de los puntos (F y G) para formar el segmento que le corresponde a esta parte.

1.- ¿Cuáles serían las coordenadas? Argumente su respuesta."

2.- Analice la gráfica que se muestra en el reactivo.

3.- Reflexione la pregunta haciendo énfasis en los detalles que muestra la gráfica.

4.- Describa los errores en el reactivo y contrástelos con la información presentada, esto con el propósito de aclarar cualquier duda que pudiera existir y mostrar los errores que hay en el problema.

CAPÍTULO 4
Análisis de la información

Una vez que se han elaborado los reactivos se tiene que establecer algún modelo que va a permitir evaluarlos. Pensando en la parte de la evaluación, en el trabajo de Rico (2005) se menciona que la valoración de los reactivos de la prueba PISA considera unas competencias matemáticas, para el caso de este trabajo y al tratar con estudiantes universitarios de primer semestre se ha creído conveniente utilizar las competencias matemáticas establecidas por la RIEMS, por ser las más próximas al estudiante. Para evitar el riesgo de utilizar unas competencias por otras, se hace uso del trabajo de Moreno (2012) en donde se presenta una correspondencia entre las competencias propuestas en PISA y la RIEMS. Moreno (2012) asigna a las competencias definidas en la RIEMS los descriptores de las competencias matemáticas definidas en PISA proponiendo un modelo que va a permitir a esta investigación valorar la actividad matemática de algunos estudiantes.

Por lo que en este capítulo se presentan los resultados del análisis de la información generada por la aplicación del instrumento de evaluación a los estudiantes. Se presentan:

a) Datos generales sobre la aplicación, donde se proporciona información sobre el número de estudiantes a los que se les aplicaron las dos partes del instrumento y el número de estudiantes que resolvieron cada uno de los reactivos.
b) Análisis de las respuestas de los estudiantes, donde se exponen las interpretaciones de lo que ha hecho el estudiante, los descriptores que se concluyeron de las interpretaciones hechas, el nivel de desarrollo y las competencias matemáticas.

4.1 Datos generales sobre la aplicación

La evaluación se aplicó a 65 estudiantes de primer ingreso de una universidad pública, 27 estudiantes pertenecen a la licenciatura de Ingeniería en Metalúrgica y 38 estudiantes pertenecen a la licenciatura de Ingeniería Química.

El instrumento de evaluación diseñado consta de dos partes. La primera parte consta de los siguientes cinco reactivos, los cuales se aplicaron a estudiantes de Ingeniería metalúrgica:

R1.- La población en México.

R2.- Sobre acceso a internet.

R3.- Sobre la gasolina.

R4.- Ganancias para el cine.

R5.- Planificación urbana.

La segunda parte fue aplicada a estudiantes de la carrera de ingeniería química y estuvo formada por otros cinco reactivos que son:

R6.- Compras de gama alta.

R7.- Redes sociales.

R8.- Estatura de los jóvenes.

R9.- Suma de cuadrados.

R10.- Analizando estructura.

Después de aplicar la evaluación escrita a los 65 estudiantes se tomaron en consideración seis de ellos, tres de ingeniería metalúrgica y tres de ingeniería química, para formar dos grupos de análisis.

En seguida se muestra una tabla con las cantidades de estudiantes que resolvieron cada uno de los reactivos.

Título de los reactivos	Cantidad de estudiantes que respondieron
R1. La población en México	25
R2. Sobre acceso a internet	27
R3. Sobre la gasolina	22
R4. Ganancias para el cine	25
R5. Planificación urbana	26
R6. Compras de gama alta	37
R7. Redes sociales	36
R8. Estatura de los jóvenes	37
R9. Suma de cuadrados	35
R10. Analizando estructura	14

Tabla 4.1 Cantidad de estudiantes que resuelve los reactivos.

4.2 Análisis de las respuestas de los estudiantes

En esta parte se hará un análisis de cada estudiante donde se presente, para cada uno, una tabla en la que se muestre la relación entre los reactivos diseñados, las competencias matemáticas identificadas y el nivel de desarrollo alcanzado. En caso de que cierta competencia matemática esté presente, se indica el nivel de desarrollo como se establece en el modelo de Moreno (2012). Se tendrá entonces que: el nivel de reproducción es igual a uno, el nivel de conexión es igual a dos y el nivel de reflexión es igual a tres, en caso de que no se pueda establecer algún nivel de desarrollo este se representará con un cero.

Análisis del primer grupo (estudiantes de Ingeniería metalúrgica)

Estudiante 1.

Reactivo 1.

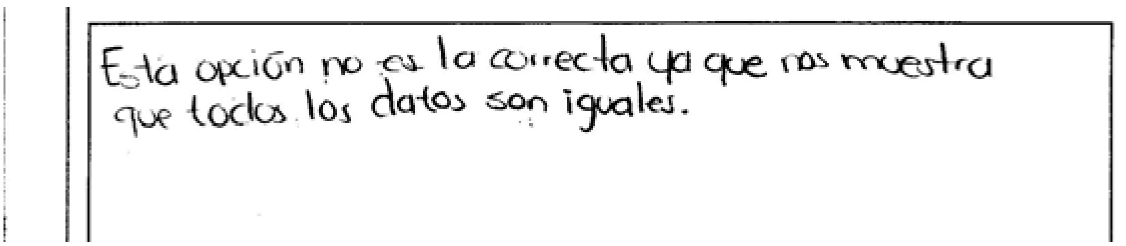

Esta opción no es la correcta ya que nos muestra que todos los datos son iguales.

Imagen 4.1

De la respuesta a la parte a, donde se observa la representación gráfica de una función constante, el estudiante identifica que para cada año no negativo el valor en millones de personas será siempre el mismo. Él muestra que ha utilizado la información que tiene a su disposición, en este caso la tabla, para contrastarla con la gráfica a. para asegurar que esta gráfica no es la más conveniente para representar el aumento de la población.

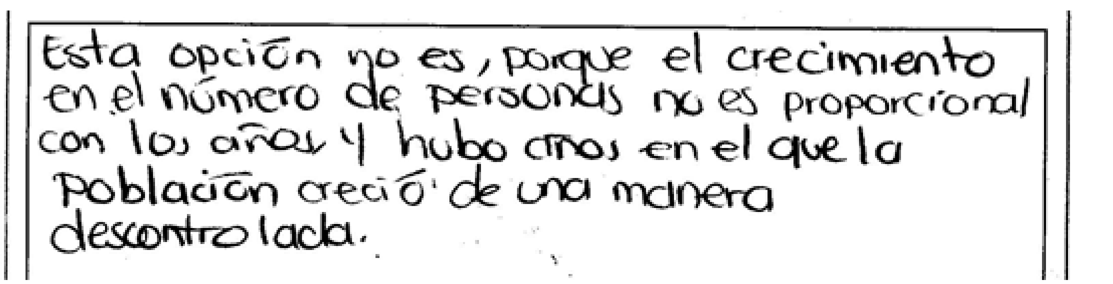

Esta opción no es, porque el crecimiento en el número de personas no es proporcional con los años y hubo años en el que la población creció de una manera descontrolada.

Imagen 4.2

De la parte b, donde se observa la representación gráfica de una función lineal, el estudiante identifica que los años y los millones de personas crecen de manera proporcional. Además hace mención a la información presente en la tabla para asegurar la no proporcionalidad en el crecimiento de la población.

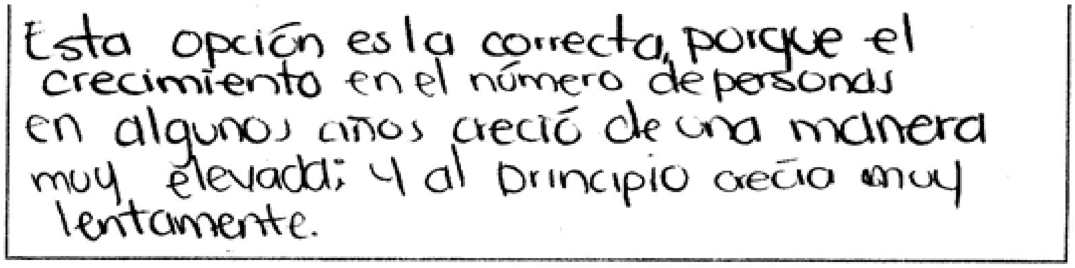

Esta opción es la correcta, porque el crecimiento en el número de personas en algunos años creció de una manera muy elevada; y al principio creció muy lentamente.

Imagen 4.3

El estudiante escoge a la gráfica c, donde se muestra la representación gráfica de una función cuadrática, como la mejor para representar el aumento de la población. En el argumento que da el estudiante se utiliza la información presente de la tabla, al estudiante le falta aclarar al decir: “el crecimiento en algunos años creció de una manera muy elevada; y al principio creció muy lentamente”, ya que no se sabe sí hace referencia a la gráfica c o a la información que aparece en la tabla.

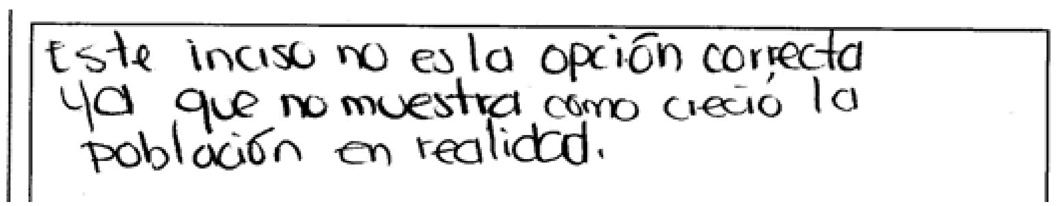

Este inciso no es la opción correcta ya que no muestra como creció la población en realidad.

Imagen 4.4

En el argumento que se da en la parte d, donde se observa la representación gráfica de una función lineal, el estudiante ha utilizado información de la tabla, pero no se abunda más en la representación gráfica de la ecuación lineal, como qué significa que se haya trazado parte de la ecuación en el tercer cuadrante.

El estudiante al relacionar la tabla que se presenta con cada una de las gráficas, proporcionar algunas propiedades básicas de ellas y dar una respuesta con algunos argumentos sin abundar mucho puede según el modelo de Moreno (2012):

- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.
- Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener

sentido de la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?).

- Formular preguntas (¿cómo hallamos…? ¿qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.
- Descodificar, codificar e interpretar formas de representación más o menos familiares de los objetos matemáticos; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación.

Reactivo 2.

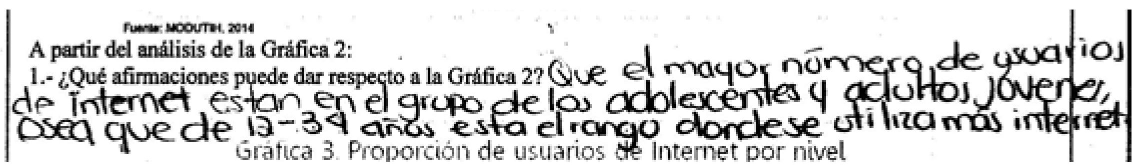

Fuente: MODUTIH, 2014
A partir del análisis de la Gráfica 2:
1.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 2? Que el mayor número de usuarios de internet estan en el grupo de los adolescentes y adultos jóvenes, osea que de 12-34 años esta el rango donde se utiliza más internet
Gráfica 3. Proporción de usuarios de Internet por nivel

Imagen 4.5

En la pregunta 1, el estudiante hace la afirmación a partir del análisis de los datos presente en la gráfica 2, ya que su afirmación considera los datos mostrados en los rangos de 12 a 17, 18 a 24 y 25 a 34 para declarar que es en esos rangos donde los jóvenes utilizan más el internet.


Fuente: MODUTIH, 2014
A partir de la Gráfica 3:
2.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 3? Que entre mayor sea el grado de escolaridad, mayor será el uso que se tiene de internet.

Imagen 4.6

En la pregunta 2, la afirmación que da el estudiante la hace a partir de los datos mostrados en la gráfica 3. El estudiante declara que a mayor nivel de escolaridad, mayor es el uso del internet, identificando que el uso del internet es más bajo en la primaria y más alto en la universidad o posgrado.

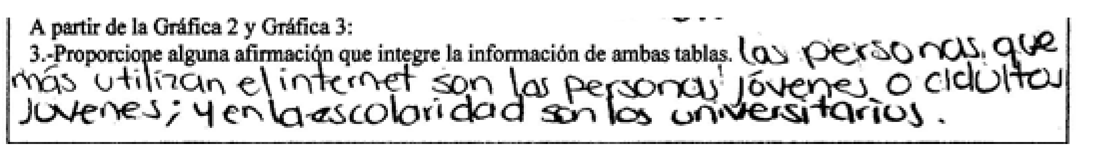

A partir de la Gráfica 2 y Gráfica 3:
3.-Proporcione alguna afirmación que integre la información de ambas tablas. las personas que más utilizan el internet son las personas jóvenes o adultos jóvenes; y en la escolaridad son los universitarios.

Imagen 4.7

En la pregunta 3, el estudiante de las afirmaciones hechas en las preguntas anteriores hace una nueva afirmación donde se tiene presente que ha observado los datos pertenecientes a la gráfica 3 ya que menciona que es en el nivel superior en donde más se utiliza el internet.

El estudiante al reconocer e interpretar las gráficas, proporcionar algunas declaraciones y encontrar una relación entre las gráficas, presenta los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar sucesivamente de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación; comunicar de manera elemental los resultados del modelo.
- Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener sentido de la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?).
- Formular preguntas (¿cómo hallamos…? ¿qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.
- Descodificar, codificar e interpretar representaciones de objetos matemáticos previamente conocidos de un modo estándar que ya ha sido practicado. El paso de una representación a otra sólo se exige cuando ese paso mismo es una parte establecida de la representación.

Reactivo 3.

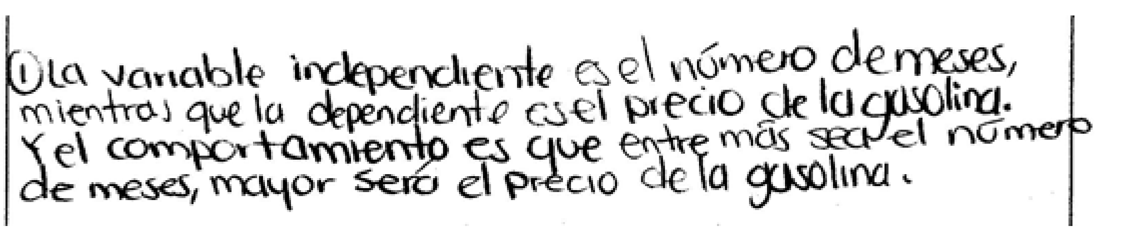

①La variable independiente es el número de meses,
mientras que la dependiente es el precio de la gasolina.
Y el comportamiento es que entre más sea el número
de meses, mayor será el precio de la gasolina.

Imagen 4.8

De la respuesta que se da en la pregunta 1, se puede observar que el estudiante identifica en los datos presentes de la tabla la existencia de una relación entre los meses del año y el precio de la gasolina, sin embargo no proporciona datos cuantitativos para el comportamiento.


2.- Si se preserva el aumento de los precios de Gasolina Magna para los siguientes años, ¿cómo establecerías el precio de la gasolina en algún mes de un año determinado? Solo tendrias que sumarle $0.9 al valor del mes anterior.

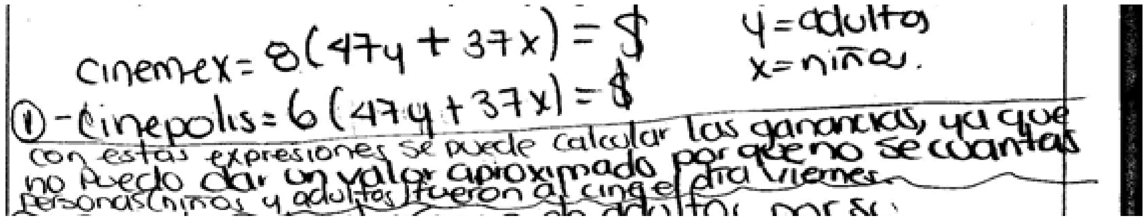
Imagen 4.9

En la pregunta 2 el estudiante trata de explicar la relación que ha encontrado en los datos presentes de la tabla para responder esta pregunta. Él solo falla en la cantidad que hay que sumarle al valor del mes, ya que es .09 y no .9 como lo plantea. Él estudiante presenta falta de madurez en su lenguaje algebraico.

El estudiante al identificar las variables dependientes e independientes, argumentar sus respuestas y no utilizar algún lenguaje algebraico, presenta los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar sucesivamente de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación; comunicar de manera elemental los resultados del modelo.
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.
- Seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados", "formular las preguntas más simples (¿cuántos…?, ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.
- Descodificar, codificar e interpretar representaciones de objetos matemáticos previamente conocidos de un modo estándar que ya ha sido practicado. El paso de una representación a otra sólo se exige cuando ese paso mismo es una parte establecida de la representación.

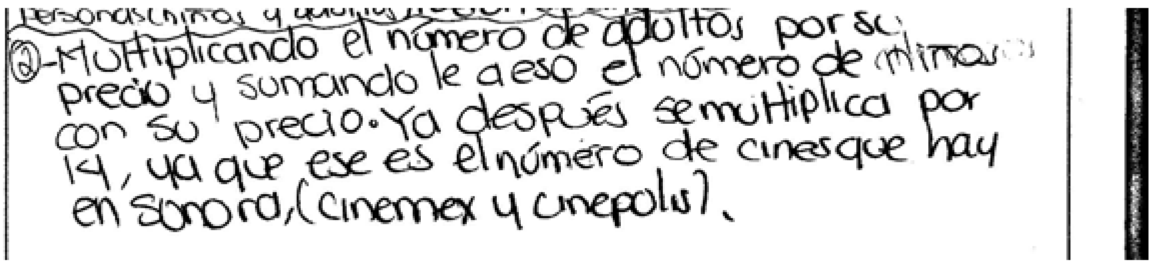
Reactivo 4.



