"El saber de mis hijos hará mi grandeza"

UNIVERSIDAD DE SONORA

DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Departamento de Matemáticas

Propuesta de actividades didácticas para la matemática del bachillerato

TESIS

Que para obtener el título de:

Licenciada en Matemáticas

Presenta:

Yessenia Alejandra Liñan Morales

Directora de Tesis:

Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos

Hermosillo, Sonora, México. Febrero 2017

SINODALES

M.C. Manuel Urrea Bernal
Universidad de Sonora

Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos
Universidad de Sonora

M.C. Carolina Espinoza Villalva
Universidad de Sonora

Dra. María Mercedes Chacara Montes
Universidad de Sonora

Dedicatoria

A Dios
Por todas las bendiciones que me ha dado.

A mis padres
Octavio Liñan y Alejandrina Morales.

A mi hermana
Jazmin Liñan.

Agradecimientos

Agradezco primeramente a Dios por permitirme llegar hasta donde me encuentro hoy, por todas las bendiciones que me ha brindado tanto en lo personal como profesional y por haberme mandado a la mejor familia que puede existir en este mundo.

También quiero agradecer a mi familia, a mis papás Octavio y Alejandrina por su apoyo incondicional que me han demostrado a lo largo de mi vida, por ser el pilar principal y por siempre estar presentes para mí; por su amor, sus consejos y por guiarme en mi camino, espero que se sientan orgullosos. A mi hermana Jazmin, por ser mi compañera e ir juntas de la mano en cada etapa de nuestras vidas. Los amo.

Le doy gracias a mi directora de tesis, Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos, por sus enseñanzas, apoyo, comprensión, paciencia, por haberme dedicado su tiempo ya que gracias a ello logramos concluir este trabajo; pero sobre todo le agradezco su amistad, sus consejos y por guiarme siempre de la mejor manera en el transcurso de la elaboración de este proyecto. Es un honor trabajar con usted.

Gracias a mis sinodales, M.C. Carolina Espinoza, Dra. Mercedes Chacara y M.C. Manuel Urrea, por el tiempo brindado para la revisión de mi tesis, por sus correcciones y observaciones que externaron para mejorar este trabajo.

Agradezco a mis compañeros de licenciatura, a quienes con el paso de los años y el cariño que surgió con la convivencia diaria se convirtieron en mis amigos. Beatriz, Juanita, Anel, Dayanne, Pastora y Yazmín, gracias por su apoyo y por esos bellos momentos que pasamos juntas. A mi novio Fernando Galaz, por su amor, apoyo y comprensión en la etapa final de mi tesis, sé que fue difícil para ti. Te amo, Gracias.

Un agradecimiento muy especial a mi amiga Anel Galaviz, por siempre comprenderme y apoyarme, por las largas tardes que pasamos en la biblioteca explicándome algunos conceptos que no comprendía, por tus jaladas de orejas en los momentos necesarios y por ayudarme a concluir con éxito la última materia de la licenciatura, de corazón muchas gracias por todo.

Finalmente, pero no menos importante, quiero agradecer a mi compañero Raúl Ramírez, por ayudarme en los momentos finales de este trabajo y apoyarme cuando las ideas no surgían en mi cabeza, por siempre decirme que sí cuando iba y te molestaba para preguntarte alguna duda. Te convertiste en tan poco tiempo en un gran amigo, gracias!. Y a todas las personas que me han apoyado y han formado parte de mi vida.

MUCHAS GRACIAS!

Yessenia Alejandra Liñan Morales

Hermosillo, Sonora

Febrero de 2017

Índice general

Introducción

En este trabajo de tesis se presenta una propuesta de actividades didácticas para los profesores de matemáticas del bachillerato.

El documento que se está presentando consta de cinco capítulos.

En el Capítulo 1, se realizó una recopilación de elementos que justifican y nos dan pie a detectar la problemática de interés para este proyecto. Entre los elementos se consideraron información proporcionada por el INEGI sobre la población que se encuentra en el rango de edad para cursar la educación media superior, también del INEE referente a la educación en nuestro país. Ya entrando en contexto se consideraron aspectos que estipula la RIEMS, como lo son las competencias disciplinares en el área de las matemáticas y las competencias docentes. De igual manera, se consideran algunas investigaciones referentes a las concepciones que tienen profesores sobre lo que son las actividades didácticas y los elementos que consideran importantes al momento de diseñar alguna de éstas.

Para concluir el capítulo se plantea el objetivo de este trabajo, así como las principales características de las actividades que conforman la propuesta.

El Capítulo 2 está dividido en dos secciones donde, en la primera de ellas se establecen aquellas concepciones que fundamentan las actividades que se diseñaron; mientras que en la segunda sección se explican los aspectos de carácter metodológico que guiaron la planeación y ejecución de este trabajo.

En el Capítulo 3 se muestran las 10 actividades didácticas que conforman la propuesta en su versión preliminar, junto con las descripciones de las mismas. Las actividades siempre parten de una situación problema, ya sea en un contexto intra o extra matemático, con la expectativa de poder captar el interés de los profesores y los estudiantes.

En un primer momento dentro del Capítulo 4 se describe la información obtenida a través de los estudiantes que participaron en la puesta en escena de 7 de las 10 actividades didácticas que conforman la propuesta en su versión preliminar. Posteriormente se presentan los resultados obtenidos a través de un sondeo con profesores sobre la pertinencia e implementación de las 10 actividades didácticas.

En el Capítulo 5 se presenta la versión final de las 10 actividades didácticas que conforman la propuesta, las cuales fueron rediseñadas con base en el análisis de las respuestas y la información proporcionada por parte de los estudiantes en la puesta en escena y las recomendaciones y sugerencias que hicieron los profesores mediante la aplicación del cuestionario. Finalmente se presentan las reflexiones que surgieron a través de la realización de este proyecto.

Capítulo 1

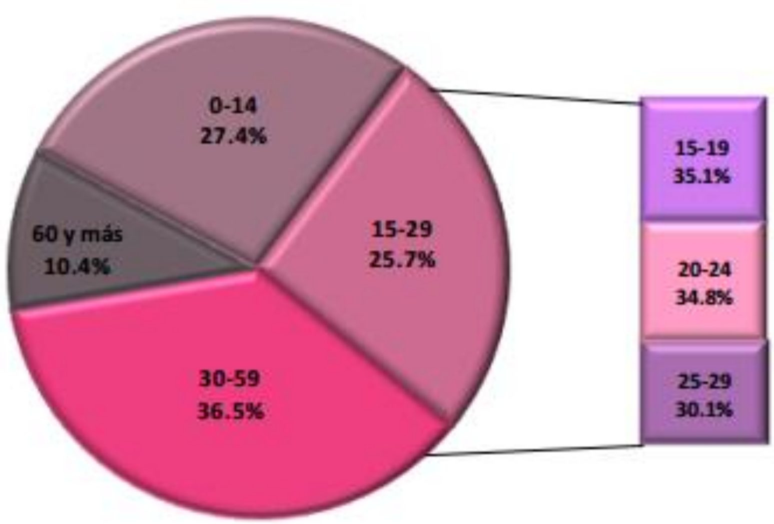
Marco de referencia

1.1 El contexto social

De acuerdo con datos del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI, 2016) el porcentaje de mexicanos ubicados en el rango de 0 a 29 años, es del 53.1%; esto es, más de la mitad de la población. Esta información es particularmente retadora para el país en general, por la serie de requerimientos que a futuro trae este hecho, en temas como salud, educación, vivienda, alimentación, etc., las cuales son necesidades básicas de los individuos.

México es un país cuya población es mayoritariamente joven, considerando como jóvenes a las personas con edades comprendidas entre 15 a 29 años. En 2015 información de la Encuesta Intercensal, mostró que el monto de la población joven en nuestro país ascendió a 30.6 millones, que representan poco más de la cuarta parte (25.7%) de la población a nivel nacional; en el cual el 35.1% correspondiente a 10.7 millones son adolescentes (15 a 19 años).

La Gráfica 1.1 ilustra lo que se acaba de comentar:



Gráfica 1.1 Distribución porcentual de la población total por grandes grupos de edad y distribución de la población joven por grupos quinquenales de edad. Fuente: INEGI. Encuesta Intercensal 2015. Base de datos.

Este número resulta particularmente importante para los fines de este trabajo, puesto que se refiere a la cantidad de individuos que en el año 2015 deberían estar cursando el bachillerato, y que en poco tiempo estarán arribando a las aulas universitarias, o en su defecto, incorporándose al ámbito laboral. Este hecho involucra, como ya se señalaba con anterioridad, retos importantes tanto para el sector laboral, como para el sector educativo. Si a ello agregamos a las generaciones posteriores al 2015, las necesidades crecen todavía más.

1.2 El contexto educativo

En el caso particular de la educación, según datos del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE), la normativa vigente indica que todo niño sin importar su clase social ni en donde habite, debe de asistir a la escuela y recibir una educación digna y de forma constante desde su ingreso entre los 3 a 5 años para el nivel preescolar, 6 a 11 años para la educación primaria, 12 a 14 años en educación secundaria, y en edad típica de 15 a 18 años para educación media superior (EMS).

La Gráfica 1.2 nos muestra una distribución del nivel de escolaridad de la población joven por grupo de edad en México.

Grupos de edad	Total	Sin instrucción y preescolar	[a] Primaria incompleta	[b] Primaria completa	[c] Secundaria	[d] Media superior	[e] Superior
Total	**100**	**1. 2**	**2. 9**	**8. 3**	**34. 8**	**32. 9**	**19. 4**
15 a 19	100	0.8	2. 3	6. 7	43. 7	41. 8	4. 1
20 a 24	100	1. 2	2. 7	8. 1	29. 3	30. 5	27. 5
25 a 29	100	1. 6	3. 9	10. 2	30. 8	25. 3	27. 8

Nota: El total del nivel de escolaridad no da 100 por ciento debido al no especificado.
[a] Incluye a los jóvenes con al menos un grado no especifico.
[b] Primaria completa incluye a población joven con al menos un grado de primaria técnica terminada.
[c] Incluye a la población joven con secundaria completa o incompleta.
[d] Considera estudios técnicos con secundaria terminada, normal básica y preparatoria completa e incompleta.
[e] Considera estudio técnico superior con preparatoria terminada y estudios.

Gráfica 1. 2 Distribución porcentual de la población de 15 a 29 años por grupo quinquenal de edad según nivel de escolaridad 2015. Fuente: INEGI. Encuesta Intercensal 2015. Base de datos.

¿Esto en realidad ocurre? ¿Cuántos jóvenes cursan la EMS en el país? Se debe prestar atención en estos aspectos, ya que los jóvenes que cursan la EMS están en el rango de edad de 15-19 años y es al salir de este nivel educativo cuando deberán de tomar varias decisiones que marcarán sus vidas, ya que se convertirán, a los 18 años, en ciudadanos con derechos y obligaciones ante la sociedad. Es ahí donde decidirán emplearse en alguna empresa o matricularse en una universidad para seguir con sus estudios y así poder conseguir un empleo mejor remunerado al término de ésta.

En la Gráfica 1.2 se puede observar que entre los jóvenes de 15 a 19 años, sólo el 41.8% de ellos cursaron la EMS ya sea completa o incompleta y conforme el rango de edad avanza, el porcentaje de haber cursado el bachillerato disminuye, esto debe de ser una alerta para las instituciones y el país ya que existen varias razones de estas deserciones, por ejemplo está el tema de la pobreza, el gusto por estudiar, la escuela de preferencia, la dificultad de los contenidos, la reprobación, entre otras.

Un dato que sobresale y al que se le debe de prestar atención, es el índice de reprobación que se registra en el nivel medio superior, ya que según datos del INEE, la EMS es el nivel educativo que registra la menor tasa de aprobación en el sistema educativo nacional. Como un ejemplo de esta situación, en el ciclo escolar 2010-2011 en el nivel del bachillerato solamente el 84% de los estudiantes matriculados aprobaron.

Todo lo mencionado anteriormente tiene un impacto en el sistema escolar mexicano, ya que se enfrenta a un reto el cual es luchar contra la deserción escolar en la EMS, ya que el 15% de los estudiantes que estaban cursando el bachillerato en el año 2010-2011, dejaron de hacerlo por razones diversas, siendo este porcentaje 625 mil alumnos que abandonaron dichos estudios según datos del INEE.

Problemas como la tasa tan alta de reprobación de jóvenes en el bachillerato, la también alta tasa de deserción, la expectativa de mejorar la calidad de la formación ofrecida, la ausencia de movilidad entre subsistemas, entre otros, son los que llevaron en el año 2008 a poner en marcha la llamada Reforma Integral de la Educación Media Superior, la cual descansa sobre cuatro pilares fundamentales, los cuales se expondrán brevemente en el apartado siguiente.

1.2.1 La Reforma Integral de la Educación Media Superior

Como se señaló en el párrafo anterior, en 2008 entró en vigor en la República Mexicana la Reforma Integral de la Educación Media Superior, (RIEMS, 2008),

Esta reforma contempla cuatro pilares fundamentales:

1. **Construcción de un Marco Curricular Común**. Este marco curricular estará orientado a dotar a la Educación Medio Superior (EMS) de una identidad clara que responda a sus necesidades presentes y futuras.
2. **Definición y reconocimiento de las opciones de la oferta de la Educación Media Superior.** Considera las distintas opciones de operación de la EMS, en las modalidades que contempla la Ley para que puedan ser reguladas e integradas de manera efectiva al sistema educativo del país, y de manera específica, al Sistema Nacional de Bachillerato.
3. **Profesionalización de los servicios educativos.** Consiste en los mecanismos de gestión de la reforma necesarios para fortalecer el desempeño académico de los alumnos y mejorar la calidad de las instituciones, para que así alcancen ciertos estándares mínimos y se sigan procesos compartidos. Estos mecanismos consideran la importancia de la formación docente, el apoyo a los estudiantes, la evaluación integral, entre otros aspectos que no deben de perderse de vista en el proceso de la construcción del SNB.
4. **Certificación Nacional Complementaria.** En este eje se considera la forma en la que se reconocerán los estudios realizados en el marco del sistema. Como en las distintas opciones de la EMS se comparten ciertos objetivos fundamentales estos se verán reflejados en una certificación nacional complementaria a la que actualmente emite cada institución (RIEMS, 2008, p.5).

El Marco Curricular Común (MCC), al que se refiere el punto 1 anterior, establece entre sus pilares el enfoque por competencias como la estrategia para formar a los estudiantes de bachillerato (15-18 años). La RIEMS (2008) define que "una competencia es más que conocimiento y habilidades. Implica la capacidad de responder a demandas complejas, utilizando y movilizando recursos psicosociales (incluyendo habilidades y actitudes) en un contexto particular" (p.51).

Teniendo en cuenta el objetivo de unificar a los subsistemas que existen, se estipularon diferentes criterios para tratar de cumplirlo, por ello se creó una serie de competencias genéricas y disciplinarias para cada área del conocimiento. En el mismo sentido, en el nivel educativo anterior a la EMS, en la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB, 2011) se establecen cuatro competencias matemáticas que todo egresado de dicho nivel debe de desarrollar, tales competencias son:

1. Resolver problemas de manera autónoma.
2. Comunicar información matemática.
3. Validar procedimientos y resultados.
4. Manejar técnicas eficientemente.

Como se mencionó en el párrafo anterior, en la Tabla 1.1 se describen los objetivos de las competencias que se establecen en el MCC.

Competencias		Objetivo
Genéricas		Comunes a todos los egresados de la EMS. Son competencias clave, por su importancia y aplicaciones diversas a lo largo de la vida; transversales, por ser relevantes a todas las disciplinas y espacios curriculares de la EMS, y transferibles, por reforzar la capacidad de los estudiantes de adquirir otras competencias.
Disciplinares	Básicas	Comunes a todos los egresados de la EMS. Representan la base común de la formación disciplinar en el marco del SNB.
	Extendidas	No serán compartidas por todos los egresados de la EMS. Dan especificidad al modelo educativo de los distintos subsistemas de la EMS. Son de mayor profundidad o amplitud que las competencias disciplinares básicas.
Profesionales	Básicas	Proporcionan a los jóvenes formación elemental para el trabajo.
	Extendidas	Preparan a los jóvenes con una calificación de nivel técnico para incorporarse al ejercicio profesional.

Tabla 1.1 Competencias en el Marco Curricular Común. Fuente: RIEMS, 2008.

De la tabla anterior se rescata lo que respecta a las competencias disciplinares básicas, ya que estas se dividen en diferentes campos disciplinares en el cual uno de ellas son las matemáticas, tal como se muestra en la Tabla 1.2.

Campo disciplinar	Disciplinas
Matemáticas	Matemáticas
Ciencias experimentales	Física, química, biología y ecología.
Ciencias sociales	Historia, sociología, política, economía y administración.
Comunicación	Lectura y expresión oral y escrita, literatura, lengua extranjera e informática.

Tabla 1.2. Campos disciplinares. Fuente: RIEMS, 2008.

Siendo el campo disciplinar de nuestro interés el de las matemáticas, en el apartado siguiente se abordará con mayor detalle.

1.2.2 La Educación Matemática en el bachillerato

¿Qué se busca lograr con el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes? Una respuesta a la pregunta anterior se proporciona en el Acuerdo Secretarial 444 (SEP, 2008), donde se menciona:

> Las competencias disciplinares básicas de matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos. Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica el que puedan hacer las aplicaciones de esta disciplina más allá del salón de clases (p. 6).

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, respecto a la expectativa de que los estudiantes no sólo apliquen sus conocimientos matemáticos en el aula de clases, sino que también les sean útiles a lo largo de su vida, se estipulan una serie de competencias matemáticas para cualquier egresado de la EMS. Dichas competencias son:

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.

6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos (RIEMS, 2008, p.6).

1.2.3 Problemática de interés

La RIEMS (2008) también menciona que “Los profesores deberán contar con los conocimientos, habilidades y actitudes que les permitan diseñar clases participativas, en las que se fomente el aprendizaje colaborativo, la resolución de problemas y el trabajo en torno a proyectos” (SEMS, 2008, p. 86). Es del conocimiento común que la mayoría de los maestros que están impartiendo clases en éste y en los demás niveles educativos aprendieron de la forma tradicional; esto es, sus profesores tomaban el rol de expositores y reproductores de los temas matemáticos y los estudiantes solo tenían que mecanizar los métodos, dejando en un segundo plano la posibilidad de un aprendizaje significativo.

En este sentido, en la RIEMS se establecen no sólo competencias para los estudiantes, también se estipulan en el Acuerdo Secretarial 447 (SEP, 2008) competencias para los docentes que impartan educación media superior en la modalidad escolarizada. Éstas son:

1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.
2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.
3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.
4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional.
5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo.
6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.

7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes.
8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional (pp.2-4).

Por la naturaleza y propósito de este trabajo, retomaremos una de ellas:

- Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.

Se decidió poner atención a esta competencia docente, por varias razones. La primera de ellas tiene que ver con que el bachillerato es el nivel posterior a la educación básica, y en ésta, la postura oficial sobre este asunto está expuesta en el Acuerdo Secretarial 592 (SEP, 2011) por el que se establece la articulación de la educación básica y en donde se mencionan los principios pedagógicos que sustentan el plan de estudios. En este documento se señala que “son condiciones esenciales para la implementación del currículo, la transformación de la práctica docente, el logro de los aprendizajes y la mejora de la calidad educativa” (p.12). Además, se menciona que el diseño de actividades de aprendizaje requiere del conocimiento de lo que se espera que aprendan los alumnos y de cómo aprenden, por lo que diseñar las actividades implica responder a cuestiones como las siguientes:

- ¿Qué situaciones resultarán interesantes y desafiantes para que los estudiantes indaguen, cuestionen, analicen, comprendan y reflexionen?
- ¿Cuál es el nivel de complejidad que se requiere para la actividad que se planteará y cuáles son los saberes que los alumnos tienen?
- ¿Qué aspectos quedarán a cargo de los alumnos y cuáles será necesario explicar para que puedan avanzar?
- ¿De qué manera pondrán en práctica la movilización de saberes para lograr los aprendizajes y qué desempeños los harán evidentes? (SEP, 2011, p. 13)

Aunado a lo anterior, está el hecho de que algunos resultados de investigaciones recientes como lo son las de Gaxiola (2016) y Llanes (2016), señalan que a pesar de que la RIEMS entró en vigor hace casi 10 años, las prácticas docentes de los profesores no se realizan bajo lo que se establece en el enfoque de educación basada en competencias; principalmente por factores como el desconocimiento del enfoque, y eso repercute en el desarrollo del aprendizaje de sus estudiantes.

A pesar de la actualización que se estuvo ofreciendo a los profesores mediante el Programa de Formación Docente de Educación Media Superior (PROFORDEMS), lo cierto es que con relación a los cambios que los profesores deberían introducir en sus salones de clases en sus respectivos campos de conocimiento, las expectativas de los maestros no fueron cubiertas. En la etapa final de este diplomado, la cual estaba dedicada al diseño de materiales de clase, de propuestas didácticas concretas, la ausencia de conducción especializada provocó que esta iniciativa prácticamente se desperdiciara.

Otro elemento que aporta en la dirección de resaltar la importancia de la competencia docente señalada, es que, en los exámenes de ingreso al servicio profesional docente para el bachillerato, una de las secciones del examen contempla el diseño de un plan de clase, donde se exhiba, por parte del concursante qué tan competente es para la realización de dicha tarea.

También en la RIEMS se les propone a los docentes que sean los conductores para el aprendizaje de sus estudiantes, y que adopten otra postura a la que tradicionalmente se conoce, en el cual el profesor desde tiempo atrás viene siendo un expositor de los contenidos y el estudiante pasa a ser solo un receptor de éstos. En este sentido se establece:

> El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar (SEP, 2011c, p. 19).

En el mismo sentido, en una investigación desarrollada por Ibarra, Grijalva y Rodríguez (2015), se rescata las concepciones que algunos profesores de matemáticas tienen respecto a dos aspectos importantes, el primero es sobre lo que ellos piensan que es una actividad didáctica y el otro sobre los elementos que consideran importantes al diseñar una actividad didáctica.

A la pregunta de respuesta abierta ¿Qué es una actividad didáctica en matemáticas?, las respuestas que dan los profesores son:

- Es un conjunto de acciones o tareas que construye el docente o una academia a fin de promover aprendizajes.
- Aquella que permite desarrollar o incrementar en el alumno alguna habilidad o destreza a partir de sus propios intereses.
- Es una secuencia de acciones que ayudan al estudiante a comprender lo que el facilitador previamente planeó de una manera lógica, ordenada.
- Es una actividad que realizará para el aprendizaje de algo. Cuando se realiza la actividad se sabe algo.
- Es una serie de pasos, (procedimiento) que permiten al docente lograr el aprendizaje de sus alumnos.
- Es a través de la cual afirmamos nuestra comprensión del tema.
- Es aquella que se realiza y diseña el docente con el fin de lograr interesar al alumno al estudio de las matemáticas y que el alumno demuestre si obtuvo realmente conocimiento (p. 1497)

Se pueden observar en las diferentes concepciones que tienen los profesores de matemáticas respecto a lo que son las actividades didácticas, algunas posturas ingenuas, otras un tanto mecanicistas o procedimentales; sin embargo, un aspecto que mayoritariamente aparece es que las actividades didácticas se utilizan para promover y lograr el aprendizaje matemático en sus estudiantes, donde además de ello, se logre captar el interés de éstos y así poder alcanzar la comprensión de los conceptos matemáticos que el profesor espera que sus estudiantes aprendan.

Algo que aparentemente no alcanzan a percibir los profesores, o por lo menos no se explicita, es que a través del diseño y la implementación de actividades didácticas en sus aulas, desarrollarán sus propias competencias docentes, coadyuvando a que sus alumnos desarrollen las que a ellos corresponde.

En cuanto al segundo de los cuestionamientos, ¿Qué elementos cree Usted que se deben tomar en cuenta al diseñar una actividad didáctica en matemáticas?, se obtuvieron las siguientes respuestas:

- Contexto, apoyo tecnológico y didáctico. Tiempo para que el alumno madure su conocimiento.
- Qué es lo que quiero lograr (objetivo); cómo lo voy a evaluar, fácil de evaluar, quiero algo diferente, no aburrido.
- El tema u objetivo de la materia, el nivel académico del alumno y su grado; las instalaciones y materiales disponibles, el número de alumnos.
- Los conocimientos que ya teníamos, su aplicación y agregamos los nuevos para ir incrementando.
- El ambiente donde se desarrolle; la finalidad o intención de lo que queremos lograr, el cómo hacer o realizar la actividad, el por qué y para qué quiero realizar la actividad.
- Ideas o conceptos básicos a promover en el aprendizaje; situaciones problemáticas familiares o contextos de interés para el educando con el objetivo de motivar o propiciar el interés de resolver. Una serie de planteamientos que conlleven a la realización de reflexiones, cálculo, análisis, entre otros, que vayan acercando al concepto promovido.
- Los tiempos, finalidad, motivación, evaluación retroalimentación (p.1497).

Seguramente que las respuestas que dieron los profesores tienen que ver con las concepciones que ya expresaron sobre el tema, así como con sus prácticas cotidianas. Uno de los aspectos que aparece señalado con mayor frecuencia es el de los propósitos; además la preocupación por la generación de nuevo conocimiento matemático es evidente, pero no aparece en su discurso preocupación explícita por el enfoque educativo vigente en el nivel: el enfoque por competencias.

En estos términos, se coincide con las conclusiones de la investigación a las que llegaron Ibarra, Grijalva y Rodríguez (2015):

a) El lenguaje de las competencias matemáticas no aparece en el discurso y en la praxis de los profesores, ni al analizar actividades didácticas ni al diseñarlas.
b) La concepción de actividad didáctica es elemental, y ligada esencialmente a lo que es un plan de clase.
c) Las componentes que identifican los profesores son los que aparecen en sus formatos de planes de clase: objetivos, consignas, materiales de apoyo.
d) La concepción de los profesores sobre lo que es el conocimiento matemático que deben aprender sus alumnos se limita a conceptos y algoritmos. Aspectos como la argumentación, la elaboración de conjeturas e hipótesis no tienen un lugar importante y explícito en sus diseños, lo cual nos lleva a conjeturar que su idea de lo que es la matemática pudiera ser un tanto restringida (p. 1501).