$Cinemex = 8(47y + 37x) = \$$ $\quad y = adultos$
$x = niños.$
① - $Cinepolis = 6(47y + 37x) = \$$
con estas expresiones se puede calcular las ganancias, ya que no puedo dar un valor aproximado porque no se cuantas personas (niños y adultos) fueron al cine el día viernes.

Imagen 4.10

De las respuestas a la pregunta 1, el estudiante analiza la información que tiene a su disposición. Él logra diseñar algunas expresiones que pretenden modelar los ingresos que obtienen tanto Cinemex como Cinépolis. Él considera que en sus expresiones se debe involucrar el precio de los adultos y los niños para conocer los ingresos.



② - Multiplicando el número de adultos por su precio y sumando le a eso el número de niños con su precio. Ya después se multiplica por 14, ya que ese es el número de cines que hay en Sonora, (Cinemex y Cinepolis).

Imagen 4.11

En la respuesta a la pregunta 2, se muestra que el estudiante recupera los resultados obtenidos en la pregunta 1 y construye a partir de éstos una nueva declaración que involucra datos que aparecen en las preguntas como el número de Cinemex y Cinepolis que hay en Sonora.

El estudiante al interpretar la información presentada, formula una serie de expresiones, expresa de manera escrita sobre cuestiones matemáticas sencillas, integra información relevante que proporciona el problema como tablas y el número de cines, se puede decir que el estudiante presenta los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Plantear y formular problemas más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones).
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que engloban desde cómo reproducir los nombres y las propiedades

básicas de objetos familiares o cómo explicar asuntos que implican relaciones. También comporta entender las afirmaciones orales o escritas de terceros sobre este tipo de asuntos.

- Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener sentido de la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?).
- Formular preguntas (¿cómo hallamos…? ¿qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.
- Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico básico en situaciones y contextos menos conocidos y manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediantes procedimientos familiares.

Reactivo 5.

En la hoja de trabajo se muestra que el estudiante calculó el área del terreno disponible así como también el área de cada uno de los diseños. En los diseños, él calcula cada uno de los precios posibles a partir del área ya que los precios mostrados en la tabla son por m^2.

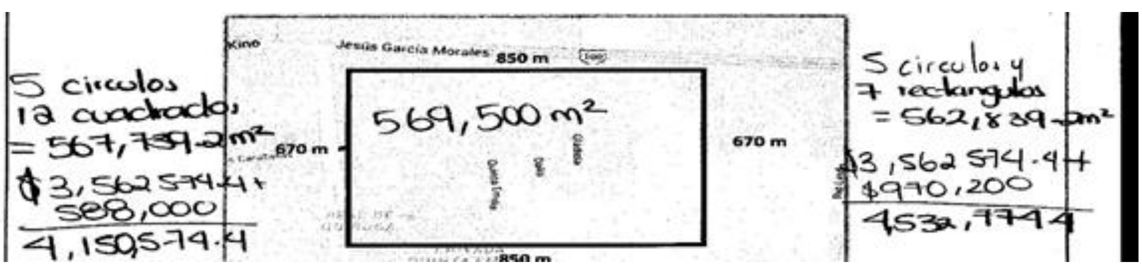
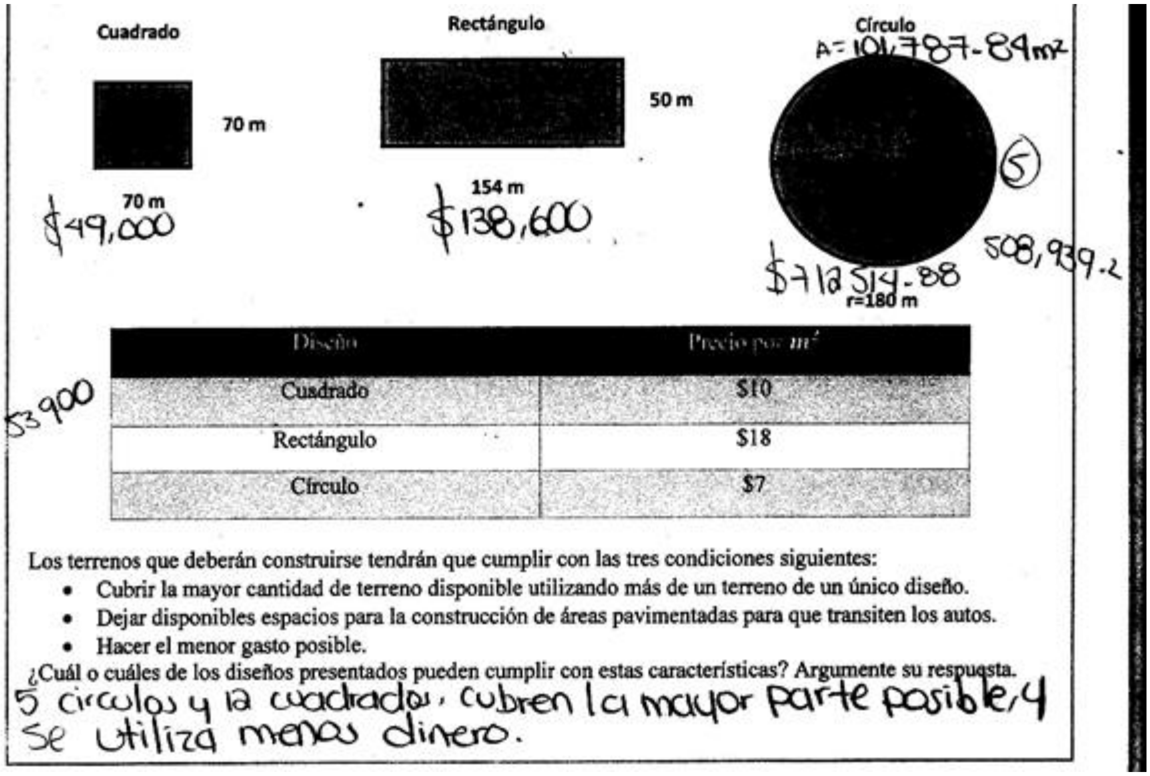


Imagen 4.12

El estudiante hace una comparación entre dos posibles opciones para identificar cuál de las dos cumple de mejor manera las condiciones requeridas.



Diseño	Precio por m^2
Cuadrado	$10
Rectángulo	$18
Círculo	$7

Los terrenos que deberán construirse tendrán que cumplir con las tres condiciones siguientes:

- Cubrir la mayor cantidad de terreno disponible utilizando más de un terreno de un único diseño.
- Dejar disponibles espacios para la construcción de áreas pavimentadas para que transiten los autos.
- Hacer el menor gasto posible.

¿Cuál o cuáles de los diseños presentados pueden cumplir con estas características? Argumente su respuesta.

5 circulos y 12 cuadrados, cubren la mayor parte posible, y se utiliza menos dinero.

Imagen 4.13

Él considera que con 5 círculos y 12 cuadrados se cumplen las condiciones necesarias, ya que en la comparación que hace de 5 círculos y 12 cuadrados con 5 círculos y 7 rectángulos, los 5 círculos y 12 cuadrados cubren una mayor área y generan un menor gasto. Sin embargo en su respuesta no contempla argumentos de como se está cubriendo la zona que se quiere reconstruir, ya que si bien su propuesta cubre la mayor cantidad de área, es posible que los terrenos en forma circular salgan de la zona que se desea reconstruir al momento de acomodarlos.

Cuando el estudiante descifra la información presente, formula y compara utilizando procedimientos estándar los precios de cada uno de los diseños, maneja afirmaciones sencillas de por qué una opción es mejor que otra y no reflexiona sobre los resultados y el contexto que se presenta, se pueden identificar la presencia de algunos descriptores del modelo de Moreno (2012) como:

- Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada; resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera.

- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.
- Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener sentido de la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?).
- Formular las preguntas más simples (¿cuántos…? ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.
- Descodificar, codificar e interpretar representaciones de objetos matemáticos previamente conocidos de un modo estándar que ya ha sido practicado. El paso de una representación a otra sólo se exige cuando ese paso mismo es una parte establecida de la representación.
- Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en situaciones y contextos sobradamente conocidos; manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediante procedimientos rutinarios.

La tabla que se presenta a continuación muestra la relación entre los reactivos diseñados, las competencias matemáticas identificadas y el nivel de desarrollo alcanzado en el caso del estudiante 1.

	C1	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**
R1	0	0	1	2	2	2	0	0
R2	1	0	0	2	2	1	0	0
R3	1	0	1	1	1	1	0	0
R4	0	2	2	2	2	0	0	2
R5	0	1	1	2	1	1	0	1

Tabla 4.2

Si se intentara hacer un análisis global sobre el estudiante se llegaría a que este, muestra en la mayoría de las competencias matemáticas avances en cuanto su desarrollo colocándose él en el nivel de conexión en las competencias matemáticas C2, C3, C4, C5, C6 y C8, esto significa para el estudiante que él podrá trabajar con problemas que no son meramente rutinarios pero que se sitúan aún en contextos familiares, establecer relaciones entre distintas representaciones de una situación o enlazar diferentes aspectos con el fin de obtener una solución.

Sin embargo se observa en la tabla como en C1 el estudiante solo alcanza el nivel de reproducción esto quiere decir que él podrá trabajar con algunas tareas que ha practicado con anterioridad, pasará sucesivamente de los diferentes modelos matemáticos a la realidad y viceversa para lograr una interpretación y los resultados que obtenga sólo los podrá comunicar de manera elemental.

Estudiante 2.

Reactivo 1.

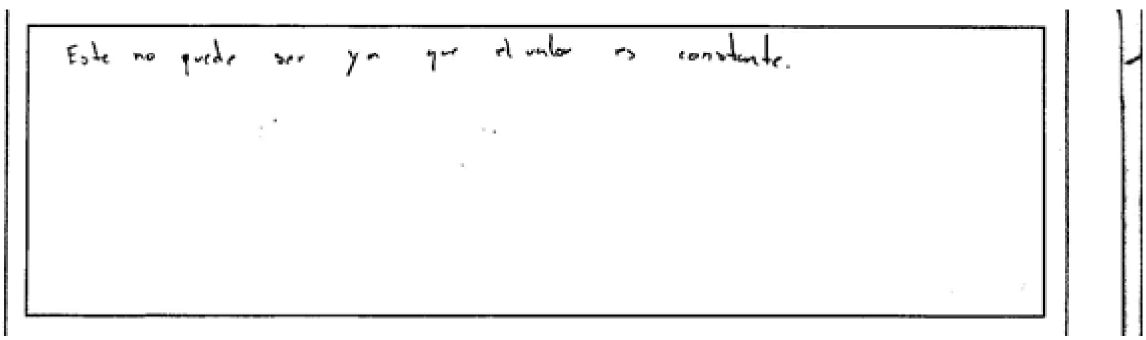

Este no puede ser ya que el valor es constante.

Imagen 4.14

En la parte a, donde se observa la representación gráfica de una función constante, el estudiante ha interpretado que la gráfica que se muestra es la representación gráfica de una función constante. Él ha contrastado la información de la tabla con la gráfica mostrada para dar su respuesta.

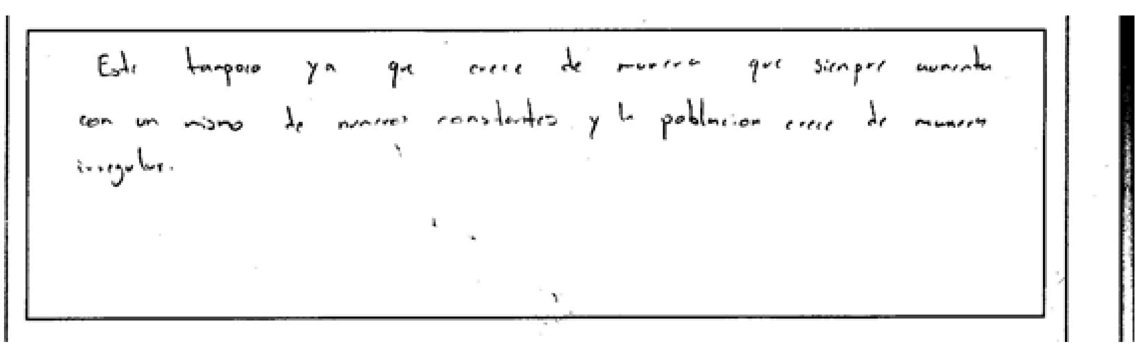

Esto tampoco ya que crece de manera que siempre aumenta con un mismo de numeros constantes y la poblacion crece de manera irregular.

Imagen 4.15

En la parte b, donde se observa la representación gráfica de una función lineal, el estudiante identifica que la gráfica que se muestra crece de manera proporcional. Se muestra en su argumento que el estudiante logró alguna relación en la tabla al asegurar que: “la población crece de manera irregular”.

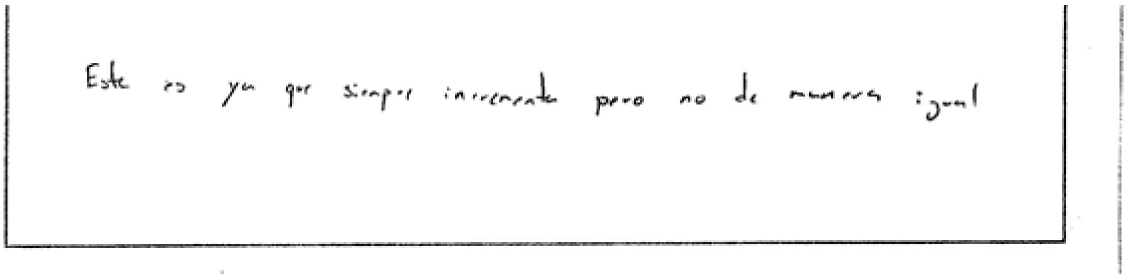

Este es ya que siempre incrementa pero no de manera igual

Imagen 4.16

En la parte c, donde se muestra la representación gráfica de una función cuadrática, el estudiante entiende que la gráfica muestra un crecimiento de la población de forma más suave que el de la gráfica anterior.

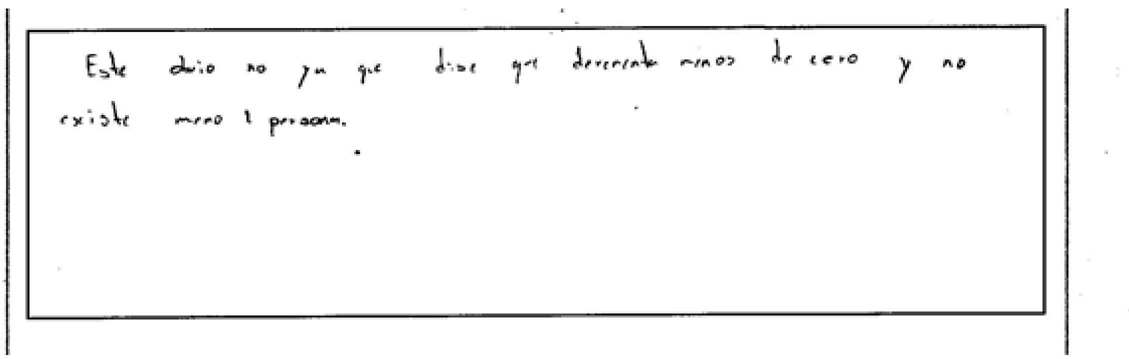

Este dicho no ya que dice que decrementa menos de cero y no existe menos 1 persona.

Imagen 4.17

En la parte d, donde se muestra la representación gráfica de una función lineal, el estudiante le da significado al segmento localizado en el tercer cuadrante. Él utiliza su experiencia personal para asegurar que la gráfica d no puede ser la mejor candidata para representar el crecimiento de población.

El estudiante al comprender el problema que se le presenta, expresarse de manera escrita y razonar matemáticamente las gráficas proporcionadas distinguiendo algunas propiedades, muestra la presencia de los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades

básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.

- Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener sentido de la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?).
- Formular preguntas (¿cómo hallamos…? ¿qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.
- Descodificar, codificar e interpretar formas de representación más o menos familiares de los objetos matemáticos; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación.

Reactivo 2.

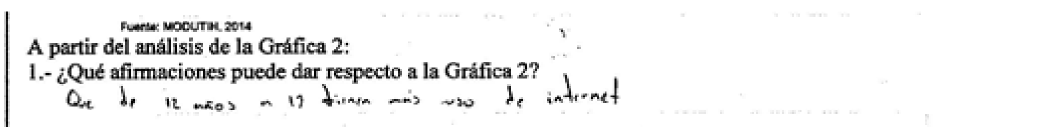

Fuente: MODUTIH, 2014
A partir del análisis de la Gráfica 2:
1.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 2?
Que de 12 años a 17 tienen más uso de internet

Imagen 4.18

En la respuesta a la pregunta 1, se observa que el estudiante ha identificado los datos presentes en la gráfica. Sólo ha hecho una afirmación.

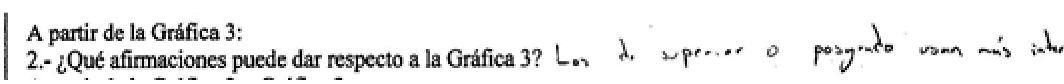

A partir de la Gráfica 3:
2.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 3? Los de superior o posgrado usan más internet

Imagen 4.19

En la respuesta a la pregunta 2, el estudiante ha identificado los datos presentes en la gráfica 3 y ha escogido el dato que a su juicio es el más relevante.

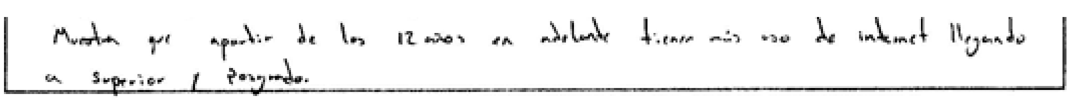

Muestra que apartir de los 12 años en adelante tienen más uso de internet llegando a Superior y Posgrado.

Imagen 4.20

En la respuesta a la pregunta 3, el estudiante utiliza las afirmaciones hechas en las preguntas anteriores para hacer una nueva afirmación.

El estudiante al comprender el problema, encontrar alguna relación entre la afirmación que da para la gráfica 2 y la 3 y expresarse de manera sencilla sin dar otras afirmaciones, manifiesta los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar sucesivamente de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación; comunicar de manera elemental los resultados del modelo.
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.
- Seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados.
- Formular las preguntas más simples (¿cuántos…¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.
- Descodificar, codificar e interpretar representaciones de objetos matemáticos previamente conocidos de un modo estándar que ya ha sido practicado. El paso de una representación a otra sólo se exige cuando ese paso mismo es una parte establecida de la representación.
- Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en situaciones y contextos sobradamente conocidos; manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediante procedimientos rutinarios.

Reactivo 3.

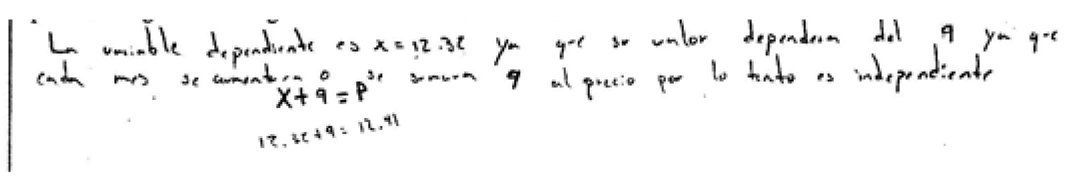
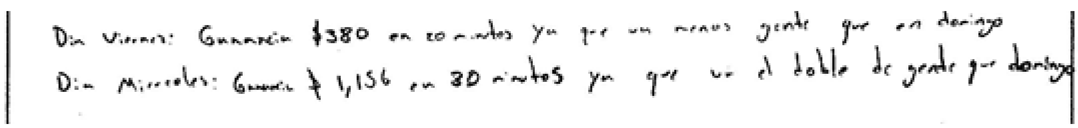


Imagen 4.21

De las respuestas que ofrece el estudiante a las dos preguntas, él da un valor a su variable dependiente que está relacionada con el precio de la gasolina magna. El estudiante presenta problemas al tratar de definir la variable dependiente e independiente. Al tratar de explicar su ecuación, el estudiante comete un error en la suma ya que: $12.32 + 9 = 21.32$ y no 12.41 como él lo plantea. Con estas respuestas y argumentos que proporciona el estudiante se identifican los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Formular las preguntas más simples (¿cuántos…? ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.
- Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en situaciones y contextos sobradamente conocidos; manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediante procedimientos rutinarios.

Reactivo 4.



Dia Viernes: Ganancia $380 en 20 minutos ya que va menos gente que en domingo
Dia Miercoles: Ganancia $ 1,156 en 30 minutos ya que va el doble de gente que domingo

Imagen 4.22

Tanto las respuestas de la pregunta 1 como en la 2, el estudiante da un valor estimado de las ganancias obtenidas en un periodo de tiempo. Él estudiante presenta falta de madurez en su lenguaje algebraico. La falta de argumentos y presencia de la actividad matemática lleva a identificar un solo descriptor del modelo de Moreno (2012):

- Formular las preguntas más simples (¿cuántos…? ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.

Reactivo 5.

No se obtuvo alguna respuesta del estudiante.

La tabla que se presenta a continuación muestra la relación entre los reactivos diseñados, las competencias matemáticas identificadas y el nivel de desarrollo alcanzado en el caso del estudiante 2.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8

R1	0	0	1	2	2	2	0	0
R2	1	0	1	1	1	1	0	1
R3	0	0	0	0	1	0	0	1
R4	0	0	0	0	1	0	0	0
R5	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 4.3

En esta tabla se observa que el estudiante presenta para unas competencias el nivel de reproducción y para otras el nivel de conexión.

Que el estudiante se encuentre en el nivel de reproducción en las competencias matemáticas C1, C3 y C8 va significar que él podrá trabajar con tareas relativamente familiares que ya ha practicado con anterioridad, sabrá expresarse de manera escrita sobre cuestiones matemáticas sencillas, reproducirá los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares, manejará afirmaciones sencillas y resolverá ecuaciones mediante procedimientos rutinarios.

Un estudiante que ha alcanzado el nivel de conexión en las competencias matemáticas C4, C5 y C6 pudiera hacer algunos problemas que no son meramente rutinarios pero que se sitúan aún en contextos familiares, formulará preguntas (¿cómo hallamos…? ¿Qué tratamiento matemático damos…?), establecerá relaciones entre distintas representaciones de una situación o enlazará diferentes aspectos con el fin de desarrollar una solución, razonará matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas o formas más amplias de argumentación entre otras cosas.

Estudiante 3.

Reactivo 1.

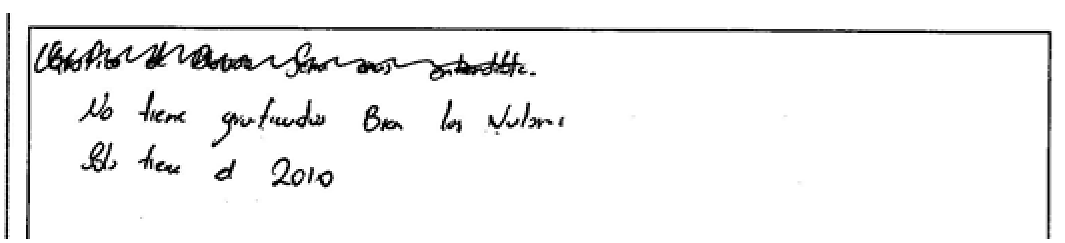


Imagen 4.23

De la parte a, donde se observa la representación gráfica de una función constante, el estudiante identifica la información de la tabla y la contrasta con la gráfica. Él reconoce que de todos los valores en la tabla, sólo uno está presente en las gráficas.

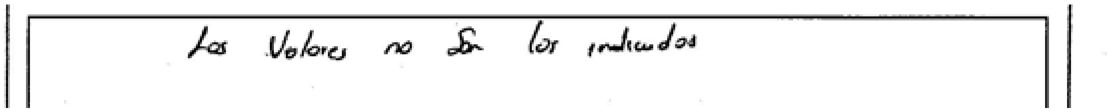


Imagen 4.24

De las parte b, donde se observa la representación gráfica de una función lineal, el estudiante identifica la información de la tabla y la contrasta con la gráfica.

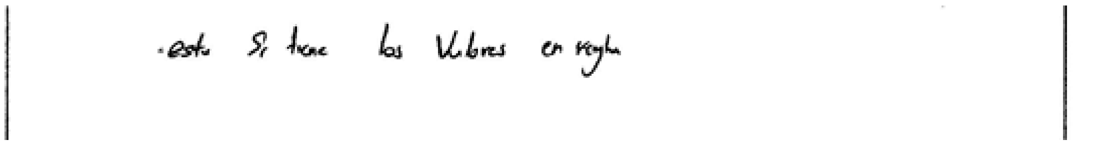


Imagen 4.25

De las parte c, donde se observa la representación gráfica de una función cuadrática, el estudiante identifica la información de la tabla y la contrasta con la gráfica. Parece que el estudiante evalúa algunos valores que identifica en la tabla y se convence que esta gráfica es la mejor candidata para representar los datos que se muestran en la tabla.

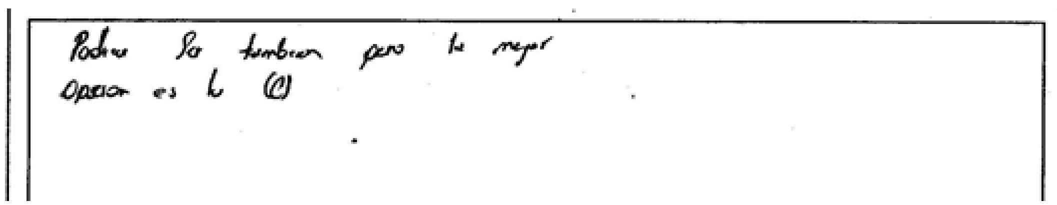


Imagen 4.26

De las parte d, donde se observa la representación gráfica de una función lineal, el estudiante identifica la información de la tabla y la contrasta con la gráfica.

De comprender la información, contrastar la tabla con algunas gráficas y dar ciertas declaraciones de manera escrita se identifican los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Plantear y formular problemas más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones).
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades

básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.

- Formular las preguntas más simples (¿cuántos?, ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.

Reactivo 2.

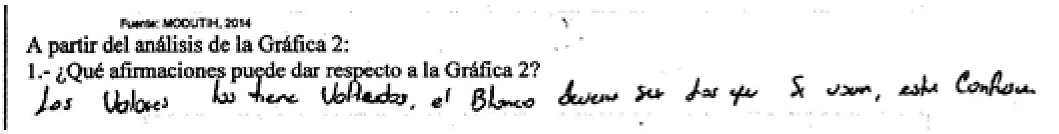

Fuente: MODUTIH, 2014
A partir del análisis de la Gráfica 2:
1.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 2?
Los Valores los tiene Volteados, el Blanco deven ser dos que Si usan, esta Confuso

Imagen 4.27

De la respuesta a la pregunta 1, el estudiante da un juicio a los datos, negando la veracidad de la información presentada en la gráfica 2.


A partir de la Gráfica 3:
2.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 3? le Faltan el numero de Personas

Imagen 4.28

De la respuesta a la pregunta 2, el estudiante identifica una ausencia en los datos que se muestran en la gráfica 3. Es posible que piense en un sistema de coordenadas cartesianas más que en una gráfica de barras.

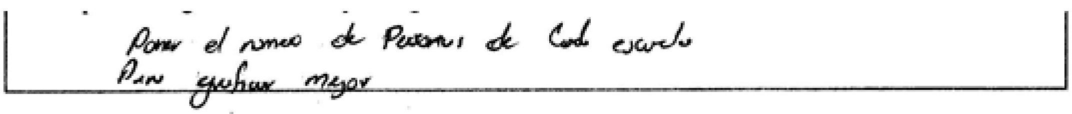

Poner el numero de Personas de Cada escuela
Para explicar mejor

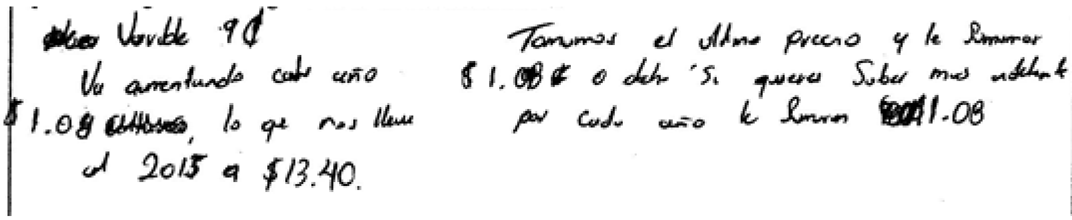
Imagen 4.29

De la respuesta a la pregunta 3, el estudiante construye su afirmación a partir de las respuestas dadas en las preguntas 1 y 2.

Cuando el estudiante juzga la información, imparte un juicio de lo que se presenta y aporta los argumentos que se han mostrado, lleva a pensar que el estudiante de acuerdo al modelo de Moreno (2012) es capaz en parte de:

- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.

Reactivo 3.



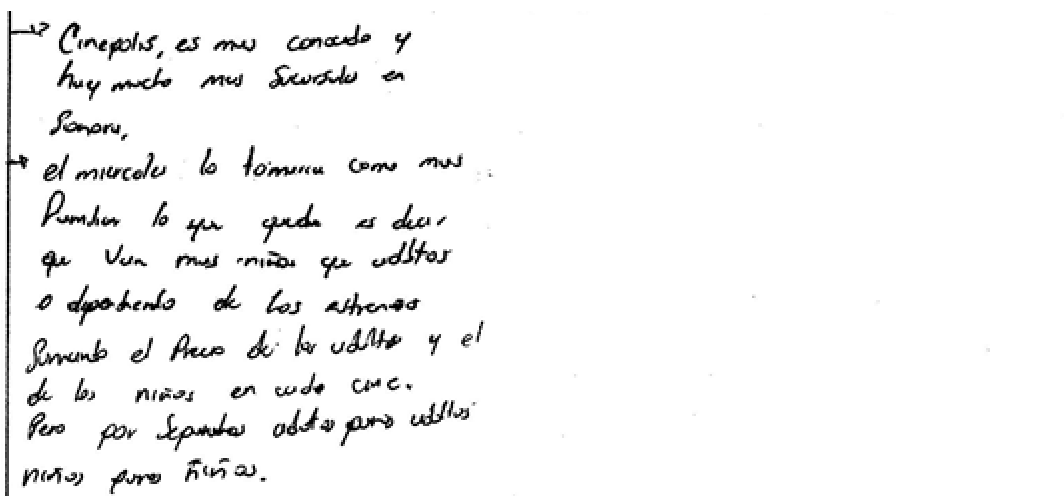
Varible 9¢
Va aumentando cada año $1.08 ~~…~~, lo que nos lleva al 2015 a $13.40.
Tomamos el último precio y le sumamos $1.08¢ o dependiendo si queremos saber más adelante por cada año le sumamos $1.08

Imagen 4.30

De la respuesta a la pregunta 1, el estudiante describe el comportamiento posible de las variables dependiente e independiente. Presenta confusión al tratar de establecer algún proceso que permita conocer el precio de la gasolina en algún mes determinado. Por la falta de argumentos y la presencia de una que otra confusión por el estudiante sólo se pueden identificar los dos siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.
- Formular las preguntas más simples (¿cuántos…? ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.

Reactivo 4.



Cinepolis, es más conocido y hay mucho más sucursales en Sonora,
el miercoles lo tomamos como más Pundan lo que queda es decir que van más niños que adultos o dependiendo de los estrenos Suman el precio de los adultos y el de los niños en cada cine.
Pero por separados adulto para adultos niños para niños.

Imagen 4.31

El estudiante expresa una opinión a las dos preguntas planteadas. Él presenta una falta de lenguaje matemático. Por lo que solo se puede identificar en parte el siguiente descriptor del modelo de Moreno (2012):

- Formular las preguntas más simples (¿cuántos…? ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.

Reactivo 5.

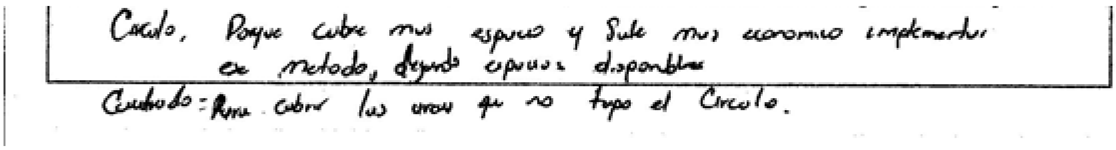


Imagen 4.32

El estudiante ha identificado el espacio que cubre el círculo y el cuadrado. Él presenta ausencia en los argumentos matemáticos a la hora de responder a la pregunta. Por el tipo de justificaciones que hace, apenas se alcanza a identificar el siguiente descriptor del modelo de Moreno (2012):

- Seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados.

La tabla que se presenta a continuación muestra la relación entre los reactivos diseñados, las competencias matemáticas identificadas y el nivel de desarrollo alcanzado en el caso del estudiante 3.

	C1	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**
R1	0	2	1	0	1	0	0	0
R2	0	0	1	0	0	0	0	0
R3	0	0	1	0	1	0	0	0
R4	0	0	0	0	1	0	0	0
R5	0	0	0	1	0	0	0	0

Tabla 4.4

Si se compara esta tabla con las otras dos del grupo de Ingeniería en Metalurgia se observará que el estudiante en este caso presenta una gran ausencia en el desarrollo de algunas competencias matemáticas. Las causas que llevaron a esta situación fue la falta de argumentos del estudiante. Incluso con estas dificultades fue posible valorar el nivel de desarrollo de algunas competencias matemáticas.

En las competencias matemáticas C3, C4 y C5 el estudiante ha alcanzado el nivel de reproducción, esto quiere decir que él podrá realizar tareas relativamente familiares que ya ha practicado y dominado, sabrá expresarse por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, logrará justificar los procesos cuantitativos estándar, formulará las preguntas más simples (¿Cuántos…? ¿Cuántos es…?) Y comprenderá los consiguientes tipos de respuestas (tantos; tanto).

Se observa como en la Competencia 2 que se refiere a la parte de proponer, formular, definir y resolver diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques, se alcanza el nivel de conexión. Lograr tal nivel de desarrollo significa para el estudiante que este podrá plantear y formular ciertos problemas más allá de la reproducción, resolverá tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación.

Análisis del segundo grupo (estudiantes de Ingeniería Química)

Estudiante 4.

Reactivo 6.