De las conclusiones anteriores se puede resaltar que los docentes no se apegan estrictamente a lo que los planes y programas oficiales establecen. Llama la atención la conclusión d) de la investigación, ya que los profesores evidenciaron que no le toman mucha importancia a que sus alumnos desarrollen habilidades ligadas al pensamiento matemático, como lo son la argumentación, la elaboración de conjeturas e hipótesis, lo cual puede conducir en un momento dado, a que los alumnos construyan una visión parcial de lo que es conocimiento matemático, identificándolo exclusivamente con el manejo de conceptos y procedimientos.

Teniendo en cuenta la competencia docente señalada anteriormente y todo lo mencionado en los apartados anteriores, nos lleva a plantear el objetivo de este trabajo.

Objetivo general

Diseñar una serie de actividades didácticas que puedan ser utilizadas por los profesores de matemáticas de bachillerato, con la expectativa de contribuir en alguna medida en el desarrollo de dicha competencia docente.

Debe observarse que la competencia docente seleccionada es de carácter general, esto es, está enunciada para todo docente, independientemente del área disciplinar en el que se desempeñe. La propuesta que se está formulando en este documento muestra una opción de cómo concretar los procesos de planificación de la enseñanza y el aprendizaje, atendiendo al enfoque por competencias, para el caso de las matemáticas.

Para este proyecto se entiende que una actividad didáctica es una serie de acciones en el cual se deben de plantear situaciones problemas que sean de interés para los estudiantes y que al momento de resolverlas se promueva el desarrollo de competencias en ellos. Se sugiere que en estas actividades se implementen herramientas tecnológicas y/o manipulables con el fin de motivar a los alumnos a reflexionar y con el profesor como su guía poder alcanzar el objetivo de cada actividad.

En ese sentido, para las actividades didácticas que se proponen y que se presentarán en este trabajo en un capítulo posterior, se espera que los estudiantes elaboren conjeturas, que argumenten sus respuestas, que logren hacer la transición de una representación a otra, entre otros aspectos. Además de lo ya dicho, se rescata en las actividades propuestas el empleo de contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios. Asimismo, en algunas de ellas se incorpora el uso de un software de geometría dinámica, estructurándose de tal manera que con su uso se plantea la promoción de algunas competencias disciplinares.

Los detalles sobre los aspectos conceptuales y metodológicos en los que ha sido fundamentado y llevado a cabo esta propuesta, serán expuestos en el Capítulo 2.

Capítulo 2
Marco conceptual y consideraciones metodológicas

Este capítulo está dividido en dos secciones: en la primera de ellas se establecen aquellas concepciones que fundamentan las actividades que se diseñaron; en la segunda sección se explican los aspectos de carácter metodológico que guiaron la planeación y ejecución de este proyecto.

2.1 Marco conceptual

En Ibarra (2014) se describen los elementos que fueron utilizados por un grupo de investigadores para el diseño y ejecución de una serie de acciones de formación continua (cursos y diplomados), que estuvieron dirigidos a profesores de matemáticas en servicio de distintos niveles educativos. La autora señala el interés que tiene el grupo de trabajo al cual pertenece, en "impulsar la transformación de las prácticas de enseñanza en los salones de clase de matemáticas, con acciones basadas en los resultados de investigación…". En ese sentido, los resultados teóricos y prácticos que permean sus diseños son:

a) El papel de la resolución de problemas como fuente de construcción de la matemática.
b) La matemática como producto de un proceso de construcción social.
c) La naturaleza pragmática y contextual de los significados de los objetos matemáticos.
d) La importancia y beneficio que el uso de las diferentes representaciones de los objetos matemáticos tienen en el aprendizaje de las matemáticas.
e) El papel del uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.
f) La importancia del proceso comunicativo y del trabajo colaborativo en la enseñanza y el aprendizaje en general y de las matemáticas en particular (p.1827).

Para el diseño de las actividades que integran la propuesta de esta tesis, se retoman algunos de los planteamientos expuestos anteriormente, complementándolos con otros que se visualizan importantes, dado que se encuentran relacionados con algunas habilidades que deben ser desarrollados en el bachillerato, en lo que a la educación matemática que brinda este nivel educativo se refiere.

Esta relación, que constituye el marco conceptual del presente trabajo, se desglosa y explica a continuación.

a) El papel de la resolución de problemas como fuente de construcción de la matemática.

En la comunidad matemática una aseveración que se acepta prácticamente sin cuestionamiento es que la actividad de resolución de problemas ha sido, es y será, el motor que ha permitido el desarrollo de dicha ciencia. Hay una gran cantidad de referencias históricas que así lo respaldan: quién no ha leído acerca de los problemas de medición que resolvieron los egipcios a partir de tener que enfrentarse a las inundaciones que periódicamente presentaba el Río Nilo; estudiar el desarrollo del cálculo nos lleva a conocer que Newton pretendía resolver problemas ligados a la navegación; cuántos desarrollos matemáticos no surgieron a partir de la necesidad de construir almacenajes para la vinatería. Aún dentro de la misma matemática, se pueden citar problemas cuya solución llevó a la generación de nuevo conocimiento matemático; un ejemplo de ello es cuando trataron de demostrar el quinto postulado de Euclides, mientras intentaban realizar dicha demostración y no encontraban una respuesta, se crearon otro tipo de geometrías, la esférica y la hiperbólica.

El consenso existente sobre este tema ha tenido sus implicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, existiendo distinguidos matemáticos y matemáticos educativos que se han interesado sobre cómo incorporar esta idea al momento de enseñar matemáticas. Bien conocido es el ejemplo de Polya (1945), quien señaló:

> La única manera de aprender a resolver problemas es resolviendo problemas; es muy bueno conocer técnicas y procedimientos, pero vistos en acción, no sólo a nivel teórico, porque si no, es un conocimiento vacío. Luego, hay que hacer cuantos esfuerzos sean precisos para que la resolución de problemas sea el núcleo central de la enseñanza matemática (p. 3).

La influencia de Polya en el medio educativo fue alto; muy conocido es su famoso Método de los Cuatro Pasos, sugerido para todo aquel individuo interesado en enfrentarse de manera sistematizada a la tarea de aprender a resolver problemas de matemáticas. Otros investigadores, como Alan Schoenfeld, Luis Rico, Manuel Santos Trigo, Joseph Gascon, por citar algunos, han hecho aportaciones importantes en este tema desde diferentes perspectivas.

Un cuestionamiento que se considera básico es qué se entenderá por problema. En este trabajo, se asume que:

Un problema es todo aquello que nos cause una dificultad, aquello que nos haga poner en juego conocimientos previos para poder llegar a un aprendizaje nuevo, y estos problemas pueden ser o no contextualizados. En los problemas no se evidencia el camino a seguir; incluso pueden existir varias maneras de resolverlos, por ello hay que emplear los conocimientos y herramientas que nos resulten familiares para poder idear diferentes métodos y elegir cual es el correcto a seguir para llegar a la solución.

Entonces los problemas deben de ser interesantes, que nos motiven a querer resolverlos, para que con esa motivación estemos dispuestos a dedicarles tiempo y esfuerzo, y después de resolverlos sentir esa satisfacción de ganadores, de placer, de enfrentarnos a un problema y lograr resolverlo por sí mismos.

Y en consecuencia, enseñar mediante la resolución de problemas implica más que sólo utilizar el proceso de mecanización, ya que la mecanización funciona como medio de reproducción del saber enseñado por los profesores. En esta tesis se concibe a la resolución de problemas como fuente y criterio del saber matemático en juego, buscando generar la reflexión y generación de ideas en el individuo.

Considerando lo anterior, el profesor que asume la resolución de problemas como metodología de enseñanza se enfrenta a un reto, porque tiene la tarea de proporcionar a sus estudiantes problemas con situaciones y contextos adecuados para cada etapa del aprendizaje, además de que se tiene que adaptar a la manera de pensar de cada alumno y analizar los diferentes métodos que utilizan cada uno de ellos para resolver los problemas. El profesor al momento de diseñar algún tipo de actividad, debe de recordar que el problema que se plantea está encaminado hacia un fin y tener en cuenta que los errores que se cometan en la etapa de resolución de problemas también forman parte del aprendizaje.

Por ello, el objetivo fundamental de la enseñanza de las matemáticas debería de ser la resolución de problemas, bajo el supuesto de construir a partir de la resolución de problemas, conocimientos matemáticos.

Las afirmaciones anteriores están contempladas curricularmente para la educación matemática que se brinda en el sistema escolar mexicano. Si se revisan los planteamientos oficiales para los diferentes niveles educativos, se encuentra que, por ejemplo la Subsecretaría de Educación Básica (SEB, 2011) menciona que:

> La tarea de diseñar buenos problemas para estudiar matemáticas encierra una gran complejidad y otro tanto la de animar la discusión para que los alumnos produzcan conocimiento a partir de esos problemas. En la primera tarea podemos apoyar a los docentes, porque las actividades de estudio no son exclusivas para cada grupo de alumnos, incluso hay actividades que se conocen y se usan universalmente con resultados muy similares. Luego entonces, esta es una buena manera de acompañarlos, para que juntos logremos mejorar la práctica de enseñar matemáticas. En la segunda tarea, si acaso podemos orientar al maestro con algunos elementos que le permitirán sentirse más seguro para gestionar la clase, pero no podemos suplirlo. Es aquí donde debe echar mano de toda su creatividad, conocimientos y experiencia (párr. 4).

Para el caso del bachillerato, ya se señaló lo estipulado en las competencias matemáticas deseables para los estudiantes, de las cuales se resaltan las siguientes:

1. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
2. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
3. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Lo que lleva implícito lo que se señaló líneas arriba, respecto a las tareas y retos que esto conlleva para el profesor.

b) La matemática como un proceso de construcción social.

Aceptando que la matemática tiene un papel fundamental en la cultura moderna, es muy importante tomar conciencia y aprender de lo que su desarrollo histórico plantea. En el apartado anterior se exponía sobre la relación intrínseca entre resolver problemas y la generación del conocimiento matemático. Un elemento clave en ese proceso de generación y construcción del conocimiento matemático tiene que ver con el cómo. Esto es, ¿cómo es que se genera y se construye el conocimiento matemático?

Algunos psicólogos dan respuesta a esta pregunta a nivel de individuo, es decir, reformulan la pregunta anterior así: ¿Cómo es que un individuo construye su conocimiento matemático? Diversas corrientes teóricas se han construido para responder a lo anterior: conductistas, cognitivistas, por citar algunos. No es el propósito ahora centrarse en estos aspectos, pero sí es importante declarar que para este trabajo se asume que la matemática surgió como el producto de un proceso de construcción social, donde la interacción entre los individuos y entre las comunidades juega un papel clave.

Tal y como lo señala la Dirección General de Bachillerato:

> Ya que las matemáticas juegan un papel central en la cultura moderna, es necesaria una comprensión básica de ellas, tanto en la vida cotidiana como en la formación científica. Para lograr esto, los estudiantes deben percibir que las matemáticas forman parte de la tarea científica; así como comprender la naturaleza del pensamiento matemático y familiarizarse con las ideas y habilidades de esta disciplina. Por lo anterior, el conocimiento matemático debe ser construido por los estudiantes, con el propósito de desarrollar un marco conceptual adecuado que les permita lograr un aprendizaje significativo (p.3).

Se considera necesario trasladar estos planteamientos al salón de clases, poder reproducir en las aulas las condiciones que permitan la generación de ese ambiente que promueva la búsqueda del conocimiento matemático, mediante la interacción entre los individuos y bajo la conducción apropiada del profesor. Esto es, convirtiendo al salón de clases en una comunidad de trabajo, tal y como lo señalan Santos y Sepúlveda (2006):

> El uso de procesos de resolución de problemas y la puesta en marcha de una forma de trabajo en el aula que combine la modalidad colectiva-en la clase completa y en

> pequeños grupos- con la individual son aspectos clave de las orientaciones que actualmente se promueven en la educación matemática (p. 2).

Ahora bien, para poder convertir al aula en una comunidad de trabajo, se requiere que el profesor modifique sus prácticas de conducción de la actividad de los estudiantes, buscando que ésta se intensifique. Para lograrlo, una vía es el planteamiento de las preguntas apropiadas, es decir que emplear a las preguntas como un recurso metodológico importante, para propiciar la acción del alumno.

Tal y como lo señala Driscoll, citado por Mena (2005):

i. El profesor se debe centrar en formular las preguntas que induzcan al estudiante a generalizar su razonamiento, que reflexione y se enfrente a sus formulaciones incorrectas.
ii. El profesor debe enfrentar al alumno por medio de preguntas a las contradicciones que genera la hipótesis que esté manejando en ese momento, con el fin de inducirlo al desequilibrio que lo lleve o lo motive a que busque mejores soluciones.
iii. El profesor debiera ser oportuno y pertinente al usar preguntas guías.
iv. El profesor debiera hacerse el hábito de formular una variedad de preguntas (p.22).

c) La importancia y beneficio que el uso de las diferentes representaciones de los objetos matemáticos tienen en el aprendizaje de las matemáticas.

Otro de los aspectos considerados en el diseño de las actividades didácticas propuestas en este trabajo ha sido el uso de diferentes representaciones de los objetos matemáticos. Dicho esto, se mencionarán algunos elementos que demuestran la importancia y la serie de beneficios que éstas tienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Según Orey (2005), la matemática es un lenguaje que tiene sus propios símbolos, sintaxis, gramática y una variedad de representaciones. Por ello, es común encontrar distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, expresiones algebraicas, figuras geométricas, tablas, gráficos cartesianos, diagramas de barra, etc., dentro de una actividad o tarea matemática.