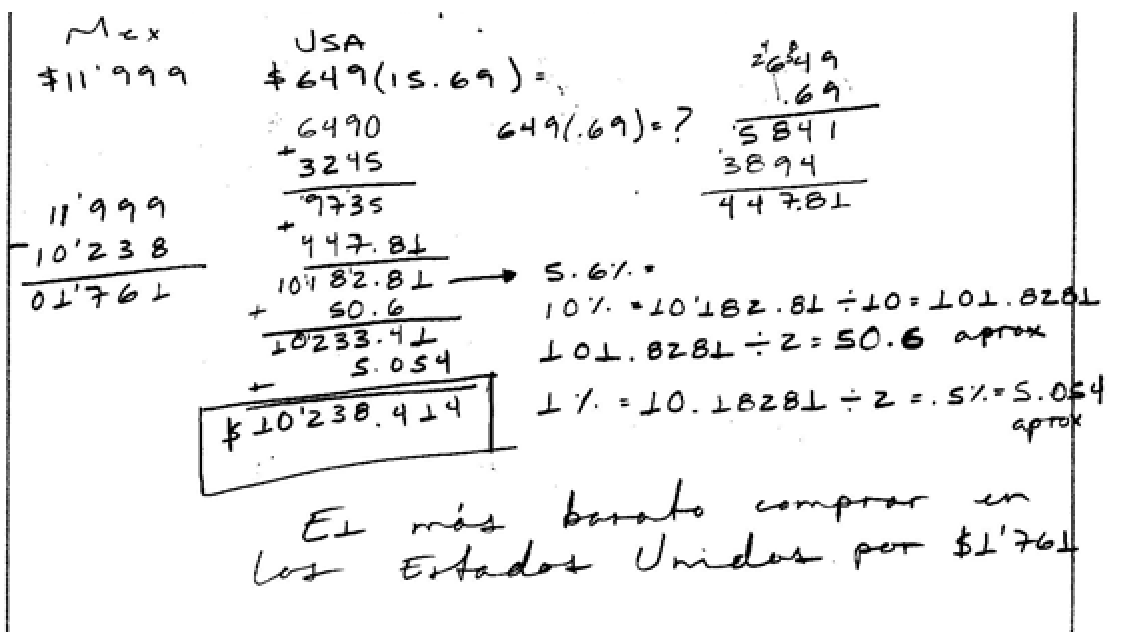


Imagen 4.33

El estudiante identifica la pregunta clave. Él hace una comparación entre el precio en México y el precio en USA del Iphone 6. Él utiliza todos los recursos que provee el problema. Él hace uso de algunas operaciones aritméticas como la suma, resta y multiplicación, que después utiliza como parte de su argumento. En las operaciones aritméticas para obtener el valor en pesos del Iphone 6 vendido en USA, el estudiante calcula: $(649)(15.69)$ como $(649)(10+5+.69)$.

El estudiante al identificar el problema, expresarse de manera escrita sobre cuestiones matemáticas, manejar un lenguaje aritmético, plantearse preguntas que sobre cómo calcular ciertas cantidades, está mostrando en sus acciones los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Plantear y formular problemas más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones).
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que engloban desde cómo reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares o cómo explicar asuntos que implican relaciones. También comporta entender las afirmaciones orales o escritas de terceros sobre este tipo de asuntos.
- Razonar matemáticamente de manera sencilla, distinguiendo entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir, evaluar y elaborar encadenamientos de argumentos matemáticos de diferentes tipos; emplear la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?, ¿cuáles son las propiedades esenciales’, ¿cómo están relacionaos los diferentes objetos?).
- Formular preguntas (¿cómo hallamos?, ¿qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.

Reactivo 7.

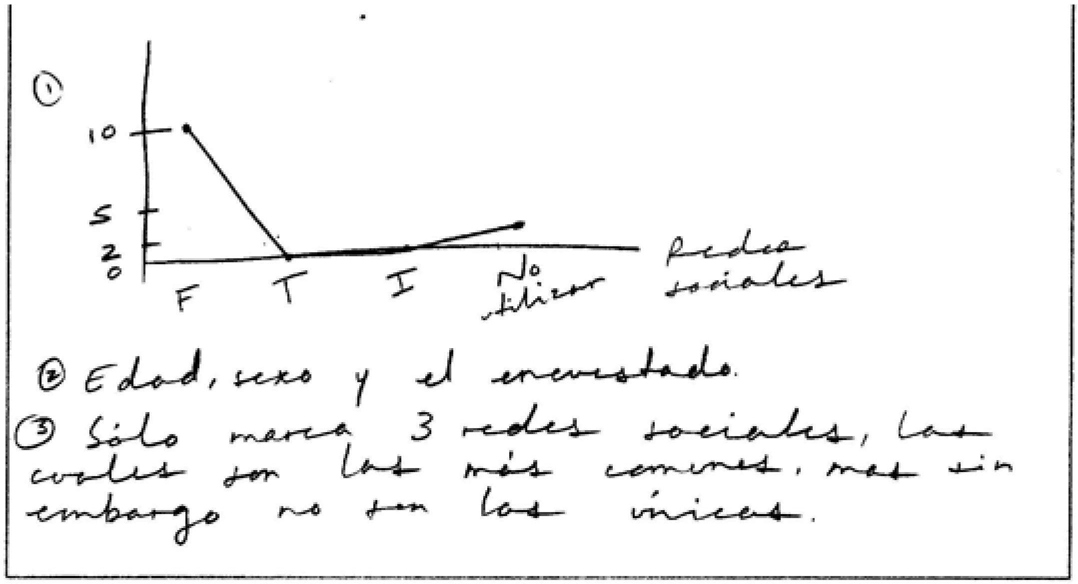


Imagen 4.34

El estudiante construye una gráfica que permite identificar de las redes sociales, la más utilizada de acuerdo a la cantidad de encuestados.

De la respuesta a la pregunta 2, el estudiante comprende que existen algunas limitaciones en la gráfica que ha propuesto.

De la respuesta a la pregunta 3, el estudiante considera que una de las limitaciones de la tabla es el uso de pocas redes sociales.

El estudiante al identificar las preguntas claves, separar la información útil, expresarse de manera escrita sobre cuestiones matemáticas, interpretar la información de la tabla e identificar las limitaciones de la tabla y la gráfica propuesta, está dando evidencias que permiten identificar los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012)

- Reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar sucesivamente de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación; comunicar de manera elemental los resultados del modelo.
- Plantear y formular problemas más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones

entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones).

- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que engloban desde cómo reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares o cómo explicar asuntos que implican relaciones. También comporta entender las afirmaciones orales o escritas de terceros sobre este tipo de asuntos.
- Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener sentido de la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?).
- Formular preguntas (¿cómo hallamos?, ¿qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.

Reactivo 8.

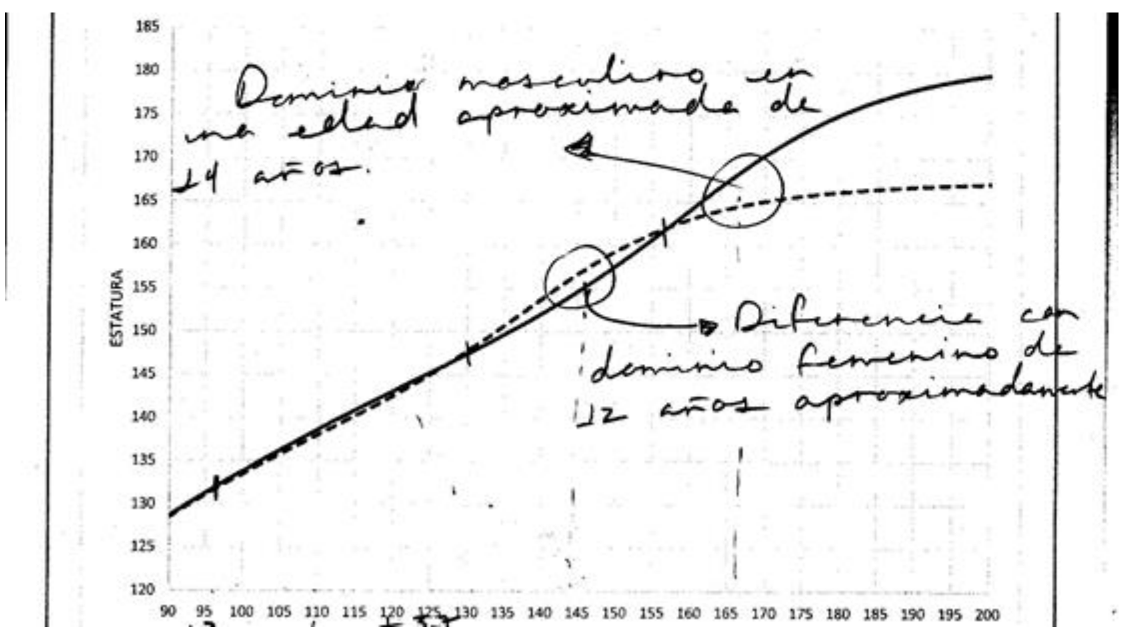
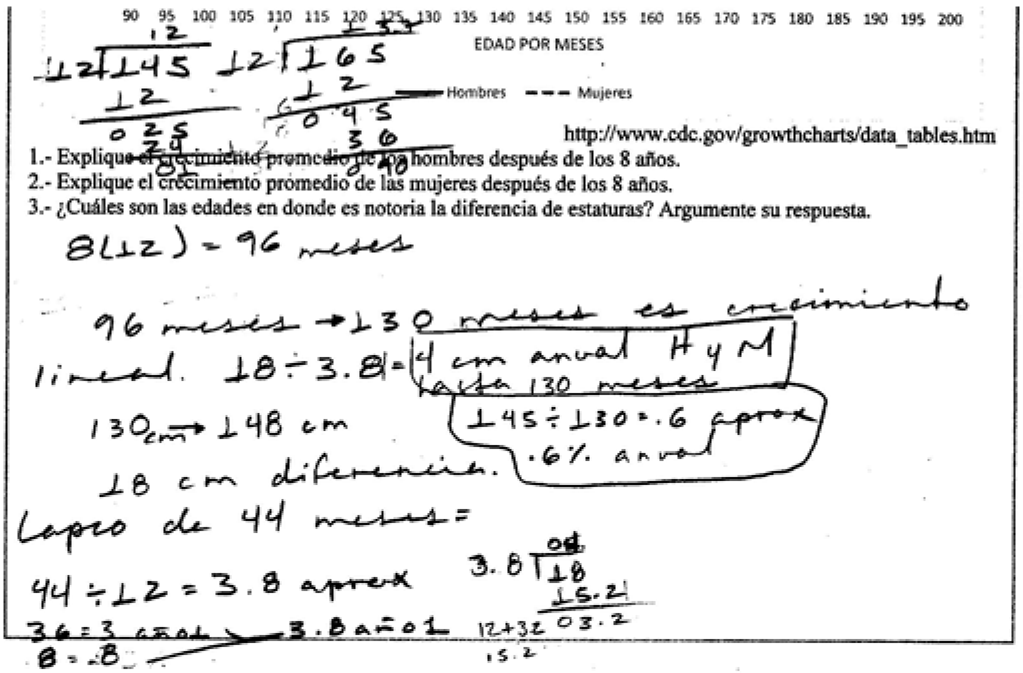


Imagen 4.35


90 95 100 105 110 115 120 125 130 135 140 145 150 155 160 165 170 175 180 185 190 195 200

EDAD POR MESES

Hombres --- Mujeres

http://www.cdc.gov/growthcharts/data_tables.htm

1.- Explique el crecimiento promedio de los hombres después de los 8 años.
2.- Explique el crecimiento promedio de las mujeres después de los 8 años.
3.- ¿Cuáles son las edades en donde es notoria la diferencia de estaturas? Argumente su respuesta.

8(12) = 96 meses

96 meses → 130 meses es crecimiento lineal. 18 ÷ 3.8 = 4 cm anual H y M hasta 130 meses

130 cm → 148 cm

145 ÷ 130 = .6 aprox .6% anual

18 cm diferencia.

Lapso de 44 meses =

44 ÷ 12 = 3.8 aprox

36 = 3 años → 3.8 años

8 = .8

Imagen 4.36

El estudiante identifica los 8 años en la gráfica. Él explica el crecimiento en cantidades tanto para hombres como para mujeres.

Él realiza algunas operaciones aritméticas. Identifica en la gráfica los meses donde es notoria la diferencia de estaturas.

De las respuestas que proporciona el estudiante se pueden identificar los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Plantear y formular problemas más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones).
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.
- Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el

encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener sentido de la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?).

- Formular preguntas (¿cómo hallamos?, ¿qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.

Reactivo 9.

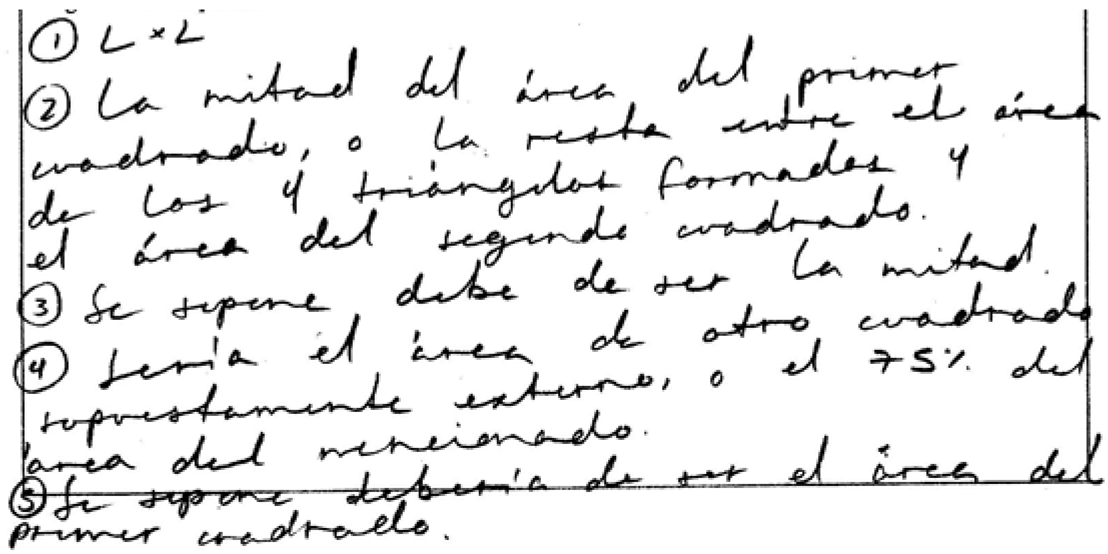

1 L×L
2 La mitad del área del primer cuadrado, o la resta entre el área de los 4 triángulos formados y el área del segundo cuadrado.
3 Se supone, debe de ser la mitad.
4 Sería el área de otro cuadrado supuestamente externo, o el 75% del área del mencionado.
5 Se supone debería de ser el área del primer cuadrado.

Imagen 4.37

El estudiante identifica las características del problema. Él determina de manera correcta tanto el área del primer cuadrado como del segundo. De las respuestas que se han dado es visible una ausencia de lenguaje algebraico. Aun cuando el estudiante tiene varias respuestas correctas, él presenta una falta de madurez en su lenguaje matemático. De las respuestas que da el estudiante y que se muestran en la imagen 4.37 se pueden identificar los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada; resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera.
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades

básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.

- Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener sentido de la heurística (¿qué puede o no puede pasar y por qué?, ¿qué sabemos y qué queremos obtener?).
- Formular las preguntas más simples (¿cuántos?, ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.
- Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en situaciones y contextos sobradamente conocidos; manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediante procedimientos rutinarios.

Reactivo 10.

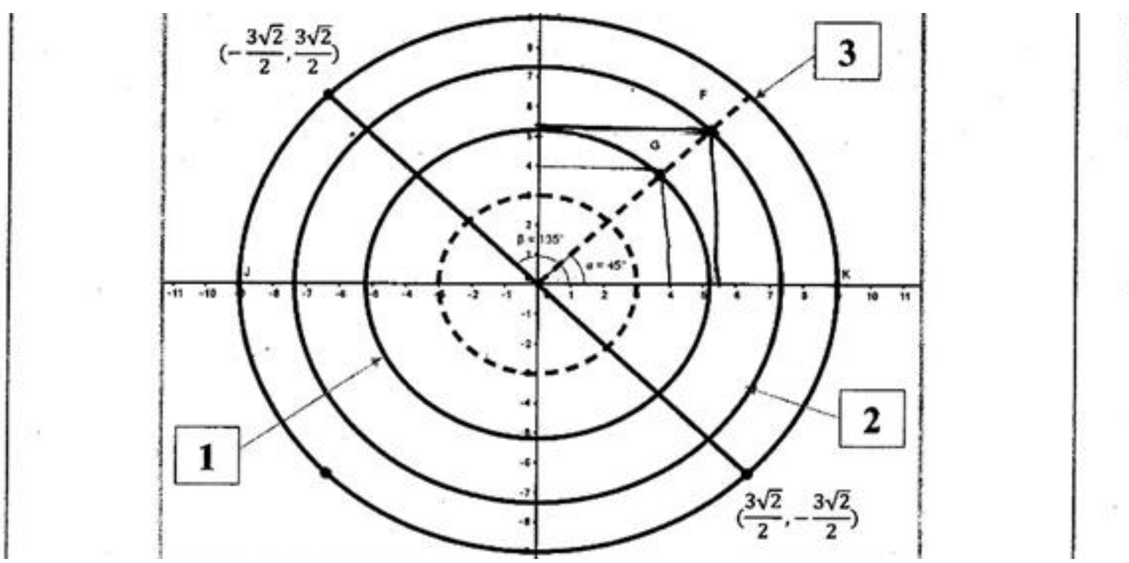


Imagen 4.38

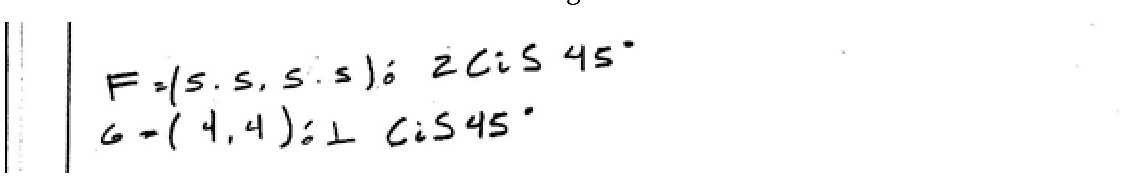


Imagen 4.39

El estudiante evalúa las coordenadas de los puntos F y G a través de la gráfica presentada. En la hoja de trabajo se muestra que el estudiante ha tratado de buscar las coordenadas en la gráfica debido al trazo de líneas que hace.

El estudiante comprende la pregunta que se le hace, sus acciones muestran que trata de responder utilizando la gráfica sin embargo el estudiante no analiza de manera más profunda la información presentada.

De las imágenes 4.38 y 4.39 donde se muestran las acciones y respuesta del estudiante se identifican los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.
- Formular las preguntas más simples (¿cuántos…? cuánto es…?) Y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.

La tabla que se presenta a continuación muestra la relación entre los reactivos diseñados, las competencias matemáticas identificadas y el nivel de desarrollo alcanzado en el caso del estudiante 4.

	C1	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**
R6	0	2	2	3	2	0	0	0
R7	1	2	2	2	2	0	0	0
R8	0	2	1	2	2	0	0	0
R9	0	1	1	2	1	0	0	1
R10	0	1	0	0	1	0	0	0

Tabla 4.5

En esta tabla se observa que el estudiante presenta los tres niveles de desarrollo en diferentes competencias.

Que el estudiante se encuentre en el nivel de reproducción en las competencias matemáticas C1 y C8 le va a permitir: trabajar con tareas relativamente familiares que ya ha practicado con anterioridad, aprovechar modelos familiares, podrá interpretar el lenguaje formal y simbólico rutinario y manejar afirmaciones sencillas.

El estudiante que haya alcanzado el nivel de conexión en las competencias matemáticas C2, C3 y C5 logrará hacer algunos problemas que ya no son meramente rutinarios pero que se sitúan aún en contextos familiares, resolverá tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos que implican establecer conexiones entre distintas áreas de matemáticas, comprenderá los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.) y sabrá expresarse por escrito sobre cuestiones matemáticas familiares que ya no son tan simples.

El estudiante, al alcanzar el nivel de reflexión en la competencia matemática que trata sobre argumentar la solución obtenida de un problema con diferentes métodos matemáticos mediante el lenguaje verbal y matemático, da evidencias de que en ciertos problemas podrá seguir, evaluar y elaborar encadenamientos de argumentos matemáticos de diferentes tipos. En la reflexión los problemas que se presentan requieren de creatividad para identificar conceptos matemáticos relevantes o establecer vínculos con los conocimientos adecuados para encontrar las soluciones.

Estudiante 5.

Reactivo 6.

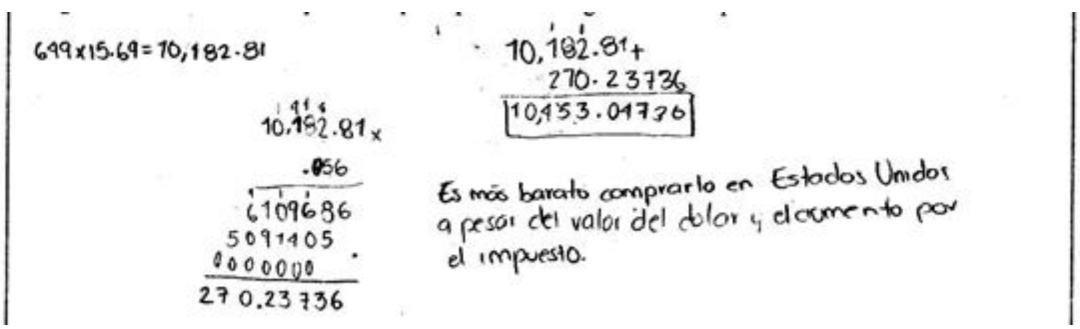


Imagen 4.40

El estudiante realiza algunas operaciones aritméticas para encontrar el precio en pesos del Iphone 6 que se vende en USA. Él utiliza todos los recursos que provee el problema para responder a la pregunta planteada. Él se equivoca en una operación aritmética ya que: $10182.81 * .056 = 570.23736$. Por estas acciones se alcanzan a percibir los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada; resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera.

- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera” y “seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados.

Reactivo 7.

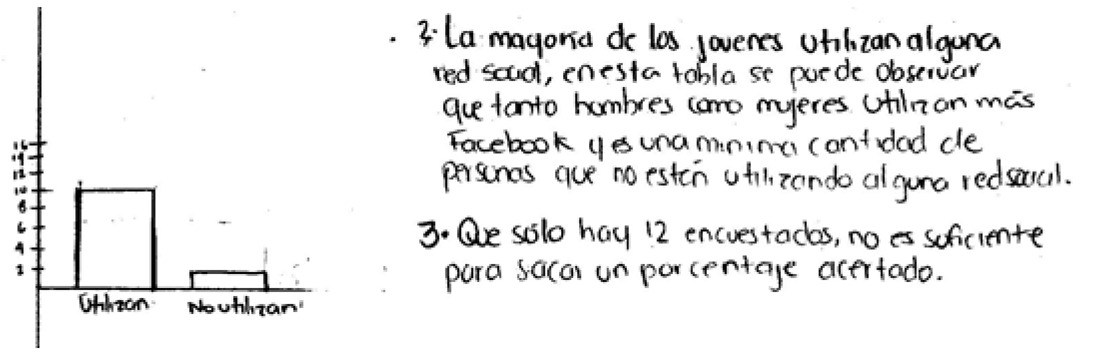


Imagen 4.41

El estudiante construye una gráfica que permite identificar el comportamiento de la tabla. Ha considerado como opción para su gráfica, la cantidad de personas que utilizan las redes sociales.

De la respuesta a la pregunta 2, se observa que el estudiante ha hecho un análisis de los datos presentados en la tabla. Él interpreta los datos que se presentan en la tabla para realizar sus observaciones.

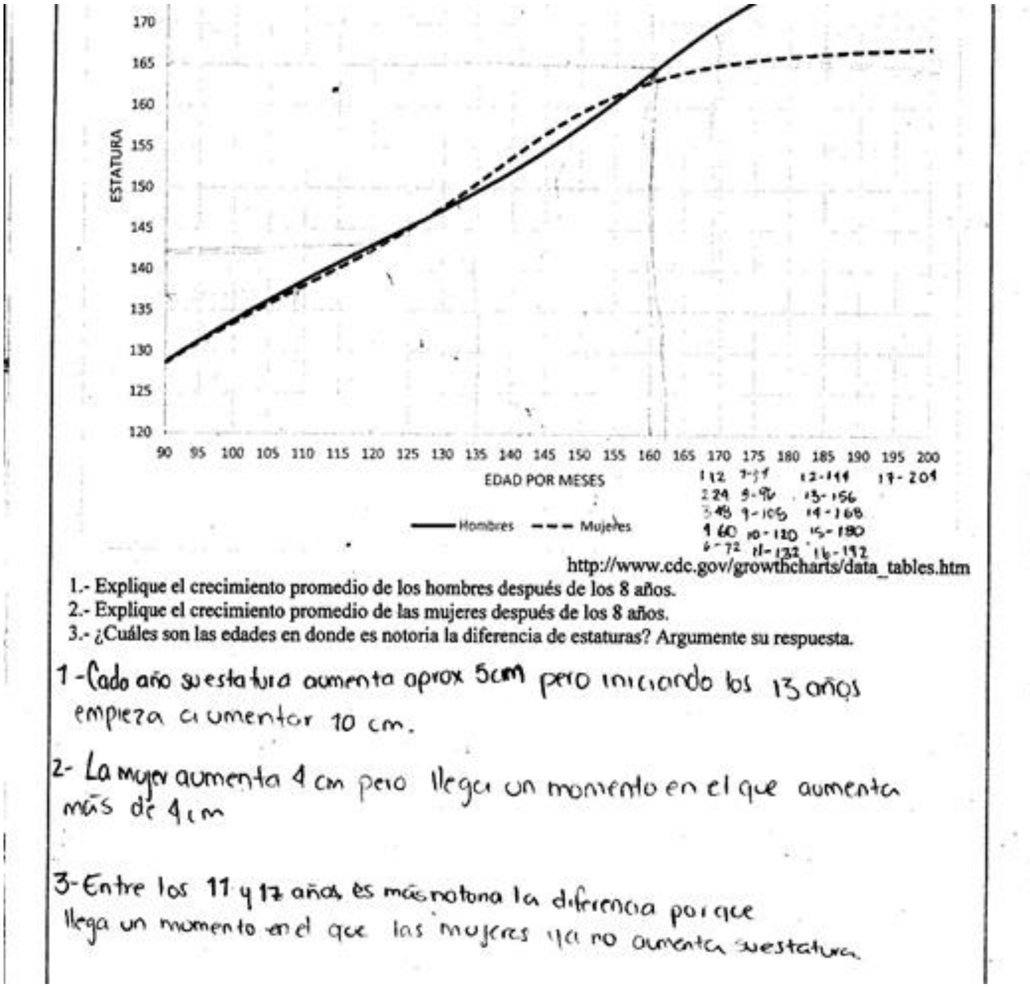
De la respuesta a la pregunta 3, se muestra que el estudiante comprende que existen limitaciones en la información presentada en la tabla, ya que el número de personas encuestadas podría no ser representativo. Expresa un juicio de los datos presentados.

De los argumentos y respuestas del estudiante se pueden identificar los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada; resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera.
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.

- Formular preguntas (¿cómo hallamos?, ¿qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.

Reactivo 8.



http://www.cdc.gov/growthcharts/data_tables.htm

1.- Explique el crecimiento promedio de los hombres después de los 8 años.
2.- Explique el crecimiento promedio de las mujeres después de los 8 años.
3.- ¿Cuáles son las edades en donde es notoria la diferencia de estaturas? Argumente su respuesta.

1 -Cado año suestatura aumenta aprox 5cm pero iniciando los 13 años empieza a umentar 10 cm.

2- La mujer aumenta 4 cm pero llega un momento en el que aumenta más de 4 cm

3- Entre los 11 y 17 años es más notona la diferencia porqce llega un momento en el qce las mujeres ya no aumenta suestatura

Imagen 4.42

El estudiante hizo uso de la aproximación para responder las preguntas 1 y 2. Él hizo un análisis de la gráfica presentada. Él realizó algunas conversiones de meses a años.

Al interpretar la información presentada en la gráfica, expresar de manera escrita cuestiones que involucran al crecimiento promedio y dar respuestas a las preguntas planteadas, el estudiante presenta los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada; resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera,
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.
- Formular las preguntas más simples (¿cuántos?, ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.

Reactivo 9.

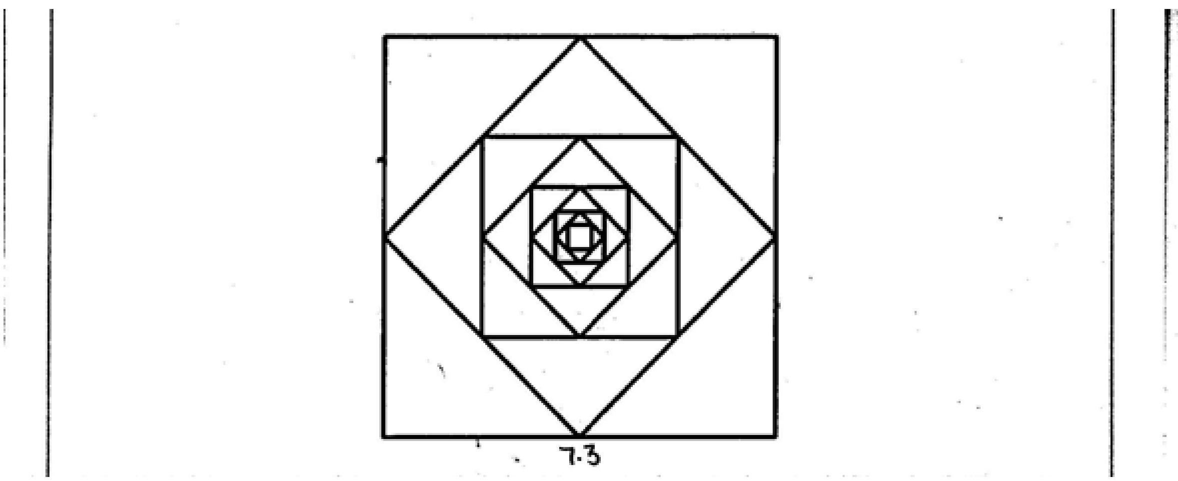
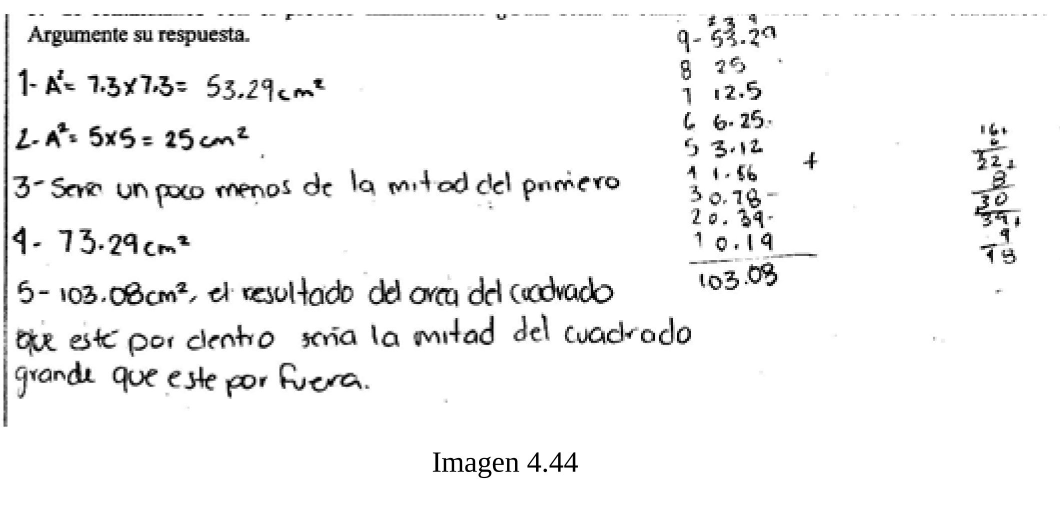


Imagen 4.43


Argumente su respuesta.

1- A^2= 7.3x7.3= 53.29cm²

2- A^2= 5x5 = 25 cm²

3- Sería un poco menos de la mitad del primero

4- 73.29cm²

5- 103.08cm², el resultado del area del cuadrado que este por dentro sería la mitad del cuadrado grande que este por fuera.

9- 53.29
8 25
7 12.5
6 6.25
5 3.12
4 1.56
3 0.78
2 0.39
1 0.19
103.08

Imagen 4.44

El estudiante ha dado un valor al lado del cuadrado más grande que se muestra en la figura. Él realizó algunas operaciones aritméticas para responder las preguntas. Calcula el área de cada uno de los cuadrados que se encuentran en la figura.

De la respuesta a la pregunta 6, el estudiante llega a que la suma total de las áreas de cada uno de los cuadrados es aproximadamente el doble del área del cuadrado más grande.

El estudiante al identificar las preguntas claves, reproducir el problema en uno más práctico, responder las preguntas utilizando procedimientos aritméticos, expresar de manera escrita cuestiones matemáticas que involucran series y formular las preguntas (¿cómo hallamos…?, ¿qué tratamiento matemático damos…?), pone en evidencia los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada; resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera,
- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera,
- Seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados.
- Formular preguntas (¿cómo hallamos?, ¿qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.

Reactivo 10.

No se obtuvo alguna respuesta del estudiante.

La tabla que se presenta a continuación muestra la relación entre los reactivos diseñados, las competencias matemáticas identificadas y el nivel de desarrollo alcanzado en el caso del estudiante 5.

	C1	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**
R6	0	1	1	1	0	0	0	0
R7	0	1	1	0	2	0	0	0
R8	0	2	1	0	1	0	0	0

R9	0	1	1	1	2	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 4.6

La tabla muestra que el estudiante ha alcanzado los niveles de reproducción y conexión en algunas competencias matemáticas.

Las competencias matemáticas que han alcanzado el nivel de reproducción son C3 y C4. Alcanzar el nivel de reproducción en estas competencias va a permitir al estudiante confrontar problemas rutinarios que ya ha practicado, llevando para ello ciertas acciones como saber expresarse por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, seguir los procesos cuantitativos y reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados de una única manera.

Las competencias matemáticas C2 y C5 han alcanzado el nivel de conexión. Este nivel de desarrollo se caracteriza por tener problemas que no son meramente rutinarios pero que se sitúan aún en contextos familiares para el estudiante. El estudiante que se encuentra en este nivel puede formular problemas más allá de la reproducción, resolver problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.).

Estudiante 6.

Reactivo 6.