Los profesores en su práctica cotidiana al llevar a cabo el diseño de actividades didácticas o situaciones problémicas, ponen en juego el uso de algunas de las representaciones mencionadas, en la medida que lo consideran conveniente para efectos del tema matemático en estudio. Sin embargo, Lesh, Post y Behr (1987) declaran que el uso de diferentes tipos de representación, y las transformaciones dentro de ellas, son importantes en el contexto educativo, puesto que pueden ayudar a identificar tanto posibles dificultades como oportunidades de aprendizaje en los estudiantes.

De la misma manera y de acuerdo con Brizuela (2004), el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), organización que determina los objetivos y principios de la educación matemática en los Estados Unidos de América, ha incluido recientemente al uso de representaciones como uno de los procesos que se debe considerar en todos los niveles al abordar problemas matemáticos.

En ese sentido, Margot (2008) menciona que el uso de distintas representaciones ofrece diferentes aspectos de un concepto y por eso los estudiantes necesitan una variedad de representaciones que refuercen su comprensión sobre un tópico en particular.

Es importante también mencionar que dentro de las competencias disciplinares del área de matemáticas para la EMS, se incluyen aspectos relacionados con el uso de representaciones. Concretamente, las competencias 4 y 8 señalan:

Competencia 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
Competencia 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

d) El papel del uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Hoy en día la tecnología va avanzando a grandes saltos, puesto que la sociedad tiene que adaptarse a los cambios que éstas conllevan en los diferentes campos de la vida individual y social como lo son la educación, la salud, el trabajo, el cotidiano, etc.

Respecto a la educación, el uso de las TIC trae consigo la consigna de crear nuevos entornos para la comunicación en el aula de clase y con ello la modificación de los roles del profesor y también de los estudiantes, ya que se interactúa con las computadoras, tablets, celulares, internet, etc., para lograr nuevos contextos de enseñanza y aprendizaje. En ese sentido, Blanco (2000) expresa:

> La modernización de la educación tiene que incluir las nuevas tecnologías. Tiene que modernizarse por muchas razones: para una enseñanza más moderna de las matemáticas, del lenguaje y de la historia, pero junto a todas estas cosas, es indispensable incorporar el uso reflexivo de las nuevas tecnologías. En segundo lugar, la utilidad de las nuevas tecnologías no puede pensarse sin aplicación en el terreno educativo (p. 202).

Pero, ¿Cuáles herramientas tecnológicas resultan importantes en la resolución de problemas y el aprendizaje de los estudiantes?, ¿Cómo interactúa el estudiante con la tecnología?, ¿Cómo contribuye, en la comprensión de un concepto, el uso de distintas herramientas tecnológicas?, ¿Qué tipo de conjeturas y observaciones realizan los estudiantes al resolver problemas con ayuda de alguna herramienta tecnológica?, ¿Qué papel juega el profesor en la incorporación de las herramientas tecnológicas en el aula?.

González (2005) define las tecnologías digitales como “Todos aquellos materiales o herramientas a las cuales el ser humano les incorpora, mediante un lenguaje matemático, instrucciones que se traducen en acciones para resolver un problema o desafío” (p.32).

Las tecnologías digitales promueven la interdisciplinariedad, permiten nuevas formas de enseñanza y el aprendizaje de forma colaborativa. En referencia a los estudiantes, el uso de las tecnologías digitales puede permitir la comunicación entre ellos, dando libertad a poder equivocarse una y otra vez y con ellos generarles a su vez mayor seguridad para tomar sus propias decisiones.

Eurydice (2004) afirma que hay evidencia que en muchos países (incluyendo a México) se está incorporando la tecnología como un objetivo en los currículums, ya sea de forma transversal o como una asignatura; es decir, que solamente se añade al currículum sin considerar el modelo pedagógico que involucra su incorporación. De Pablos y Colás (2003) señalan que los profesores ahora también tienen la oportunidad de aprender de sus alumnos y por consiguiente deberán desarrollar las competencias que le permitan escuchar y retroalimentar las experiencias en su quehacer pedagógico.

No se puede perder de vista que la presencia de las TIC en la educación no servirán de mucho para resolver los problemas educativos si no se le da un uso significativo; su eficiencia dependerá del lugar que ocupen los profesores y los estudiantes en el proceso formativo. Las TIC presentan una función relevante y significativa para apoyar y facilitar nuevos contextos de aprendizaje, ya que se cuenta con una diversidad de medios y recursos como lo son el uso de la computadora como herramienta didáctica. De Pablos (1998) afirma:

> Es evidente que la simple presencia de tecnologías novedosas en los centros educativos no garantiza la innovación en su significado real. La innovación debe ser entendida como el cambio producido en las concepciones de la enseñanza y en los proyectos educativos; en la manera de "pensarlos" y de llevarlos a la práctica. El hecho de que las nuevas tecnologías propicien maneras alternativas de trabajo escolar frente a las fórmulas más tradicionales, es lo significativo (p. 34).

Respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediante las TIC, los profesores están preocupados ya que en el ámbito educativo, la necesidad de la actualización en la tecnología está teniendo un gran impacto en el área. Dunham y Dick (1994) manifiestan que "con el uso apropiado de la tecnología, los estudiantes pueden aprender más matemáticas y con mayor profundidad; la versatilidad y potencialidad de la tecnología hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas deberían aprender los alumnos, además de cómo aprenderlas mejor".

La tecnología ha llegado para quedarse, entonces en las matemáticas el reto es mayor, dado que el uso de las TIC ha hecho viable el manejo dinámico de los objetos matemáticos, al recorrer de forma interactiva distintos registros de representación: contextual, numérico, algebraico, analítico, visual; los cuales se pueden explorar de manera consistente y manipular directamente, y cuantas veces sea necesario para lograr un aprendizaje en los estudiantes, situación que es difícil de lograr con los recursos educativos tradicionales como lo es el pizarrón.

Por tales razones, en el caso particular de las actividades propuestas y en la medida de lo posible, se trata de incorporar el uso de un software dinámico, para que sea utilizado ya sea al inicio, desarrollo o final de las actividades didácticas con la expectativa de lograr mejores aprendizajes en los estudiantes.

2.2. Consideraciones metodológicas

En este apartado se describen las acciones metodológicas que se realizaron para llevar a cabo el proyecto de tesis, se ha dividido en dos secciones: en la primera se explican los aspectos de carácter metodológico que se realizaron para el diseño de este proyecto y en la segunda sección las acciones realizadas para el diseño de las actividades didácticas.

2.2.1. Para el diseño del proyecto

En esta sección se detallan las acciones metodológicas ligadas con la planeación y consecución del proyecto que dio lugar a este reporte de tesis. Dichas acciones, formuladas secuencialmente son:

- Identificación de la problemática de interés.

En un primer momento se identificó una problemática de interés dentro del campo de la enseñanza de las matemáticas, a través de la cual como egresada de la Lic. en Matemáticas estuviera en condiciones de proporcionar una propuesta de solución, siendo el nivel medio superior el seleccionado para realizar el proyecto. Dichas inquietudes surgieron al participar como ayudante en el proyecto de investigación "La Educación Matemática en el Contexto de la Reforma Integral de la Educación Media Superior en el Estado de Sonora". El citado proyecto fue llevado a cabo por profesores del área de Matemática Educativa de la Universidad de Sonora.

- Sondeo realizado entre profesores de matemáticas de bachillerato

Como parte de las actividades a realizar dentro del proyecto, se diseñó y aplicó un cuestionario, el cual tenía como propósito conocer, entre otras cosas, si los profesores en activo consideraban necesario contar con materiales de apoyo para desarrollar su labor docente. En caso de que sus respuestas fueran afirmativas se les solicitaba informar en qué cursos recomendaban ubicarlas. Las respuestas obtenidas sirvieron para confirmar que se tenía un área de trabajo abierta, puesto que se había ubicado un campo de interés para el profesorado y en el que se decidió intervenir mediante la propuesta que más adelante se detallará.

- Revisión documental

Cuando se estuvo convencida de la pertinencia del trabajo que se desarrollaría, se consideró necesario conocer cuál es el contexto en el que se despliega la educación matemática en el bachillerato. Eso llevó a planificar y efectuar una revisión documental de aquellos documentos que permitieran profundizar en las posturas curriculares institucionales.

Estos documentos fueron:

i) Los Acuerdos Secretariales núm. 444, 447 y 592 pues son éstos algunos en los cuales se basa la RIEMS. En ellos se establece formalmente el enfoque por competencias como la estrategia para formar a los estudiantes de bachillerato. Por tal motivo se hizo énfasis en identificar las competencias disciplinares en el área de las matemáticas, así como las competencias docentes dentro de la EMS, y con ello estar en mejores condiciones teniendo fundamentos más sólidos para plantear la propuesta.

ii) Planes y programas. De la misma manera, se revisaron los planes y programas de las asignaturas de matemáticas establecidos por la Dirección General de Bachillerato. Es decir, se revisaron desde Matemáticas I hasta Matemáticas IV. Esto con el fin de seleccionar el nivel y el tema matemático a abordar en las actividades didácticas que conforman la propuesta; se optó por temas correspondientes a Matemáticas I, II y III.

- Diseño de las actividades didácticas

Una vez realizadas las acciones mencionadas en los puntos anteriores, se procedió con el diseño de las actividades didácticas, atendiendo a las consideraciones teóricas que se expusieron en la primera sección de este capítulo. Para ello, de igual manera se hizo una revisión documental en diferentes medios, como lo fueron en libros, artículos, direcciones de internet, páginas del periódico, etc., con el fin de tener una idea de los posibles contextos que resultaran adecuados para elegir y así utilizarlos en las actividades.

- Puesta en escena de las actividades

Concluida dicha acción, se hizo un pilotaje de las mismas con varios grupos de estudiantes con el fin de detectar si el contexto, los contenidos matemáticos incluidos y los recursos utilizados en las actividades eran los más adecuados y así, proseguir con las modificaciones que fueran pertinentes hacerles a las actividades y obtener la versión final de éstas.

- Sondeo a profesores

Posterior al pilotaje, se diseñó un cuestionario para profesores con el fin de obtener información a través de su opinión sobre las actividades didácticas propuestas y la pertinencia de su implementación. Esta acción permitió corroborar que las actividades didácticas fuesen de utilidad al momento en el que los profesores las implementen en sus clases.

Para llevar a cabo la elección de los profesores a los que se les aplicó el cuestionario, se consideraron una serie de elementos los cuales fueron los siguientes:

- ✓ Haber impartido alguna clase de matemáticas en repetidas ocasiones dentro del bachillerato.
- ✓ Contar con experiencia docente mínima de 3 años.
- ✓ Que las instituciones donde laboren los profesores fueran de diferentes subsistemas de bachillerato.

Al final se eligieron a 3 profesores que cumplían con los requerimientos anteriores; a los cuales se les hizo llegar el cuestionario vía correo electrónico, obteniendo sus respuestas de igual manera.

- Análisis de resultado del sondeo.

Una vez que los 3 profesores hicieron llegar sus respuestas, se concentraron las respuestas en una tabla, para el mejor manejo de la información recibida y facilitar su análisis.

- Reformulación de las actividades

Después de llevar a cabo la puesta en escena con los estudiantes y el análisis del sondeo con los profesores, se tomó la decisión de considerar sus opiniones planteadas y con ello rediseñar ciertos aspectos de las actividades didácticas con las que contábamos desde el principio. Las actividades didácticas presentadas en este documento son el resultado final del proceso descrito.

- Conclusiones

Finalmente, después de haber realizado todas las acciones metodológicas planteadas para llevar a cabo el proyecto, se plantearon una serie de conclusiones basadas en la información obtenida durante esta experiencia.

2.2.2. Para el diseño de las actividades

Los aspectos que se consideraron para el diseño de las actividades después de haber revisado los planes y programas de matemáticas del bachillerato se describen a continuación.

- Elección de las situaciones-problema

Primeramente se llevó a cabo una selección de situaciones-problema que pudieran resultar interesantes para los estudiantes. Para llegar a la selección de las mismas se hizo una búsqueda en la red, libros de texto, tesis y notas periodísticas, las cuales sirvieron como fuentes primarias para identificar las situaciones-problema que resultaran atractivas, interesantes, del ámbito social y /o personal de los alumnos de preparatoria, además de contextos intramatemáticos. Una vez seleccionadas se prosiguió a la determinación de los contenidos matemáticos necesarios para su desarrollo, así como de la matemática que se esperaba surgiera de su estudio.

En este punto interesa mencionar que siempre es a partir del planteamiento de una situación-problema como se procura lograr la problematización del alumnado, incorporando el uso de preguntas apropiadas, que sirvan como guía y promuevan el progreso del estudiante.

- Determinación del contenido matemático

Se dedicó un tiempo considerable para el diseño de las actividades didácticas, pues un elemento importante a considerar fue el de los temas matemáticos que se abordarían y la profundidad en la que se desarrollarían dentro de las situaciones planteadas. Se trataba de que estuvieran al alcance de los estudiantes, en el sentido de que éstos dispusieran de las herramientas matemáticas para poder abordarlas, pero que al mismo tiempo dieran pie a la producción de nuevo conocimiento. Vale la pena mencionar que por conocimiento matemático no nos estamos refiriendo exclusivamente a la presencia de conceptos, definiciones y algoritmos, sino a toda la gama de objetos y procesos matemáticos que pueden surgir en un problema como las diferentes representaciones, la generalización, la argumentación, la elaboración de conjeturas, la particularización, etc.