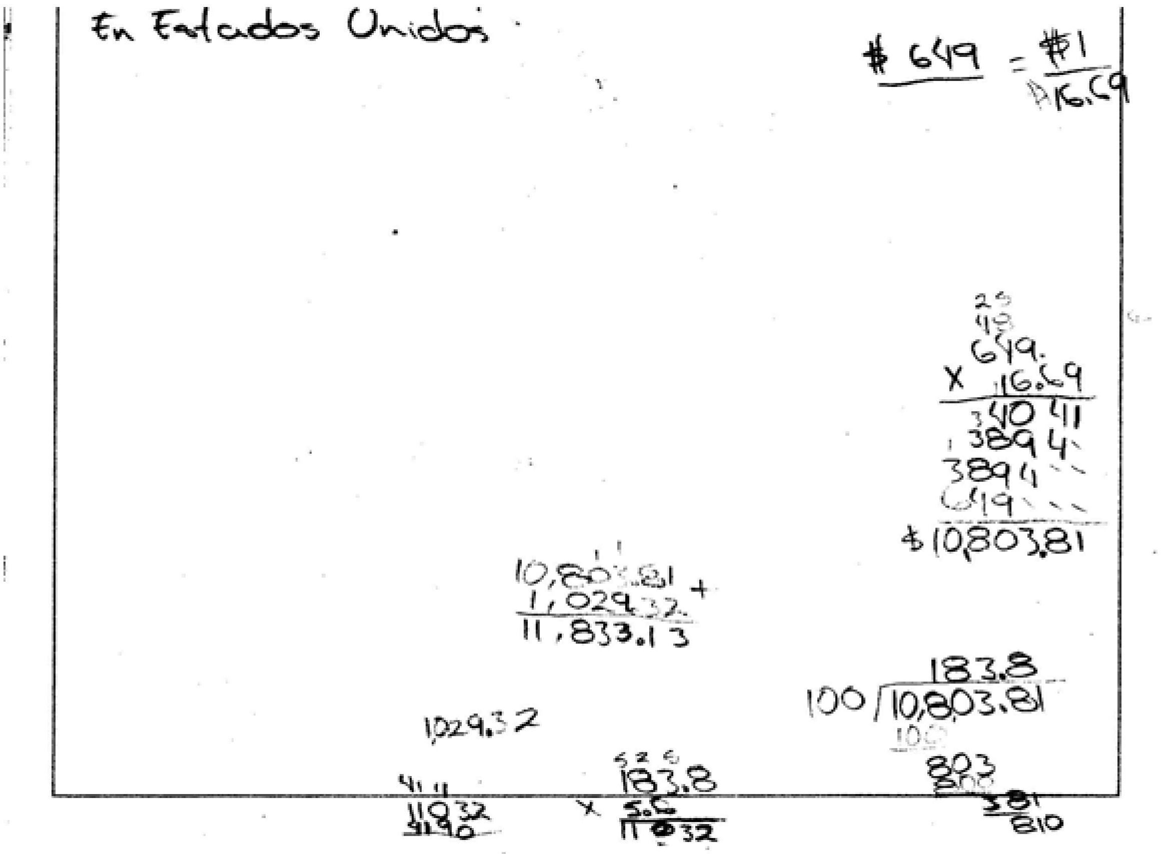


Imagen 4.45

El estudiante realiza algunas operaciones aritméticas. Él formula las preguntas (¿cuántos?, ¿cuánto es…?) y ofrece una respuesta acompañada de algunas operaciones aritméticas. Por lo que se pueden identificar los siguientes descriptores del modelo de Moreno (2012):

- Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.
- Formular las preguntas más simples (¿cuántos?, ¿cuánto es…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.

Reactivo 7.

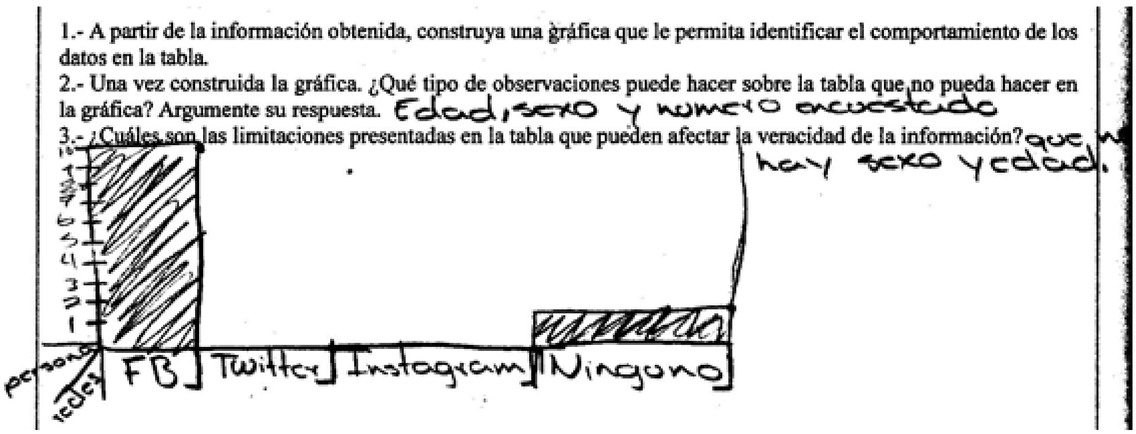

1.- A partir de la información obtenida, construya una gráfica que le permita identificar el comportamiento de los datos en la tabla.
2.- Una vez construida la gráfica. ¿Qué tipo de observaciones puede hacer sobre la tabla que no pueda hacer en la gráfica? Argumente su respuesta. Edad, sexo y numero encuestado
3.- ¿Cuáles son las limitaciones presentadas en la tabla que pueden afectar la veracidad de la información? que no hay sexo y edad.

Imagen 4.46

El estudiante construye una gráfica de barras que le permite identificar la red social más utilizada de acuerdo a los datos presentados.

De la respuesta a la pregunta 2 y 3, comprende que existen algunas limitaciones en la gráfica que ha hecho y los datos presentados en la tabla sin embargo no argumenta el porqué de sus respuestas. Al no haber argumentos suficientes solo se puede identificar el siguiente descriptor del modelo del modelo de Moreno.

- Formular preguntas (¿cómo hallamos…? qué tratamiento matemático damos…?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas.

Reactivo 8.

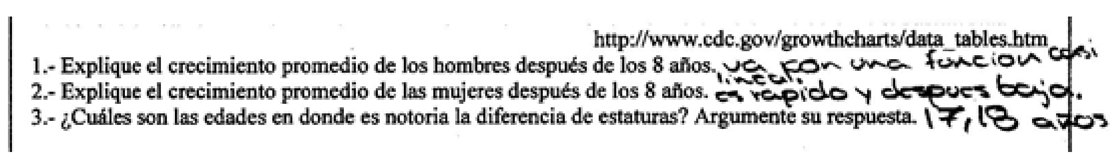
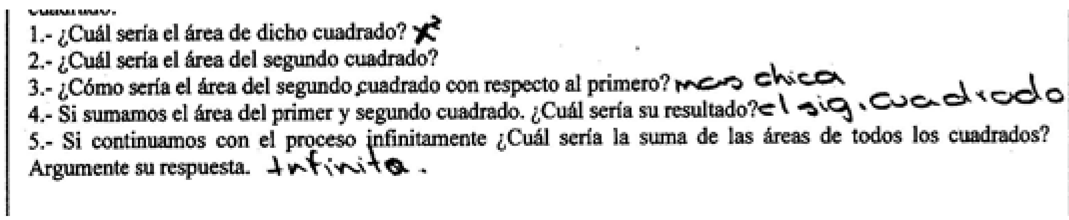

http://www.cdc.gov/growthcharts/data_tables.htm
1.- Explique el crecimiento promedio de los hombres después de los 8 años. va con una funcion casi lineal
2.- Explique el crecimiento promedio de las mujeres después de los 8 años. es rapido y despues bajo.
3.- ¿Cuáles son las edades en donde es notoria la diferencia de estaturas? Argumente su respuesta. 17, 18 años

Imagen 4.47

El estudiante describe el comportamiento del crecimiento de los hombres y mujeres de manera general. Del estudiante sólo se puede identificar el siguiente descriptor del modelo de Moreno (2012):

- Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada; resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera.

Reactivo 9.



1.- ¿Cuál sería el área de dicho cuadrado? x^2
2.- ¿Cuál sería el área del segundo cuadrado?
3.- ¿Cómo sería el área del segundo cuadrado con respecto al primero? mas chica
4.- Si sumamos el área del primer y segundo cuadrado. ¿Cuál sería su resultado? el sig. cuadrado
5.- Si continuamos con el proceso infinitamente ¿Cuál sería la suma de las áreas de todos los cuadrados? Argumente su respuesta. infinito.

Imagen 4.48

El estudiante alcanza a identificar el área del primer cuadrado sin embargo interpreta la información que se presenta de manera elemental. Se muestra una falta de madurez en el lenguaje matemático por parte del estudiante. Al no haber argumentos que sustenten sus resultados se hace difícil identificar algún tipo de descriptor pero se puede decir que el estudiante al tratar de responder las preguntas está empleando en parte el siguiente descriptor del modelo de Moreno (2012):

- Formular las preguntas más simples (¿cuántos…? cuánto es…?) Y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones.

Reactivo 10.

No se obtuvo alguna respuesta del estudiante.

La tabla que se presenta a continuación muestra la relación entre los reactivos diseñados, las competencias matemáticas identificadas y el nivel de desarrollo alcanzado en el caso del estudiante 6.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
R6	0	0	1	0	1	0	0	0
R7	0	0	0	0	2	0	0	0
R8	0	1	0	0	0	0	0	0
R9	0	0	0	0	1	0	0	0
R10	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 4.7

La tabla del estudiante 6 muestra ausencias en cuanto a niveles de desarrollo en algunas competencias. Las respuestas cortas sin fundamentos dificultan la identificación de descriptores para establecer niveles de desarrollo.

El estudiante alcanzó el nivel de reproducción en las competencias C2 y C3. Obtener el nivel de reproducción le va a permitir al estudiante confrontar problemas rutinarios que ya ha practicado, resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, expresar por escrito cuestiones matemáticas sencillas y reproducir las propiedades básicas de objetos familiares mencionando cálculos de una única manera.

En la competencia que se refiere a analizar las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar su comportamiento, el estudiante ha logrado el nivel de conexión. El estudiante en algunos problemas y con este nivel podrá formular preguntas (¿cómo hallamos…? ¿Qué tratamiento matemático damos…?), y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.).

De los seis casos analizados, sólo uno alcanzó el nivel de reflexión y sólo fue para un sólo reactivo, como se mostró en la tabla del estudiante 4. Esto significa que los niveles de desarrollo que predominan en los estudiantes seleccionados son los de reproducción y conexión. Dependiendo en qué nivel de desarrollo se encuentren los estudiantes, van a poder trabajar problemas rutinarios o problemas que plantean mayores exigencias en su interpretación.

En algunos casos la falta de argumentos y respuestas dificultó el valorar el nivel de desarrollo del estudiante al no haber elementos suficientes que se pudieran contrastar con los descriptores. Hubo otros casos en donde la poca madurez del lenguaje matemático colocó al estudiante en un nivel de desarrollo más bajo. Los estudiantes deben trabajar en sus competencias matemáticas si es que desean confrontar problemas más complejos que requieren de la comprensión y reflexión por parte de ellos.

Conclusiones

En esta sección se hace una recapitulación de la investigación realizada, se retoman los objetivos y la pregunta de investigación planteados en el Capítulo 1, se establecen las limitaciones del estudio, se comentan los resultados obtenidos y se hacen algunas reflexiones sobre las experiencias vividas durante esta etapa del proceso de formación profesional del autor.

Como en su momento se manifestó, el interés de este proyecto se puso en un proceso que cotidianamente se lleva a cabo en las instituciones públicas: la evaluación del aprendizaje matemático. En los tiempos actuales, dicho proceso necesariamente tiene que contemplar la evaluación del nivel de desarrollo que alcanzan los estudiantes en sus competencias matemáticas.

Justamente la temática que se ha abordado en este trabajo tiene el propósito de conocer el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas establecidas por la RIEMS, a través de problemas matemáticos no rutinarios en estudiantes de primer ingreso de una universidad pública.

En cada uno de los capítulos que integran el presente documento, se describieron detalladamente los aspectos relevantes del mismo, por lo que ahora se considera pertinente cerrar este trabajo con algunas conclusiones sobre los asuntos principales. En este sentido, las conclusiones se han organizado por secciones, cuyos títulos describen a qué aspecto se están refiriendo.

1. Sobre los objetivos planteados y la pregunta de investigación

En el Capítulo 1 se asumió como problema de investigación: ¿Cuál es el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas establecidas por la RIEMS, en estudiantes universitarios de primer ingreso? Formulándose entonces como objetivo general:

Identificar cuáles competencias matemáticas, así como su nivel de desarrollo, son puestas en juego por lo estudiantes universitarios de primer semestre cuando enfrentan problemas de diferente naturaleza.

Para poder alcanzar este objetivo general, y en consecuencia tener respuestas a la pregunta de investigación, se formularon dos objetivos específicos que buscaban operativizar la investigación. Estos objetivos fueron:

- Seleccionar situaciones problemáticas apropiadas cuya solución requiera de la activación de competencias matemáticas.
- Establecer criterios para identificar el nivel de desarrollo de algunas competencias matemáticas.

El establecimiento de los objetivos generales y específicos en un proyecto de investigación no resulta una tarea elemental; tiene intenciones bien definidas. El objetivo general traduce el problema planteado mediante una interrogante a una acción; por su parte los objetivos específicos disgregan al general tratando, como se dijo arriba, de identificar las sub acciones necesarias para llevar a buen término la investigación. Este esfuerzo tiene su recompensa porque simplifica el trazo de la estrategia metodológica, aunque no la complejidad de las tareas que se derivan.

En el caso de la presente investigación, el primer objetivo condujo a la necesidad de crear situaciones problemáticas convenientes y apropiadas para los fines que se perseguían. Esta tarea no es nada elemental, porque involucra una serie de decisiones importantes, por ejemplo:

a) ¿Cuántas situaciones problemáticas sería necesario diseñar?
b) ¿Cuáles contextos serían más apropiados y por qué?
c) ¿Cuáles contenidos matemáticos habría que privilegiar?
d) ¿Cuáles competencias matemáticas se requiere poner en juego en cada una de las situaciones?|
e) ¿Qué niveles de dificultad deberían tener?
f) ¿Cuántas formas posibles de solución tiene cada una de las situaciones planteadas?
g) ¿Qué respuestas se pueden esperar de parte de los estudiantes?
h) La forma en que se redactan las situaciones problemáticas, ¿son claras y comprensibles para los estudiantes?
i) ¿Qué tiempo se debe proporcionar a los estudiantes para la aplicación del instrumento diseñado?

Esta lista no es exhaustiva y son solamente una muestra de las preguntas y consecuentes decisiones que se tomaron para el diseño del instrumento que fue aplicado a los estudiantes. Al inicio de la investigación alguna idea se tenía sobre lo complicado que podía resultar la tarea emprendida; sin embargo, una vez concluido este trabajo, se ha tomado una mayor conciencia de la complejidad que entraña el diseño y la valoración de reactivos.

Ante la magnitud de la labor pretendida, es más que evidente que un instrumento constituido por diez reactivos resulta insuficiente para los propósitos declarados. Sin embargo, algún nivel de satisfacción se alcanzó, en tanto que se consiguió información útil, susceptible de analizarse, que bien puede servir como punto de partida para diseños posteriores.

Con relación al segundo de los objetivos particulares, el papel que jugó el modelo de Moreno fue muy importante, pues permitió hacer una valoración sobre el nivel de desarrollo de los estudiantes participantes escogidos, todo ello gracias a los descriptores planteados en el modelo mencionado. En este sentido, es importante reconocer el papel que pueden jugar los resultados de investigaciones previamente realizadas en proyectos posteriores. Es claro que sin la utilización de dicho modelo, la tarea planteada habría resultado mucho más complicada.

Centrándonos en el objetivo general, después de la aplicación y valoración de la serie de reactivos, se identificó que las competencias matemáticas y niveles de desarrollo que ponen en juego algunos estudiantes universitarios de primer ingreso son:

	Competencia	**Nivel de desarrollo**
Estudiante 1	C1	Reproducción
	C2, C3, C4, C5, C6, C8	Conexión
Estudiante 2	C1, C3, C8	Reproducción
	C4, C5, C6	Conexión
Estudiante 3	C3, C4, C5	Reproducción
	C2	Conexión
Estudiante 4	C1, C8	Reproducción
	C2, C3, C5	Conexión
	C4	Reflexión
Estudiante 5	C3, C4	Reproducción
	C2, C5	Conexión
Estudiante 6	C2, C3	Reproducción
	C5	Conexión

En cuanto a estos resultados, se advierte que el nivel de reflexión es el que se presenta con menor frecuencia. Una lectura superficial podría conducir a una descalificación de los estudiantes, de los profesores que los formaron, del sistema escolar y/o del instrumento usado; sin embargo, en lugar de eso surgen las preguntas siguientes:

a) ¿Con qué compromiso los estudiantes asumen este tipo de actividades?
b) ¿Los contextos planteados les resultan realmente interesantes y atractivos?
c) ¿Hasta qué grado siguen los alumnos considerando las situaciones planteadas como escolares, lo cual impide que proporcionen respuestas más acordes a una situación cotidiana?
d) ¿Qué aspectos influyen para que las respuestas de los alumnos sean tan poco argumentadas?

No se está siendo exhaustivo en esta relación, pero las preguntas anteriores nos remiten también a otros aspectos que podrían explicar los resultados obtenidos.

2. Sobre las limitaciones del estudio

Como ya se ha señalado, si bien la aplicación del instrumento diseñado ha arrojado información acerca de dónde se encuentra el estudiante en cuanto al nivel de desarrollo de competencias matemáticas, también mostró ciertas limitaciones.

Ya se comentó acerca de lo insuficiente que se considera ahora el número de reactivos que constituyen el instrumento diseñado. Los 10 reactivos planteados fueron resueltos en hojas de trabajo a lápiz o pluma, y a la hora de valorar estos reactivos, se encontró que en la mayoría de los casos los estudiantes no argumentaban sus respuestas, lo que provocaba que el determinar el nivel de desarrollo se volviera una tarea demasiado complicada, por no decir que imposible. En este sentido, una actividad que hubiese complementado la información obtenida hubiese sido la realización de una entrevista, la cual se considera hubiera enriquecido más el trabajo, aportado mayor información y establecido una mejor valoración del desempeño del estudiante.

Una circunstancia que limita este tipo de trabajos es que son iniciativas que no cuentan con apoyo económico de ningún estilo, son investigaciones de carácter individual que mayoritariamente se sostienen con recursos personales.

3. Algunas reflexiones derivadas del estudio

Al desarrollar este proyecto de tesis, la idea que se tenía de cómo se concebían las matemáticas en el nivel educativo fue cambiando. Previo a este trabajo nació una inquietud por conocer qué tipo de estrategias utilizaban los estudiantes para resolver problemas en Matemáticas. Al comenzar este trabajo no se estaba seguro si inclinarse por identificar las estrategias que utilizaban los estudiantes al momento de resolver problemas en matemáticas, porque con cada revisión bibliográfica que se hacía el término competencia cobraba mucha fuerza, entonces se pensó en la posibilidad de identificar el nivel de desarrollo de un estudiante no en cuanto estrategias sino como competencias matemáticas. Al final, como se observa en el trabajo, se decidió por el camino de las competencias matemáticas.

Pensando de manera general el trabajo muestra una actividad propia de la licenciatura en Matemáticas, la de buscar una situación que presente un problema y del que se quiere encontrar alguna solución. Sin embargo, es evidente que las estrategias para abordar este tipo de problemas difieren de las estrategias que se siguen para resolver un problema matemático.

En este caso apareció la inquietud de la evaluación de competencias matemáticas. Como no se puede resolver un problema sin conocerlo, se hace una investigación sobre qué se sabe del problema, los antecedentes. Dependiendo de la magnitud del problema se atiende en su totalidad o no, en otras palabras se busca una problemática de interés. Para establecer los planes de acción se necesitan conocimientos sobre la temática que envuelve al problema, el marco conceptual y las consideraciones metodológicas. Una vez ejecutado el plan se realiza el análisis de los resultados del instrumento que se diseñó a partir de los conocimientos obtenidos en los planes establecidos. La visión retrospectiva del trabajo permite establecer las conclusiones que van a determinar si se ha resuelto o no el problema en el que se enfocó.

Hay una serie de aprendizajes que deja la reflexión sobre la ruta crítica que se acaba de describir. Tomar conciencia de que el tipo de problemas que como egresados de la Licenciatura en Matemáticas podemos abordar también involucra situaciones como la que se ha desarrollado en esta investigación es importante, porque amplía el horizonte y la visión que como profesionista se debe tener.

Las posibilidades metodológicas también se amplían, y las capacidades de análisis y síntesis que se nos desarrollan como licenciados en matemáticas adquieren otra dimensión, pero pueden resultar sumamente útiles en estos procesos.

Finalmente, pensando en los profesores que cotidianamente se deben enfrentar a las tareas derivadas de su actividad profesional, una de las cuales es la evaluación, no se puede dejar de mencionar lo complicado que ésta es y lo necesario que resulta que puedan ponerse a su alcance recursos que les ayuden a comprenderla y a realizarla de una manera más completa.

Se cierra este documento planteando nuevas preguntas de investigación que se derivan de este trabajo:

¿Cuáles son los niveles mínimos de desarrollo, en cuanto a competencias matemáticas, que debe poseer un egresado de la Educación Media Superior?

¿Qué tipo de pruebas se deben hacer para valorar el nivel de desarrollo de competencias matemáticas?

¿Qué otros criterios se pueden establecer para identificar el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas?

¿Qué tan viable sería aplicar evaluaciones que midan el nivel de desarrollo en un salón de clases?

Referencias bibliográficas

Antonia, M. (1998). *La evaluación educativa. Escuela básica.* México: SEP-Muralla.

Barriga, F. D., Hernández G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista.* México: McGraw-Hill Interamericana.

Castro, E., Fernández, F., Gil, F., Moreno, F., Olmo, A., Rico, L., Castro, E., Segovia, I. (1993). La evaluación en matemáticas: Revisión y estado de la cuestión. En Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales (Ed.), *VI Jornadas Andaluzas de Educación Matemática* (pp. 205-225). Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

DGB (2013a). *Matemáticas I, Programas de Estudio*. México.

DGB (2013b). *Matemáticas II, Programas de Estudio*. México.

DGB (2013c). *Matemáticas III, Programas de Estudio*. México.

DGB (2013d). *Matemáticas IV, Programas de Estudio*. México.

Enríquez, L. (2014). *Propuesta de estrategia de análisis de reactivos de matemáticas de pruebas estandarizadas: caso ENLACE.* (Maestría). Universidad de Sonora. Sonora, México.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación.* México: McGraw-Hill Interamericana.

INEE (s.f.). Explorador Excale. Recuperado al 21 de Febrero de 2016 en: http: //www.inee.edu.mx/explorador/index.php.

Moreno, G. A. (2012). *Seguimiento a la Reforma Integral de la Educación Media Superior: textos, prácticas docentes, y desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes.* (Maestría). Universidad de Sonora. Sonora, México.

OCDE (s.f.). *El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve.* Recuperado al 21 de Febrero de 2016 en: http://www.oecd.org/centrodemexico/medios/41479051.pdf.

RIEMS (2008a). *Reforma Integral de la Educación Media Superior en México: la creación de un Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad*. México.

RIEMS (2008b). *Acuerdo número 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato*. México.

RIEMS (2008c). *Acuerdo número 486 por el que se establecen las competencias disciplinares extendidas del bachillerato general.* México.

Rico, L. (2005). La competencia matemática en PISA. En Fundación Santillana (Ed.), *La enseñanza de las matemáticas y el informe PISA* (pp. 47-66). Madrid: Editor.

Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*.

SEP (2011a). *El manual del maestro Competencias para el Mexico que queremos: Hacia PISA 2012*. Educación básica. México, D.F.

SEP (2011b). *Plan de estudios 2011*. Educación Básica. México.

SEP (2011c)- *Programas de estudio 2011 Guía para el maestro.* Educación Básica Secundaria. México.

SEP (2012). *El enfoque formativo de la evaluación*. Subsecretaría de Educación Básica. México.

SEP (2015). *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes –Planea- en la Educacion Media Superior. Publicación de Resultados Primera Aplicación 2015.* México.

SEP (s.f.a). Planea. Secretaría de Educación Pública. Recuperado al 17 de Noviembre de 2015 en: http://planea.sep.gob.mx.

SEP (s.f.b). ENLACE. Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares. Recuperado al 21 de Febrero de 2016 en: http://www.enlace.sep.gob.mx/que_es_enlace/

Vázquez G., Gutiérrez M. (2013). *México en PISA 2012*. INEE.

SEP (s.f.c) Formación Continua. Reforma Integral de la Educación Básica. Recuperado al 21 de Febrero de 2016 en: http://formacioncontinua.sep.gob.mx/sites/ReformaIntegral.

Tuning (2007). *Reflexiones y perspectivas de la Educación Superior en América Latina*. España.

Universidad Autónoma de Baja California (2009). EXHCOBA. Recuperado al 21 de Febrero de 2016 en: http://uee.uabc.mx/uee/documentos/seminarioEvaluacion09/EXHCOBA.pdf.

ANEXOS

Reactivos

LA POBLACIÓN EN MÉXICO

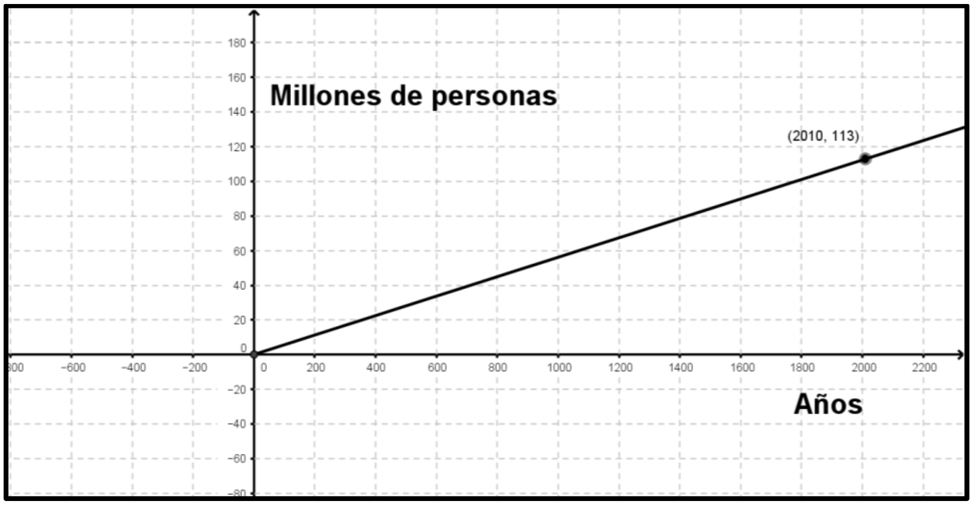
Acorde a los datos mostrados por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), el crecimiento de la población en México durante los años que van de 1810 a 2010 fue el siguiente:

Año	Millones de personas
1810	6.1
1820	6.2
1910	15.2
1921	14.3
1970	48.2
1990	81.2
2000	97.5
2010	112.3

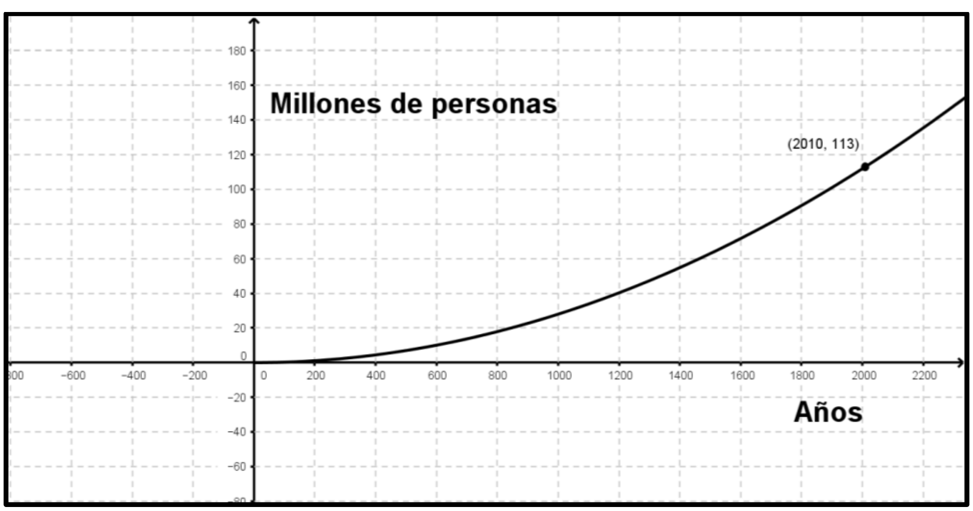
Si las condiciones se siguieran cumpliendo para los próximos años. ¿Cuál o cuáles de estas gráficas será la mejor para representar el aumento de la población en los próximos años? Argumente su respuesta en cada uno de los espacios disponibles.

a)

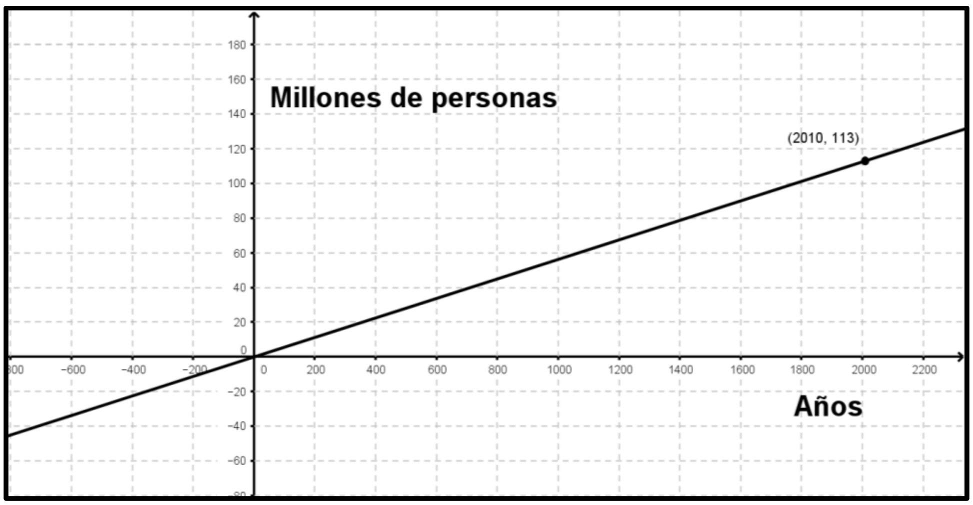
b)


Millones de personas
(2010, 113)
Años
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-600
-400
-200
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
2000
2200

c)

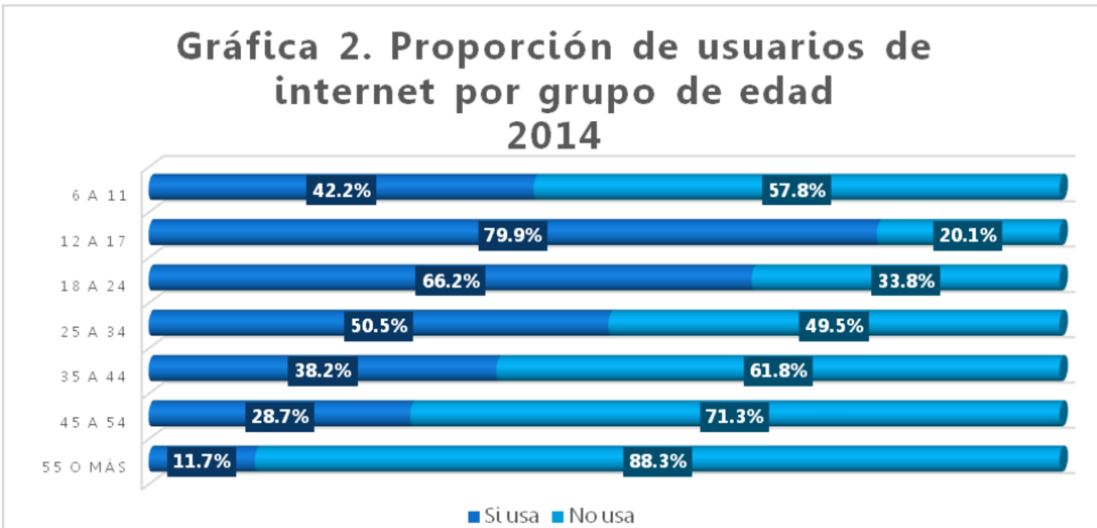

Millones de personas
(2010, 113)
Años
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-600
-400
-200
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
2000
2200

d)



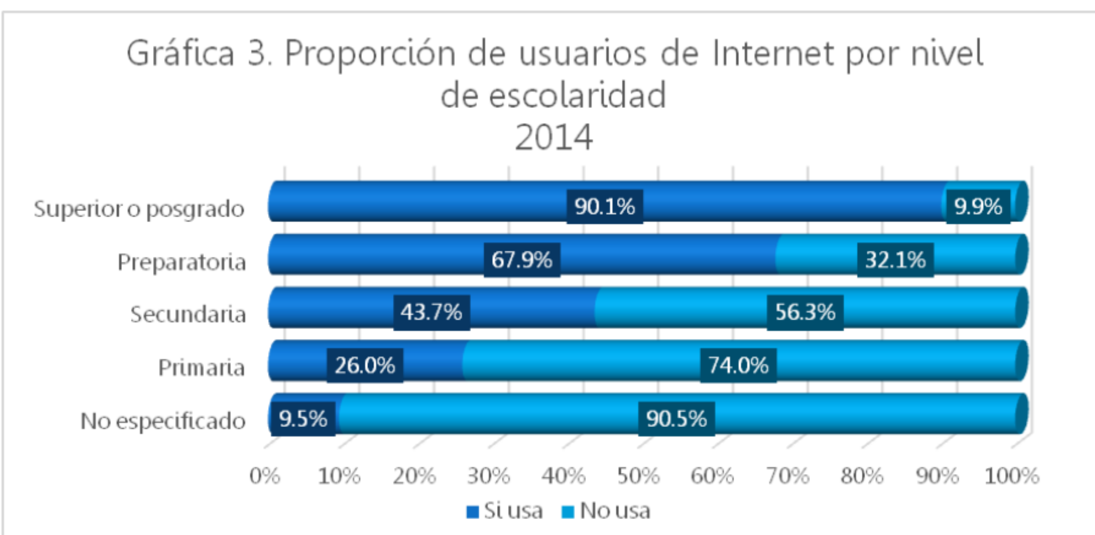
SOBRE ACCESO A INTERNET

En la era del conocimiento, el acceso a internet se encuentra asociado de manera importante con el nivel de estudios.
El 14 de mayo de 2015, el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) presentó un documento con tema: “Sus estadísticas a propósito del Día Mundial del Internet”, en él se muestran datos nacionales referentes al uso del internet.
A continuación se presentan dos gráficas tomadas de este documento en donde se muestran tanto la proporción de usuarios de internet por grupo de edad como por nivel de escolaridad.



Fuente: MODUTIH, 2014

A partir del análisis de la Gráfica 2:
1.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 2?