- Incorporación de software dinámico

Finalmente la propuesta quedó integrada por un conjunto de 10 actividades didácticas; en aquellas 7 actividades donde fue posible incorporar el uso de un software de geometría dinámica específicamente GeoGebra, se requirió del diseño de los archivos o manipulables (applets) para que fuesen implementados durante el proceso de resolución de las actividades. Algunas de ellas requerían que los propios estudiantes los construyeran en el transcurso de la resolución de la actividad planteada.

- Puesta en escena

De las 10 actividades diseñadas se hizo el pilotaje de 7 de éstas, donde en 4 de ellas se utilizó el software GeoGebra para la resolución de las mismas, por tal motivo fue necesario que su pilotaje se llevara a cabo dentro de un aula equipada con computadoras en las que se encontrara previamente instalado el software dinámico GeoGebra. En las 3 actividades restantes no fue necesario el uso de tecnología, por lo que su implementación se llevó a cabo en un aula normal.

- Elección de los estudiantes

Si bien las actividades están diseñadas para que sean resueltas por los estudiantes de bachillerato, se decidió llevar a cabo el pilotaje en el nivel superior, por las facilidades que algunos profesores de la Universidad de Sonora mostraron. Es importante mencionar que para la selección de los estudiantes se planteó que estos fueran de primer semestre ya que son recién egresados del bachillerato y deberían contar con los conocimientos y competencias matemáticas requeridas para la resolución de las actividades dirigidas a ese nivel educativo.

- Descripción de la puesta en escena

En el pilotaje participaron 106 estudiantes de los cuales 34 fueron de ingeniería en mecatrónica, 30 de geología, 3 de químico biólogo y 39 de ingeniería civil, todos ellos cursando en ese momento su primer semestre de formación superior en la Universidad de Sonora.

En el caso de los 34 estudiantes correspondientes a ingeniería en mecatrónica, se optó por dividir el grupo y aplicarles 2 de las actividades didácticas en las cuales se utilizara el software GeoGebra como apoyo para su resolución; 18 de estos resolvieron una actividad mientras los 16 restantes realizaban otra de ellas. De la misma manera se trabajó con los 30 estudiantes de geología, también con 2 actividades que involucraban el uso del software, 16 estudiantes se dedicaban a resolver una actividad mientras los 14 restantes contestaban otra de estas. Con los 39 estudiantes de ingeniería civil la dinámica de trabajo fue muy similar, sin embargo, las actividades que se les aplicaron no requirieron del uso de GeoGebra, mientras 20 resolvían una de estas, el resto de los estudiantes trabajaban en la otra.

La última actividad que se llevó a pilotaje, fue resuelta por 3 estudiantes de la carrera de químico biólogo. En ésta se tomó la decisión de hacerlo vía correo electrónico ya que, dicha actividad por ser una secuencia didáctica, requería de un mayor tiempo para su resolución. Otra de las consideraciones que nos permitió tomar esta decisión fue la facilidad y disposición mostrada por parte de los estudiantes ya mencionados.

- Análisis de las respuestas dadas por los estudiantes

Después de realizar el pilotaje con los estudiantes, se procedió con el análisis de las respuestas de los mismos, en ellas se identificaron posibles preguntas que no se entendían completamente, se verificó si los contenidos matemáticos incluidos en las actividades estaban al alcance de los estudiantes, también se consideró el tiempo que tardaban en resolverlas y con ello tomar la decisión de extender o reducir algunas de las actividades didácticas.

- Valoración de las actividades por parte de los profesores

Para garantizar la viabilidad de nuestra propuesta, no sólo se tomaron en consideración los resultados del pilotaje con los estudiantes, sino que también se tomó la decisión de someter a revisión las actividades diseñadas a profesores de matemáticas de bachillerato que han impartido en repetidas ocasiones cursos de matemáticas con la expectativa de conocer sus opiniones y sugerencias respecto al diseño e implementación de éstas. Esto se logró a través de un cuestionario.

Fueron seleccionados tres profesores los cuales cumplían con las consideraciones planteados en el apartado anterior.

El profesor A cuenta con 4 años y 4 meses de experiencia docente y labora en una institución que pertenece al subsistema de bachillerato general. El profesor B cuenta con 3 años y 6 meses y labora en un bachillerato privado; mientras que el profesor C su experiencia docente es de 4 años y labora en un bachillerato privado.

- Rediseño de las actividades

Una vez diseñado e implementado dicho cuestionario, se analizaron las respuestas. A través de éstas y de los resultados del pilotaje con los estudiantes, se rediseñaron los applets y las actividades en las que se evidenciaron elementos de posibles mejoras. La incorporación de estas mejorías permitió obtener una nueva versión de las 10 actividades, lo que constituye la versión final de la propuesta didáctica y con lo que se considera que se alcanza el objetivo planteado para esta tesis.

Capítulo 3

La propuesta. Versión preliminar

En este capítulo se presentan las 10 actividades didácticas que conforman la propuesta que es el núcleo de esta tesis, junto con las descripciones de las mismas. Estas actividades fueron diseñadas con la expectativa de poder captar el interés de los profesores y los estudiantes mediante las situaciones problemas que son la base en cada una de ellas. Cabe hacer la aclaración que la versión que se presenta en este capítulo se considera preliminar, puesto que no había sido trabajada con estudiantes, ni tampoco se había sometido todavía al escrutinio de los profesores. En los capítulos posteriores al presente, se abundará sobre las modificaciones que se le hicieron, y las razones de dichos cambios.

Volviendo a esta versión, ya en el Capítulo 2 se señalaron las bases conceptuales que guiaron su diseño y que se tradujeron en las siguientes características:

a) Siempre se parte de una situación problema, la cual puede ser planteada en un contexto intra o extra matemático.

b) Siempre que sea posible, se integra el uso de diferentes representaciones del conocimiento matemático: gráficas, expresiones algebraicas, tablas y, por supuesto, la lengua materna, que funciona como un mediador en todas ellas.

c) En las actividades no se hacen sugerencias específicas para el proceso de conducción de las mismas, puesto que no se consideró apropiado debido a que no se cuenta aún con experiencia docente. Se asume, sin embargo, atendiendo tanto al marco conceptual como a los planteamientos de la RIEMS, que debe promoverse el trabajo colaborativo pues es el que impulsa el proceso social de construcción del conocimiento matemático. En ese sentido también el énfasis en encontrar y plantear las preguntas apropiadas, que guiaran y problematizaran al estudiante.

d) En la mayoría de ellas se utiliza como apoyo, en diferentes niveles de uso, de un software de geometría dinámica, evidenciando el papel coadyuvante que puede tener la tecnología para el desarrollo del conocimiento matemático. Se considera además la posibilidad de que se logre una mejor visualización de las situaciones planteadas en las actividades didácticas. Por otro lado, en algunas de las actividades se promueve la experimentación de los alumnos mediante algunos applets, con la idea de que dicha experimentación impulse el planteamiento de conjeturas, actividad matemática muy trascendente.

En la Tabla 3 se concentran algunos aspectos relevantes sobre las 10 actividades didácticas que conforman la propuesta: su nombre, una posible ubicación en el plan de estudios del bachillerato y una sugerencia de uso.

Nombre de la Actividad	**Ubicación en el Plan de Estudios**	**Sugerencia de Implementación**
1. El transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora	Matemáticas 1 Bloque II. Utilizas Magnitudes y Números Reales.	Como: Actividad complementaria Actividad de inicio Actividad de cierre Evaluación Actividad individual Actividad por equipos
2. Área de figuras congruentes	Matemáticas 3 Bloque II. Aplicas las Propiedades de Segmentos Rectilíneos y Polígonos.	Como: Actividad de inicio Actividad de desarrollo Actividad individual Tarea
3. Área de un cuadrilátero irregular	Matemáticas 3 Bloque II. Aplicas las Propiedades de Segmentos Rectilíneos y Polígonos.	Como: Actividad de inicio Actividad de desarrollo Actividad complementaria Actividad individual Actividad por equipos Tarea
4. Circunferencias secantes	Matemáticas 2 Bloque V. Reconoces las Propiedades de la Circunferencia.	Como: Actividad de desarrollo Actividad de cierre Tarea
5. Cuadrilátero ABCD	Matemáticas 2 Bloque IV. Reconoces las Propiedades de los Polígonos.	Como: Actividad complementaria Actividad individual Actividad por equipos Tarea

6. Ubicación de una circunferencia en el plano cartesiano	Matemáticas 2 Bloque V. Reconoces las Propiedades de la Circunferencia.	Como: Actividad de cierre Actividad complementaria Actividad individual Tarea
7. El internet	Matemáticas 2 Bloque IX. Aplicas la estadística elemental.	Como: Actividad complementaria Actividad de cierre Evaluación
8. Rectas notables en el triángulo	Matemáticas 3 Bloque II. Aplicas las Propiedades de Segmentos Rectilíneos y Polígonos.	Como: Actividad de cierre Actividad complementaria Actividad individual Actividad por equipos Tarea
9. Redes sociales	Matemáticas 1 Bloque I. Resuelves Problemas Aritméticos y Algebraicos.	Como: Actividad complementaria Actividad de inicio Actividad de desarrollo Tarea
10. Series y sucesiones	Matemáticas 1 Bloque III. Realiza Sumas y Sucesiones de Números.	Como: Actividad de inicio Actividad de desarrollo Actividad de cierre Actividad complementaria Actividad individual Actividad por equipos Tarea

Tabla 3.1 Aspectos importantes de las actividades didácticas

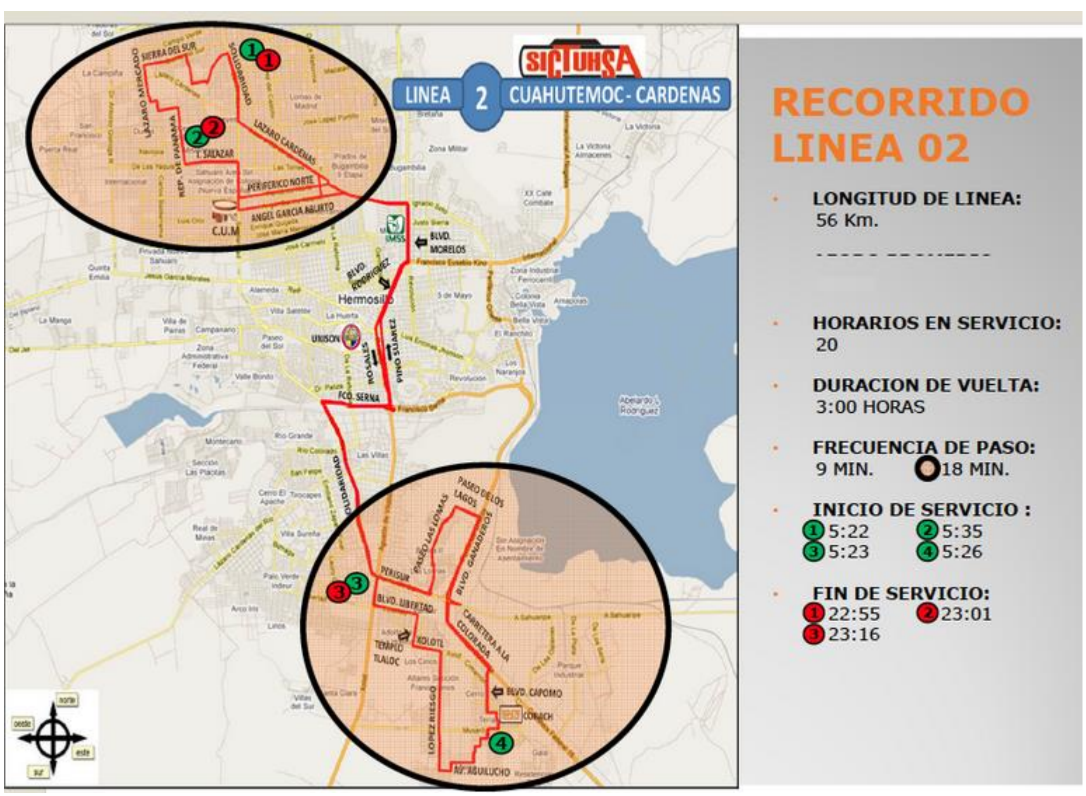
A continuación presentamos una por una las diez actividades. Se agrega después una descripción de los contenidos matemáticos que intervienen y los que pueden surgir de su estudio, relacionándolos también con las competencias matemáticas expuestas en la RIEMS.

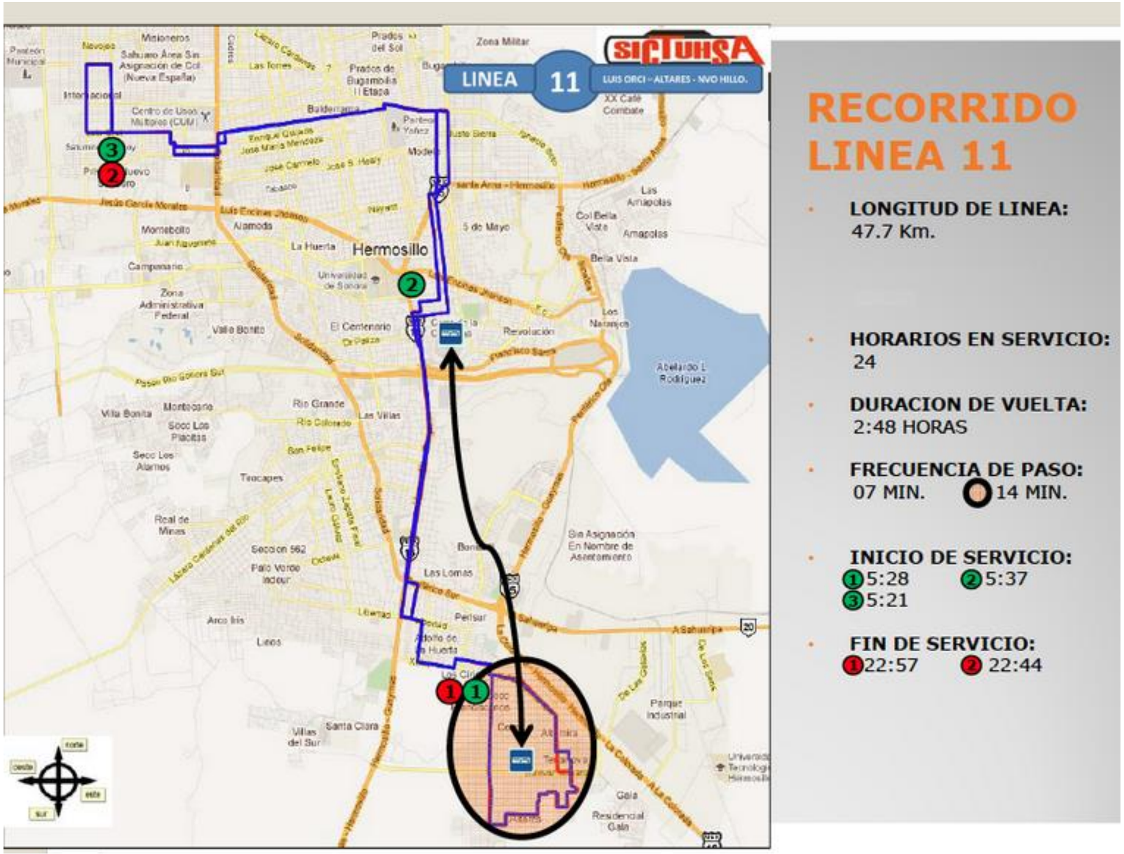
3.1. El transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora

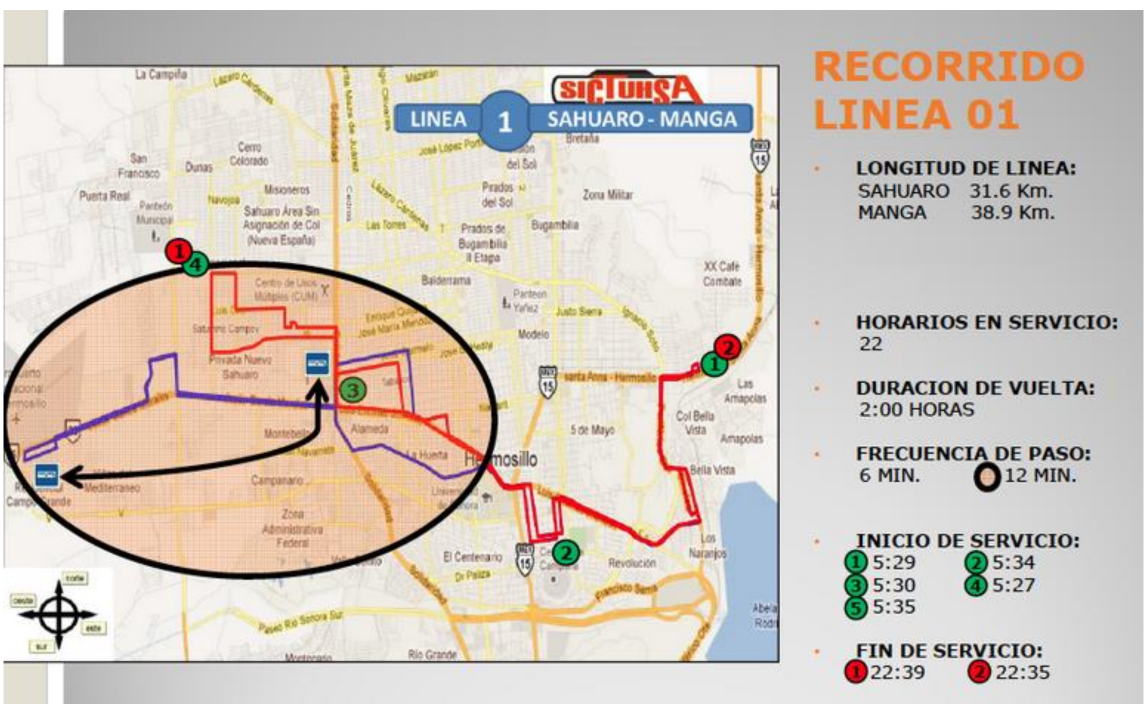
Actividad 1.

El transporte público de la ciudad de Hermosillo, Sonora, juega un papel muy importante en el dinamismo de la comunidad, ya que miles de personas lo utilizan diariamente para poder llegar a tiempo a su trabajo, escuela, centros comerciales, etc. Con frecuencia se escuchan por los diversos medios de comunicación opiniones sobre el tema. Pero, ¿qué tanto conocemos de él? Con la actividad que se propone a continuación, esperamos darte a conocer algunos elementos importantes sobre el particular, y creemos que con ello te podrás dar una idea de si es verdad todo lo que se dice del transporte público de esta ciudad.

En los mapas que siguen se presenta información del recorrido de tres líneas de transporte: Línea 02, Línea 11 y Línea 01. Revísalos con atención, pues servirán de base para poder responder las preguntas que se formulan posteriormente.




SICTUHSA
LINEA 11 LUIS ORCI - ALTARES - NVO HILLO.
RECORRIDO LINEA 11
LONGITUD DE LINEA:
47.7 Km.
HORARIOS EN SERVICIO:
24
DURACION DE VUELTA:
2:48 HORAS
FRECUENCIA DE PASO:
07 MIN. 14 MIN.
INICIO DE SERVICIO:
1 5:28 2 5:37
3 5:21
FIN DE SERVICIO:
1 22:57 2 22:44
Hermosillo


SICTUHSA
LINEA 1 SAHUARO - MANGA
RECORRIDO LINEA 01
LONGITUD DE LINEA:
SAHUARO 31.6 Km.
MANGA 38.9 Km.
HORARIOS EN SERVICIO:
22
DURACION DE VUELTA:
2:00 HORAS
FRECUENCIA DE PASO:
6 MIN. 12 MIN.
INICIO DE SERVICIO:
1 5:29 2 5:34
3 5:30 4 5:27
5 5:35
FIN DE SERVICIO:
1 22:39 2 22:35

1.- Entre las 3 líneas, ¿Cuál crees que es la más rápida? ¿En qué basas tu respuesta?

2.- Si comparamos la Línea 11 y la Línea 02, ¿Cuál recorre más kilómetros cuando han transcurrido 75 min del recorrido?

3.- ¿Cuál de las dos Líneas 01 recorre 29.175 km en 90 minutos?

4.- Una de las dos Líneas 01 recorre 23.7 km en 1hr y media y otra línea (Línea 02 o Línea 11) recorre 28 km en el mismo tiempo, ¿Cuáles son esas líneas que cumplen con lo antes mencionado?

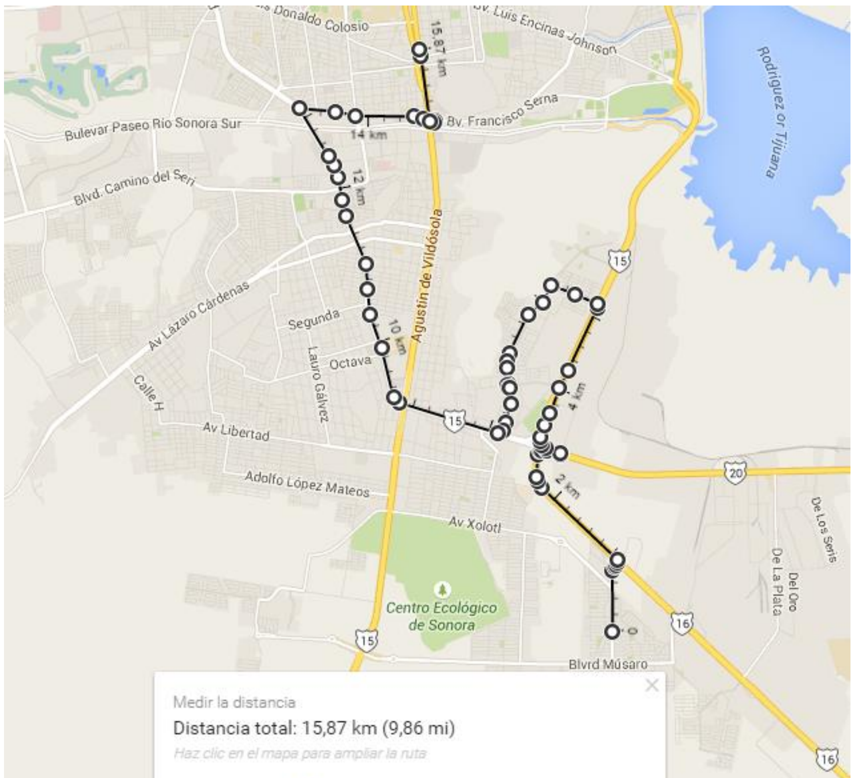
Actividad 2.

Pedro y Fernando viven en la colonia Nuevo Hermosillo y quieren ir al centro a comprar un material para la escuela. En el momento de llegar a la parada del camión, Fernando se da cuenta que se le olvidó el dinero en su casa y le dice a Pedro que se vaya al centro y él lo alcanzaría allá.

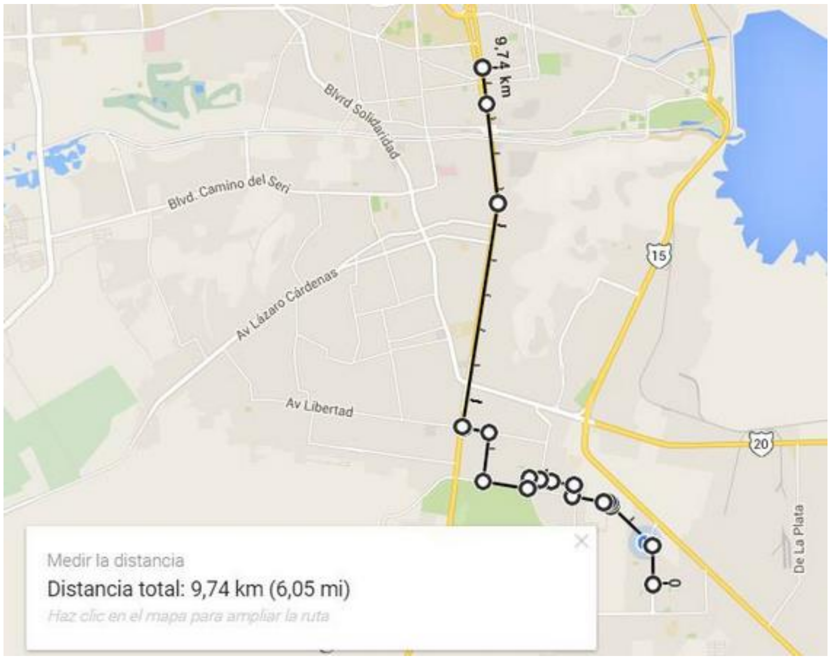
Después de ponerse de acuerdo, Pedro se sube a la Línea 02 a las 9 am, mientras que 15 minutos después Fernando toma la Línea 11.

A continuación se presentan las rutas que tienen las dos líneas mencionadas en el texto desde la colonia Nuevo Hermosillo hasta el Centro.

Línea 02



Línea 11



¿Cuál de los dos llegará primero al centro? Argumenta tu respuesta.

____

____

____

____

____

Actividad 3.

Analiza la siguiente tabla, disponible en http://www.bus.sonora.gob.mx/rendición-de-cuentas/reporte-semanal.html correspondiente al reporte semanal de los días 8 al 14 de agosto de 2015 y contesta lo que se te pide a continuación.

Reporte Semanal

Datos de gestión del 8 al 14 de agosto de 2015

Año 2015 ▼ Mes agosto ▼ Semana Semana 2 ▼

	Sábado 8 de agosto	Domingo 9 de agosto	Lunes 10 de agosto	Martes 11 de agosto	Miércoles 12 de agosto	Jueves 13 de agosto	Viernes 14 de agosto	Total
Disponibilidad	81	60	95	101	100	97	94	628
Total Ingreso	$313,252.50	$188,184.50	$443,494.00	$436,127.50	$433,242.50	$416,625.50	$406,519.00	$2,637,445.50
Nómina	$0.00	$0.00	$0.00	$0.00	$0.00	$0.00	$682,022.00	$682,022.00
Consumo de diesel(litros)	9,054.03	6,688.08	11,000.44	12,306.38	12,617.31	11,554.04	10,041.19	73,261.47
Rendimiento diesel(km/Lt)	2.5	2.28	2.44	2.35	2.31	2.31	2.48	2.38
Aforo	47,437	28,536	68,686	67,876	67,774	65,131	63,163	408,603

Tabla 1. Reporte Semanal, Bus Sonora

a) De acuerdo a los recorridos de las líneas que te presentamos en la Actividad 1, para la Línea 01 Sahuaro, ¿Cuántos litros de diesel consume aproximadamente un camión, de acuerdo con los datos proporcionados en la Tabla 1? Responde esta pregunta para cada uno de los días, anotando las operaciones que utilices en la siguiente tabla.