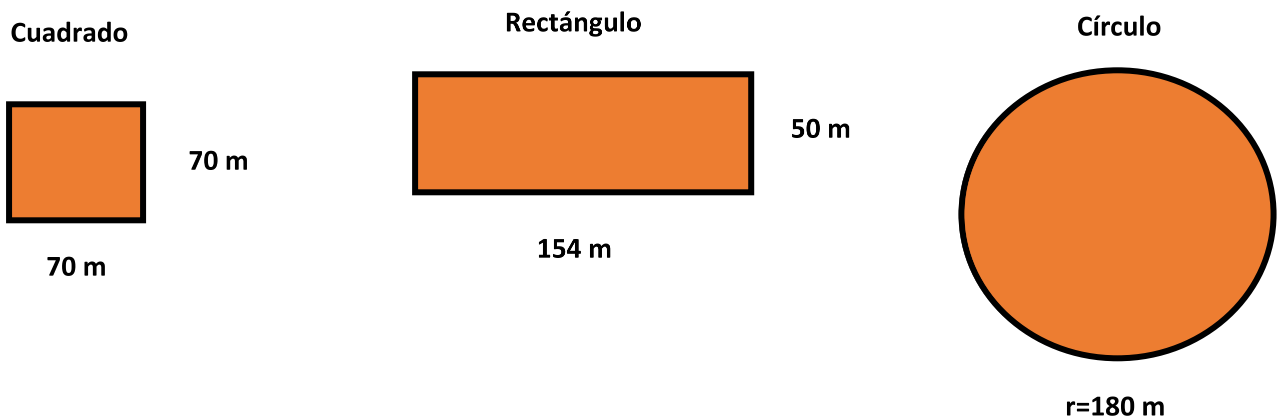
Fuente: MODUTIH, 2014

A partir de la Gráfica 3:
2.- ¿Qué afirmaciones puede dar respecto a la Gráfica 3?
A partir de la Gráfica 2 y Gráfica 3:
3.-Proporcione alguna afirmación que integre la información de ambas tablas.

PLANIFICACIÓN URBANA

Se desea reconstruir algunas calles al poniente de la ciudad de Hermosillo, se ha escogido para ello una zona cercana al Aeropuerto Internacional General Ignacio Pesqueira García que es la siguiente:

Ubicada al norte de la Privada Quinta Emilia, dicha zona rectangular será remodelada para esto se encuentran disponibles tres tipos de diseños para los terrenos con sus respectivas medidas y precios:



Diseño	Precio por m^2
Cuadrado	\$10
Rectángulo	\$18
Círculo	\$7

Los terrenos que deberán construirse tendrán que cumplir con ciertas características:

- Cubrir la mayor cantidad de terreno disponible utilizando más de un terreno de un único diseño.
- Dejar disponible espacios para la construcción de pavimentos donde transiten los autos.
- Hacer el menor gasto posible.

¿Cuál o cuáles de los diseños presentados pueden cumplir con estas características? Argumente su respuesta.

SOBRE LA GASOLINA

Los incrementos de los precios de los combustibles son un factor de presión en la inflación, ya que acarrean incrementos directos en los precios del transporte, tanto de los pasajeros, como de las mercancías. Por ejemplo los tractores para la agricultura necesitan combustibles así como los barcos pesqueros, por lo que el aumento en los precios de los hidrocarburos tiene repercusiones directas en los costos de casi todos los sectores productivos con el consecuente aumento de precios de los productos finales.
A continuación se presenta la tabla del precio del litro de gasolina durante el año 2014 en México.

Precio del litro de Gasolina Magna durante el año 2014 en México	
Número de mes	Precio gasolina Magna
1	$12.32
2	$12.41
3	$12.50
4	$12.59
5	$12.68
6	$12.77
7	$12.86
8	$12.95
9	$13.04
10	$13.13
11	$13.22
12	$13.31

1.-Identifica la variable dependiente e independiente de la tabla y describa el comportamiento posible de la variable dependiente cuando aumenta el valor de la variable independiente.
2.- Si se preserva el aumento de los precios de Gasolina Magna para los siguientes años, ¿cómo establecerías el precio de la gasolina en algún mes de un año determinado?

GANANCIAS PARA EL CINE

De acuerdo a la Procuraduría General del Consumidor (PROFECO) en México la entrada al cine cuesta en promedio 46.7 pesos. Se ha establecido por la Ley Federal de Cinematografía (LFC) que los precios en taquilla para Cinépolis y Cinemex serán los siguientes:

	Entrada	Precios
	Adultos	$47
	Niños	$37
	Adultos	$47
	Niños	$37

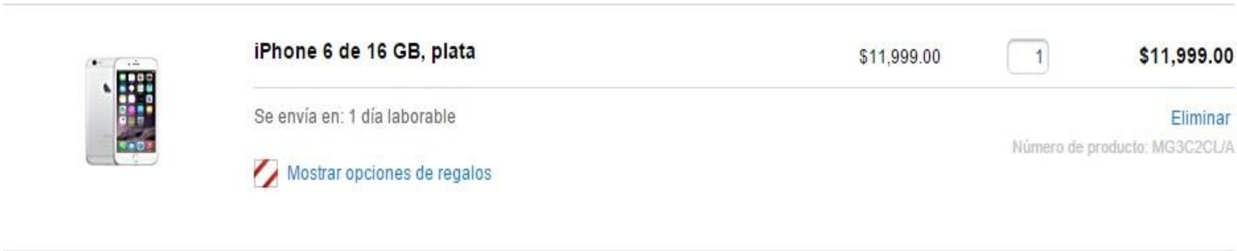
Se ha decidido por parte de ambos cines mantener un monitoreo constante sobre las ganancias que se obtienen en las taquillas de estos.
En un día domingo se reportaron durante la apertura de los cines y pasados 20 minutos las siguientes ganancias:

	Adultos	Niños	Ganancia acumulada
	6	8	$578
	10	4	$618

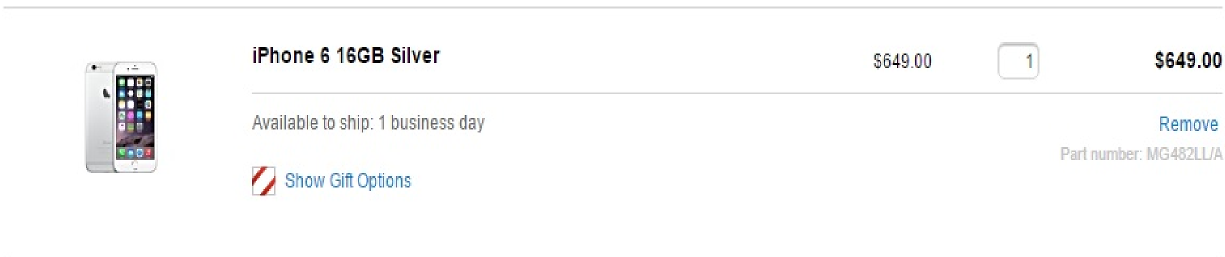
1.-Si sabemos que existen alrededor de 8 Cinemex y 6 Cinépolis en Sonora, ¿Cuáles cree que serán las ganancias que se acumularán para ambos cines en un día viernes? Argumente su respuesta.
2.-Siendo el miércoles un día muy concurrido en los cines, ¿Cómo podría calcular las ganancias acumuladas en ambos cines, de acuerdo al número de adultos y niños que ingresaron a ellos? Argumente su repuesta.

COMPRAS DE GAMA ALTA

De acuerdo a la página oficial de Apple un iPhone 6 en México puede costar como mínimo:



Mientras, en los Estados Unidos:



Para el 6 de julio de 2015 y según datos oficiales del Banco de México, el cambio del dólar fue de 15.69 pesos. Si agregamos además el tax o impuesto por producto en los Estados Unidos que es de 5.6% sobre el valor de este. 1.- ¿Dónde conviene más comprar este tipo de productos? Argumente su respuesta.

REDES SOCIALES

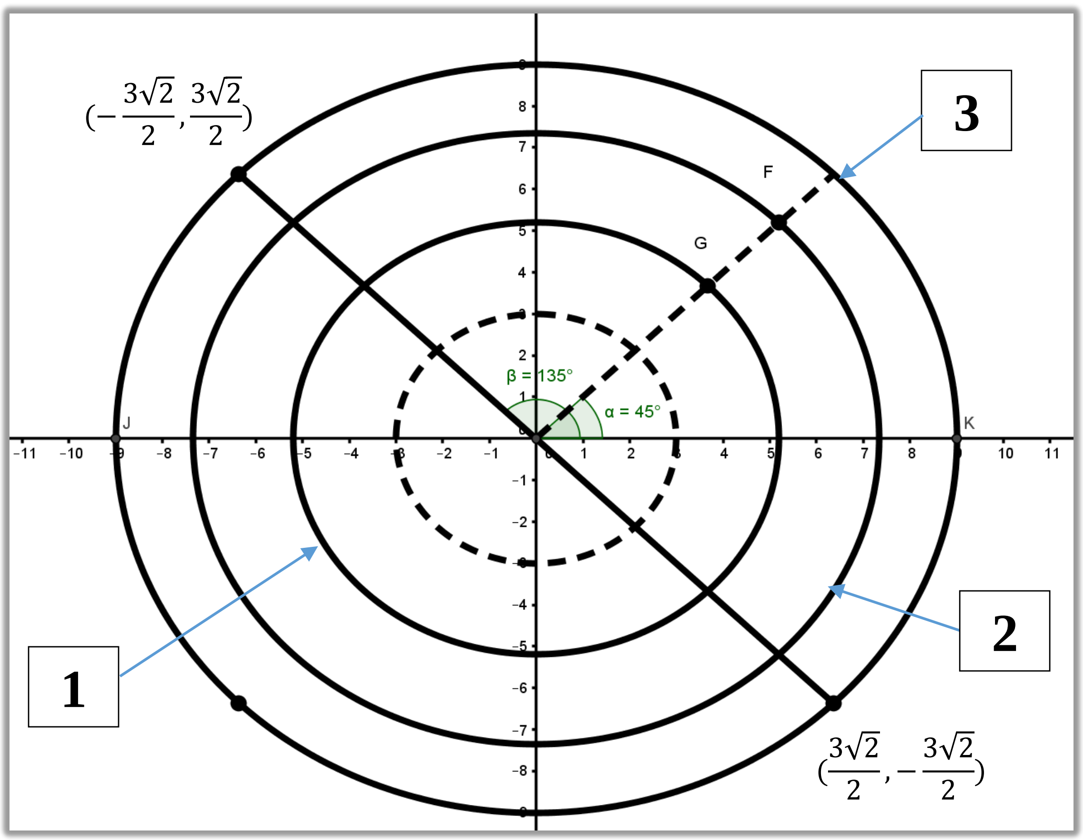
En la era del conocimiento, el acceso a internet se encuentra asociado de manera importante con el nivel de estudios. Es por ello que clasificar la información recopilada para presentarla de manera clara es necesario.
De acuerdo a la revista FORBES, México se encuentra por encima del promedio de América Latina en el uso de social media, con un alcance del 98.2 de los usuarios de Internet, mientras que el promedio de la región es de 95.8.
En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos de un cuestionario aplicado a un grupo de personas.

	Red social más utilizada					
	Edad	Sexo	Facebook	Twitter	Instagram	No utilizan
Encuestado 1	21	Femenino	X			
Encuestado 2	22	Femenino	X			
Encuestado 3	23	Femenino	X			
Encuestado 4	22	Masculino	X			
Encuestado 5	22	Masculino	X			
Encuestado 6	22	Masculino	X			
Encuestado 7	23	Femenino				X
Encuestado 8	22	Femenino	X			
Encuestado 9	21	Masculino	X			
Encuestado 10	22	Femenino	X			
Encuestado 11	21	Masculino				X
Encuestado 12	24	Masculino	X			

1.- A partir de la información obtenida, construya una gráfica que le permita identificar el comportamiento de los datos en la tabla.
2.- una vez construida la gráfica. ¿Qué tipo de observaciones puede hacer sobre la tabla que no pueda hacer en la gráfica? Argumente su respuesta.
3.- ¿Cuáles son las limitaciones presentadas en la tabla que pueden afectar la veracidad de la información?

ANALIZANDO ESTRUCTURA

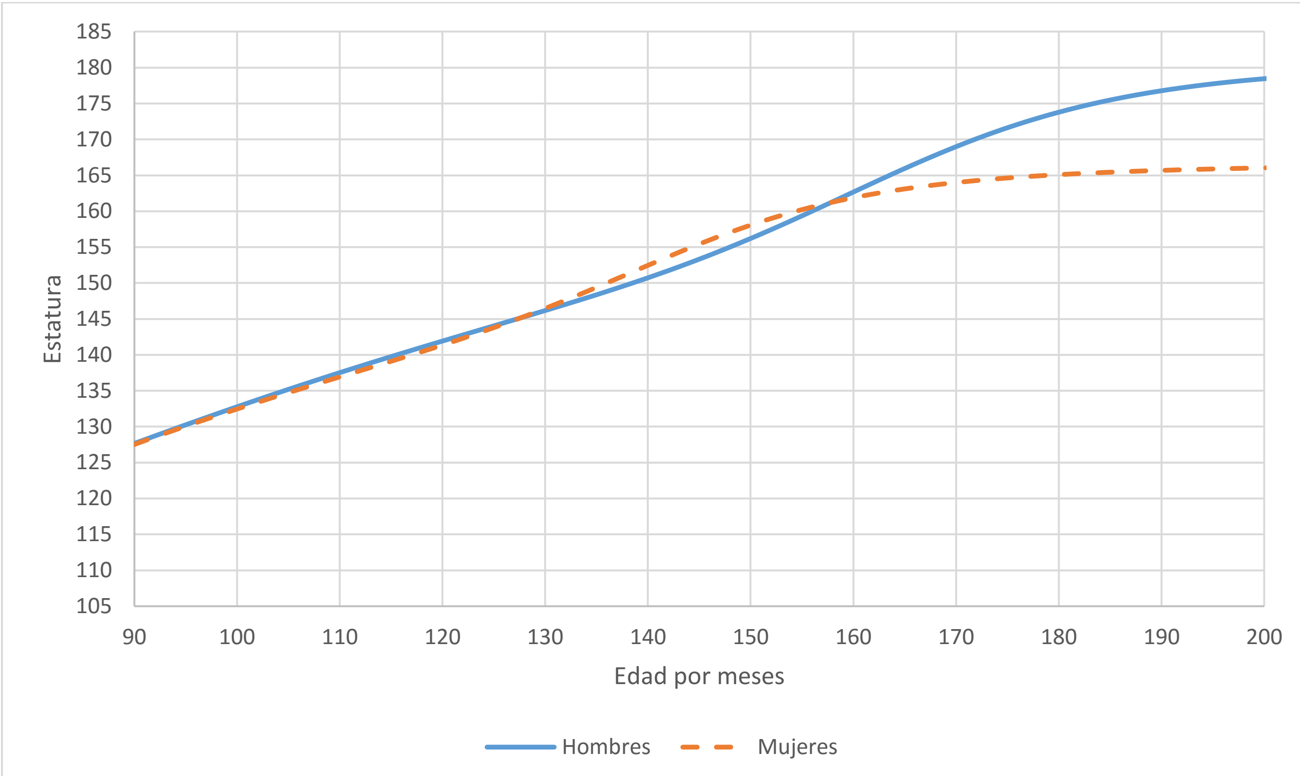
Esta estructura se encuentra localizada en la ciudad de Hermosillo, Sonora y forma parte del edificio de la Procuraduría General de Justicia del Estado de Sonora. En dicha estructura se desea reconstruir el domo, que está localizado en la parte de arriba, para el cual se está elaborando un plano que permitirá conocer los lugares donde las vigas se unen, el plano muestra una imagen aérea de la estructura como la que se presenta a continuación.



Se sabe que el tamaño de la circunferencia 1 es 1/3 de la circunferencia 3 y que la circunferencia 2 es 2/3 de la circunferencia 3.
En este plano se desea conocer las coordenadas de los puntos (F y G) para formar el segmento que le corresponde a esta parte.
1.- ¿Cuáles serían las coordenadas? Argumente su respuesta.

ESTATURA DE LOS JOVENES

En esta gráfica se muestra la estatura promedio de los jóvenes, hombres y mujeres de la parte norte de México.



http://www.cdc.gov/growthcharts/data_tables.htm

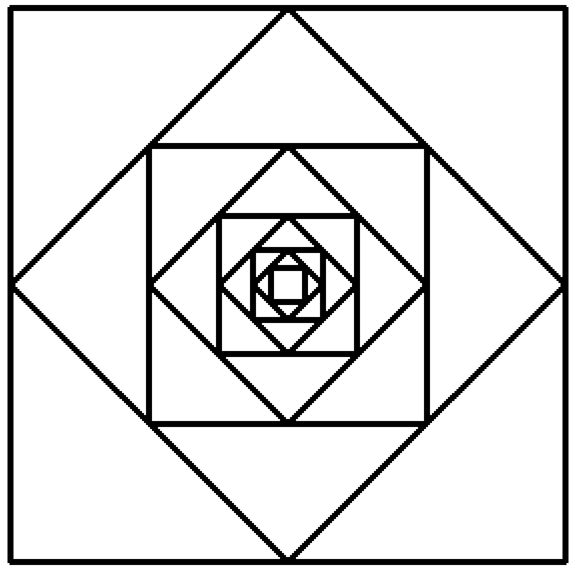
1.- Explique el crecimiento promedio de los hombres después de los 8 años.

2.- Explique el crecimiento promedio de las mujeres después de los 8 años.

3.- ¿Cuáles son las edades en donde es notaria la diferencia de estaturas? Argumente su respuesta.

SUMA DE CUADRADOS

Se tiene un primer cuadrado y a partir de él se construye un segundo cuadrado uniendo los puntos medios de los lados que conforman el primer cuadrado, y así sucesivamente, este proceso se repite infinitamente. La siguiente figura muestra la idea del proceso:



En teoría el ciclo nunca termina aun cuando la imagen muestre lo contrario, esto debido a que hablamos de un proceso infinito. ¿Cuánto vale la suma de las áreas de todos los cuadrados? Argumente su respuesta.

Si llamamos x a un lado del cuadrado más grande y consideramos al cuadrado más grande como el primer cuadrado.

1.- ¿Cuál sería el área de dicho cuadrado?

2.- ¿Cuál sería el área del segundo cuadrado?

3.- ¿Cómo sería el área del segundo cuadrado con respecto al primero?

4.- Si sumamos el área del primer y segundo cuadrado. ¿Cuál sería su resultado?

5.- Si continuamos con el proceso infinitamente ¿Cuál sería la suma de las áreas de todos los cuadrados? Argumente su respuesta.