Sábado 8	Domingo 9	Lunes 10

Martes 11	Miércoles 12	Jueves 13

Viernes 14

b) A partir de los datos del ingreso por los pasajes pagados y agrupando lo que se gasta por pago de nómina y consumo de diesel, ¿Hay ganancia al operar estos camiones? Considera que el litro de diesel tiene un costo de $14.20.

____

____

____

____

____

c) Si sumamos los gastos correspondientes al pago de nómina y al pago de diesel, ¿Cuál deberá ser el aforo para que no haya ni pérdidas ni ganancias? Entenderemos por aforo al número de pasajeros que pagaron su boleto. Recuerda que existen diferentes tarifas de pasaje.

____

____

Actividad 4.

En la siguiente tabla se muestra el ingreso mensual que tuvo Bus Sonora durante doce meses. Analiza la tabla y contesta lo que se pide:

Ingreso

Año	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014
Mes	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Ingreso Prepago	1,623,489.00	2,347,735.00	2,725,787.00	2,902,750.00	2,567,357.00	2,299,499.00	1,968,690.00	1,857,490.00
Ingreso Efectivo	7,688,033.51	10,784,976.80	12,159,179.50	13,996,190.00	13,165,263.00	12,178,061.00	10,951,752.00	11,148,597.00
Total Ingreso	9,311,798.51	13,132,711.80	14,884,966.50	16,898,940.00	15,732,620.00	14,477,560.00	12,920,442.00	13,006,087.00

Año	2015	2015	2015	2015	2015	TOTALES
Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	
Ingreso Prepago	1,788,776.00	1,659,931.00	1,748,469	1,676,725		**25,166,698.00**
Ingreso Efectivo	10,301,649.00	9,258,814.00	10,087,628	9,455,990		**131,176,133.81**
Total Ingreso	12,090,425.00	10,918,745.00	11,836,097	11,132,715		**156,342,831.81**

Tabla 2, Ingresos, Bus Sonora

a) De acuerdo al total de ingreso de los meses del año 2015, ¿Qué porcentaje corresponden los ingresos por prepago?

b) ¿Cuántas personas necesitaron usar el transporte público para que en el mes de Octubre de 2014 tuviera ese ingreso en efectivo?

c) El ingreso total correspondiente al periodo Mayo 2014-Abril 2015 fue de $156´342,831.81 ¿A qué porcentaje corresponde el ingreso en efectivo?

d) ¿Qué porcentaje del ingreso total se incrementó de Julio a Agosto 2014?

e) ¿Cuál mes del 2015 fue el más bajo en ingresos por prepago?

Descripción

"El transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora" pudiera considerarse, por su estructura, como un pequeño bloque de actividades, las cuales están relacionadas entre sí por el contexto en el que se desarrollan. No podría catalogarse como una secuencia didáctica porque no tiene la estructura que éstas tienen (inicio, desarrollo y cierre).

La actividad 1 inicia proporcionando al estudiante información sobre tres diferentes líneas de transporte de la ciudad y a su vez, se muestran los mapas de las rutas que éstas siguen. Con ello se le pide al estudiante analizar dicha información para familiarizarse con el contexto y después proceder a contestar los cuestionamientos planteados.

La actividad 2 se basa en un problema que tienen dos amigos para trasladarse de una colonia al centro de la ciudad, haciéndolo a través de diferentes rutas. Las preguntas planteadas giran en torno a quién de los dos llegará primero al centro. Para ello, se muestran dos secciones de rutas de las diferentes líneas de transporte que utilizaron para trasladarse; analizando estas rutas se podrá contestar quién de los dos amigos llegará primero.

Se empieza la actividad 3 proporcionando al alumno una tabla de información correspondiente a un reporte semanal del transporte público, teniendo en cuenta dicha tabla se le pide que la analice y responda algunos cuestionamientos planteados, además de organizar la información proporcionada en otra tabla y posteriormente contestar algunas preguntas planteadas al final de la actividad.

La actividad 4 comienza con una tabla que muestra el ingreso mensual que tuvo Bus Sonora (transporte público en Hermosillo, Sonora) durante un periodo de doce meses. Con dicha información el alumno tendrá que analizar la tabla y contestar algunas preguntas referentes a la misma.

Se espera que al interactuar con estas actividades el alumno ponga en juego conocimientos matemáticos previos, tales como operaciones aritméticas con números reales y cálculo de porcentajes. Si bien dichos conocimientos se han estudiado en niveles educativos anteriores, aquí están puestos en acción, lo que permitirá establecer diagnósticos del estado que guarda su desarrollo en los alumnos.

Además se tiene el convencimiento de que la matemática puesta en acción contribuye a crear significados más ricos en los alumnos. Por otro lado, el contexto extra matemático abordado permite la interpretación de datos y tablas; la serie de preguntas formuladas busca el uso de argumentos basados en razonamientos matemáticos.

Curricularmente, este paquete de actividades se ubica en el programa de Matemáticas 1, Bloque II. Utilizas Magnitudes y Números Reales, de acuerdo con lo establecido por la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias en cuya promoción podría incidirse con este bloque de actividades son las siguientes:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpreta tablas, gráficas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Los materiales a utilizar son la hoja de trabajo para el alumno, lápiz y calculadora.

3.2. Área de figuras congruentes

Se tiene un cuadrado con vértices ABCD y 6 centímetros de lado, como se muestra en la Figura 1:

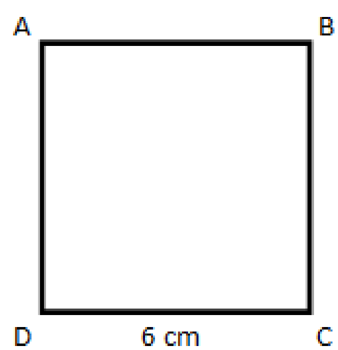


Figura 1

Tracemos dos rectas perpendiculares entre sí, tal y como se muestra en la Figura 2. Con este trazo, el cuadrado original se divide en 4 partes.

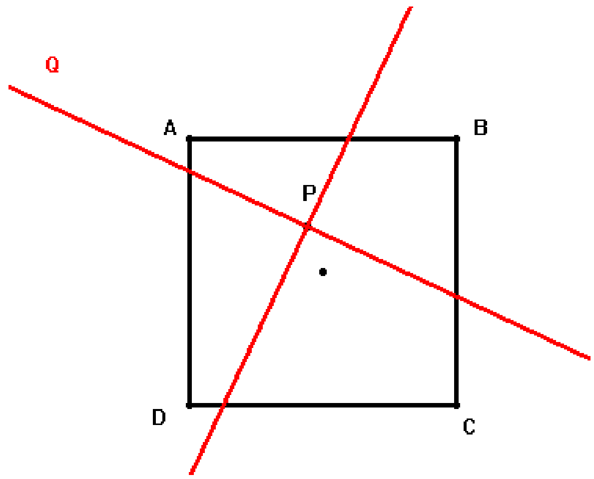


Figura 2

1.- ¿Existirá una manera en la cual se podrán acomodar las rectas, de tal forma que el cuadrado quede dividido en 4 partes que tengan la misma área? Si tu respuesta es afirmativa, muestra tu construcción y justifica tu respuesta.

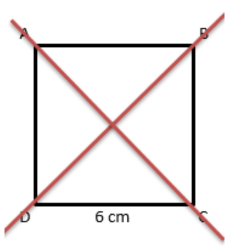
____

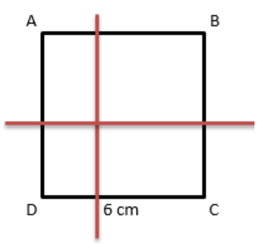
____

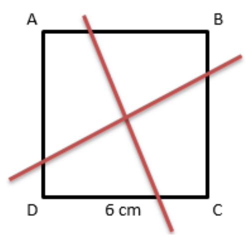
____

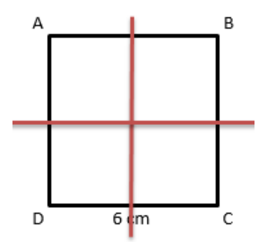
____

2.- De las siguientes figuras, encierra en un círculo aquellas en las cuales consideres que los cuadrados están divididos en 4 partes con áreas iguales.









3.- ¿Encuentras alguna similitud en las imágenes que encerraste en el inciso 2? Si tu respuesta es afirmativa menciona cuál.

____

____

4.- ¿Crees que existen más formas en las cuales pueda ser dividido el cuadrado en cuatro secciones con la misma área? Si tu respuesta es afirmativa, propón otra manera.

5.- ¿Se podrán contar todas las maneras posibles que hay para dividir el cuadrado?

6. Para ayudarte a corroborar tu respuesta, podrás utilizar el archivo “área del cuadrado.ggb”, en donde deberás manipular el cuadrado y las diferentes formas de dividirlo. Una vez que hayas trabajado con el archivo, regresa y escribe alguna conclusión sobre lo que hiciste. ¿Coincide lo que observaste con la respuesta que diste en el inciso 5?

7. Intenta escribir una conjetura sobre lo observado y analizado anteriormente.

Descripción

Esta actividad es de carácter intramatemático e inicia mostrando al estudiante un cuadrado con 6cm de lado, después se trazan dos rectas perpendiculares entre sí y se le pide al estudiante que responda si éstas se podrán colocar en el cuadrado de tal forma que resulte dividido en 4 partes de áreas iguales. Después se le proporciona 4 cuadrados cada uno de ellos divididos en formas diferentes, de tal manera, que después de observarlos seleccionará aquellas figuras en las que considere que el cuadrado queda divide en 4 partes con áreas iguales.

Después se le cuestiona al estudiante si los cuadrados seleccionados serán los únicos en donde quede dividido en 4 partes con áreas iguales y si éstas se pueden contar; debe de justificar ambas respuestas. Al final de la actividad se le proporciona un archivo utilizando el software de geometría dinámico GeoGebra, donde podrá manipular el cuadrado y las diferentes formas de dividirlo. Después de realizar lo anterior, contrastará lo observado con el software y su respuesta a la pregunta que se le hizo anteriormente.

Para trabajar esta actividad, se espera que el alumno cuente con algunos conocimientos matemáticos previos, como las nociones de rectas perpendiculares y de lo que es el área de un polígono. Los nuevos conocimientos que se promoverán que emerjan en el estudiante es la congruencia de figuras, además de la expresión verbal y escrita de lo observado para construir una conjetura, así como para validarla.

Esta actividad por la estructura y conceptos matemáticos que involucra, se considera que se puede ubicar curricularmente en el programa de Matemáticas 3, Bloque II. Aplicas las Propiedades de Segmentos Rectilíneos, de acuerdo con la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias que se espera promover en los estudiantes con este tipo de actividades son las siguientes:

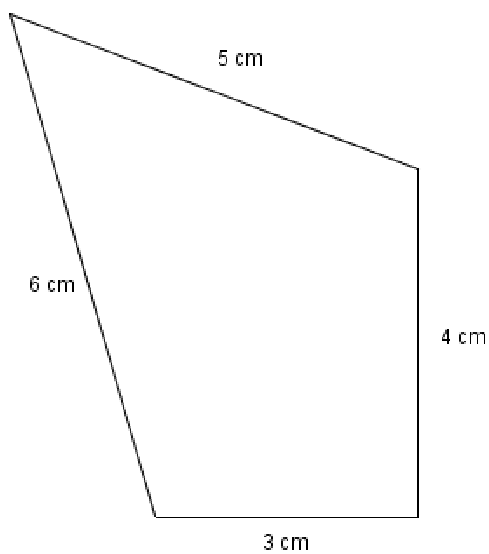
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y comunicación.

Los materiales que serán requeridos para responder la actividad son: la hoja de trabajo para el estudiante, lápiz, regla, computadora y el archivo de GeoGebra proporcionado.

3.3. Área de un cuadrilátero irregular

Si se tiene el siguiente cuadrilátero irregular



1.- ¿Cómo podrías calcular el área del cuadrilátero?

____

____

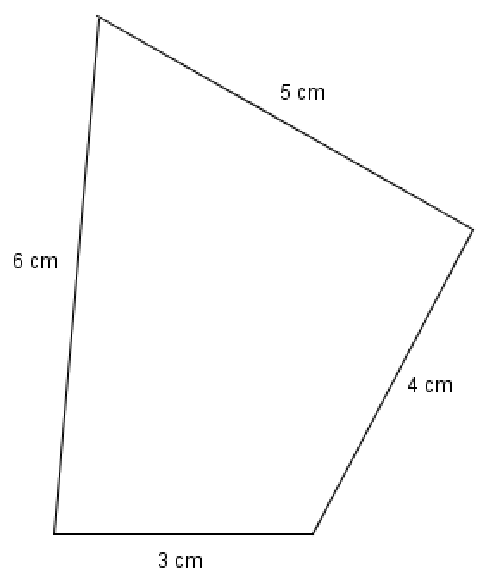
____

____

2.- Utiliza tu respuesta anterior para calcular el área

3.- Si se manipula el cuadrilátero pero sin cambiar las medidas de sus lados, ¿Crees que cambiará su área o permanecerá fija?

4.- Verifica tu respuesta anterior calculando el área del siguiente cuadrilátero.



5.- ¿Conoces alguna fórmula que puedas usar para calcular el área de cuadriláteros irregulares?

6.- Si cambiamos los cuadriláteros por triángulos ¿Crees que si al manipular los triángulos cambiará su área igual que lo hacen los cuadriláteros o permanecerá fija?

Descripción

Esta actividad es de carácter intramatemático, inicia proporcionando al estudiante un cuadrilátero irregular y se le solicita calcular su área. Después se pregunta si el área del cuadrilátero cambiará o se quedará fija si se hace una manipulación a la figura, tomando en cuenta que los lados permanecen con las mismas medidas. Posteriormente se le indica al estudiante que calcule el área de otro cuadrilátero irregular con las mismas medidas de sus lados y se pregunta al estudiante si conoce alguna fórmula para calcular áreas a cuadriláteros irregulares. Para finalizar la actividad, se plantean cuestionamientos similares, solo que ahora en vez de ser un cuadrilátero se propone que la figura a considerar sea un triángulo.

Se espera que el alumno cuente con algunos conocimientos matemáticos previos, tales como áreas de figuras geométricas, teorema de Pitágoras y características de cuadriláteros y triángulos. Los conocimientos matemáticos que se promoverán que emerjan en el estudiante son la fórmula de Herón para obtener el área de triángulos, además de la argumentación verbal y escrita de lo observado en el transcurso de la actividad. Es posible que pudiera surgir alguna estrategia como la división del cuadrilátero en otras figuras.

La actividad por los conceptos matemáticos que involucra, se considera que se encuentra ubicada curricularmente en el programa de Matemáticas 3, Bloque II. Aplicas las Propiedades de Segmentos Rectilíneos y Polígonos, de acuerdo con lo establecido por la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias que se espera promover en los estudiantes con este tipo de actividades son las siguientes:

- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y comunicación.

Para poder responder la actividad los materiales que se utilizan son: la hoja de trabajo para el alumno, lápiz y regla.

3.4. Circunferencias secantes

1.- Abre el applet GeoGebra

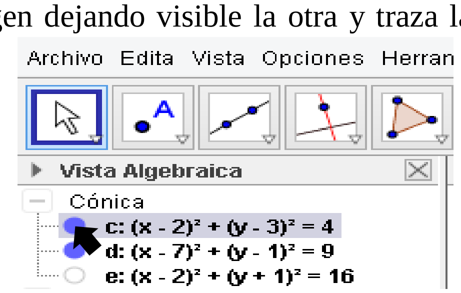
2.- Coloca la cuadrícula en la hoja

3.- Traza las circunferencias $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ y $(x-7)^2+(y-1)^2=9$

4.- ¿Las circunferencias se intersectan?

5.- Manipula esas circunferencias en el applet para contestar lo siguiente; ¿Qué podrías modificarles a las circunferencias para que se corten entre sí?

6.- Oculta la circunferencia $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ presionando el botón azul como se indica en la siguiente imagen dejando visible la otra y traza la circunferencia $(x-2)^2+(y+1)^2$



7.- ¿Estas circunferencias se intersectan? ¿En cuántos puntos?

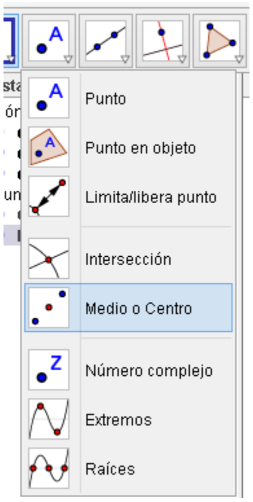
____

8.- Utiliza la herramienta "Intersección" para encontrar los puntos donde las circunferencias se intersectan y escríbelos.

____

____

9.- Utiliza la herramienta "Medio o Centro" para encontrar el centro de las dos circunferencias.



10.- Une los centros y escribe la medida de la longitud de ese segmento.

____

11.- Usa la herramienta "Punto en objeto" (se encuentra en el mismo menú donde está la herramienta "Medio o Centro" ver pregunta 10) y obtén el radio de las dos circunferencias, mueve esos puntos por las circunferencias y verifica que exactamente corresponden a su radio; escribe la medida de cada uno de los radios.

____

12.- ¿Cuánto mide la suma de los radios de las circunferencias?

____

13.- ¿Cuánto es la diferencia de sus radios?

14.- Vuelve a realizar los pasos anteriores para cada par de circunferencias que se indiquen y completa la siguiente tabla. El ejemplo es de los datos obtenidos anteriormente.

Circunferencias	Número de puntos de intersección	Medida de la unión de los centros de las circunferencias	Medida de los dos radios	Medida de la suma de los radios	Medida de las diferencias de los radios
$(x-7)^2+(y-1)^2=9$ $(x-2)^2+(y+1)^2=16$	2	5.39	$r_1=4$ $r_2=3$	7	1
$(x+4)^2+(y-2)^2=25$ $(x-1)^2+(y+3)^2=10$					
$(x-1)^2+(y-4)^2=8$ $(x-10)^2+(y+2)^2=33$					
$(x-4)^2+y^2=36$ $(x-10.66)^2+(y-8.76)^2=88.27$					
$(x-3)^2+(y+1)^2=15$ $(x-6)^2+(y+5)^2=49$					
$(x-8)^2+(y-7)^2=41$ $x^2+y^2=18$					
$(x-9)^2+(y-3)^2=64$ $(x-9)^2+(y-3)^2=25$					

15.- Con los datos obtenidos en la tabla, escribe algunas características que observes entre los diferentes pares de circunferencias.

____

____

____

____

16.- Trata de escribir las condiciones que tienen que tener dos circunferencias para que sean secantes.

____

____

____

____

Descripción

Esta actividad es de carácter intramatemático y se utiliza el software GeoGebra en el transcurso de toda la actividad. Primero se le pide al estudiante que abra el software y trace dos circunferencias específicas, debe de observar si las circunferencias se cortan entre si y conforme a una serie de preguntas y ejemplos a lo largo de la actividad, debe de ir manipulando las circunferencias en el applet hasta llegar a conjeturar que las circunferencias resultan ser secantes.

Para contestar esta actividad, se espera que el alumno cuente con algunos conocimientos matemáticos previos, tales como la fórmula general de la circunferencia, puntos de intersección, distancias, radio. Los conocimientos matemáticos que se promoverán que emerjan en el estudiante son la definición de circunferencias secantes y además, la elaboración de conjeturas.

La actividad por los conocimientos matemáticos que involucra, se considera que se encuentra ubicada curricularmente en el programa de Matemáticas 2, Bloque V. Reconoces Las Propiedades De La Circunferencia, de acuerdo con lo establecido por la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias que se espera promover en los estudiantes con este tipo de actividades son las siguientes:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y comunicación.

Para responder la actividad los materiales que se utilizan son: la hoja de trabajo para el alumno, lápiz y una computadora con el software dinámico GeoGebra instalado.

3.5. Cuadrilátero ABCD

1.- Abre el applet GeoGebra

2.- Coloca la cuadrícula en la hoja

3.- Localiza los puntos A(-3,-1), B(2,-2), C(4,2) y D(-2,4)

4.- Une esos puntos con la herramienta "polígono", ¿Qué figura se forma?

____

5.- Traza los puntos medios de cada lado del cuadrilátero ABCD, utiliza la herramienta "Medio o Centro" y renombra esos puntos como M, N, O y P.

6.- Utiliza la herramienta "polígono" para unir esos puntos, ¿Qué características encuentras en ese nuevo cuadrilátero MNOP?

____

____

____

7.- Ahora traza los puntos medios de cada lado del cuadrilátero MNOP y une esos puntos. ¿Qué puedes decir de ese cuadrilátero EFGH formado?

____

____

____

____

8.- ¿Encuentras características similares entre el cuadrilátero MNOP y el cuadrilátero EFGH? Justifica tu respuesta

____

____

____

____

9.- Si se vuelve hacer el mismo procedimiento de sacar los puntos medios del cuadrilátero EFGH y unirlos, ¿Se seguirían observando las mismas características que obtuviste con los polígonos anteriores?

____

____

10.- Obtén el área del cuadrilátero ABCD y menciona qué relación tiene respecto al área del cuadrilátero MNOP.

____

____

____

____

11.- ¿Tendrá la misma relación las áreas de los cuadriláteros MNOP y HEFG?

____

____

____

____

12.- Puedes utilizar GeoGebra para visualizar si se sigue cumpliendo esa relación con los demás cuadriláteros construidos en esta actividad.

13.- Intenta establecer una conjetura general con lo observado en el desarrollo de la actividad.

La siguiente pregunta es para estudiantes avanzados.

14.- ¿Cómo podrías argumentar la validez de la conjetura escrita anteriormente?

Descripción

La actividad es de carácter intramatemático y se utiliza el software GeoGebra en el desarrollo de la actividad. Se inicia pidiéndole al estudiante que abra el software y coloque la cuadrícula en el área de trabajo, después que localice 4 puntos en la cuadrícula y que una esos puntos con alguna de las herramientas del software, e inmediatamente mencionar que figura se forma al unirlos. Posteriormente se le indica que trace los puntos medios de cada lado de la figura resultante y unir dichos puntos, deberá de realizar la acción anterior trazando los puntos medios de cada polígono resultante al unir los puntos anteriores. Consecutivamente el alumno visualizará en el applet lo que sucede, para con ello proceder a contestar las preguntas planteadas en el transcurso de la actividad. Al finalizar se espera que pueda determinar si existe una relación entre las áreas de los polígonos resultantes en las diversas fases de la actividad.

Se espera que el alumno cuente con algunos conocimientos matemáticos previos, tales como áreas, características de polígonos y definición de punto medio. Los conocimientos matemáticos que se espera emerjan son el teorema de Varignon, (no con ese nombre, sino con su enunciado), la argumentación verbal y la elaboración de conjeturas.

Por la estructura y conceptos matemáticos que involucra, se considera esta actividad podría ubicarse curricularmente en el programa de Matemáticas 2, el Bloque IV. Reconoces Las Propiedades De Los Polígonos, de acuerdo con lo establecido por la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias que se espera promover en los estudiantes con este tipo de actividades son las siguientes:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y comunicación.

Para responder la actividad los materiales a utilizar son: la hoja de trabajo para el alumno, lápiz y computadora con el software GeoGebra instalado.

3.6. Ubicación de una circunferencia en el plano cartesiano

1. La gráfica de la circunferencia cuya ecuación es $(x-5)^2+(y-2)^2=16$, ¿Está completamente contenida en el primer cuadrante? ¿Qué estrategia seguirías para responder a la pregunta, pero sin necesidad de trazar la gráfica?

____

____

____

2. Propón al menos tres circunferencias cuyas gráficas estén contenidas en el primer cuadrante, siguiendo la estrategia del punto 1. Después de eso, traza un bosquejo de dichas gráficas en lápiz y papel.

3. Corrobora tus resultados con el software GeoGebra.

Ecuación de la circunferencia	Gráfica

3. Si la representación algebraica de una circunferencia, dadas las coordenadas de su centro y la medida de su radio, es $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, ¿Qué condiciones se deben cumplir para que su gráfica siempre esté contenida en el primer cuadrante? ¿Cómo deben ser h, k?

4. En los siguientes incisos se proporcionan las coordenadas del centro y del radio de algunas circunferencias. ¿Cuáles de ellas tienen su gráfica contenida en el segundo cuadrante?

a) $C(-3,4);\ r = 2$ ______________________________

b) $C(-2,1);\ r = 1$ ______________________________

c) $C(-9,7);\ r = 6$ ______________________________

d) $C(-14,10);\ r = 8$ ______________________________

e) Utilizar GeoGebra para graficar las circunferencias mencionadas y corrobora tus respuestas.

Ecuación de la circunferencia	Gráfica
a)	
b)	
c)	

d)	

5. ¿Qué condiciones debe de cumplir la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, para que su gráfica siempre esté contenida en el segundo cuadrante? ¿Cómo deben ser h, k?

____

____

____

____

____

____

6. ¿Qué condiciones debe de cumplir la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, para que su gráfica siempre esté contenida en el tercer cuadrante? ¿Cómo deben ser h, k? Ejemplifica.

____

____

____

____

____

____

7. ¿Qué condiciones debe de cumplir la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, para que su gráfica siempre esté contenida en el cuarto cuadrante? ¿Cómo deben ser h, k? Ejemplifica.

____

____

____

____

____

____

8. ¿Qué condiciones debe de cumplir la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, para que su centro esté sobre el eje de las x?

___

___

___

9. ¿La recta $y=7$ es tangente a la circunferencia $(x-5)^2+(y-3)^2=16$? ¿Cuáles son las coordenadas del punto de tangencia?

___

___

___

___

___

___

10. ¿Qué condición, (o condiciones), tendría que cumplir la circunferencia

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2,$$

para asegurar que es tangente a la recta $y=7$?

___

___

___

___

___

11. ¿Qué condición (o condiciones) tendría que cumplir la circunferencia

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2,$$

para asegurar que es tangente tanto a la parte positiva del eje X como a la parte negativa del eje Y?

Descripción

La actividad es de carácter intramatemático, inicia con un cuestionamiento donde el estudiante primero debe de responder utilizando cualquier estrategia que esté a su alcance, si una circunferencia específica está totalmente contenida en el primer cuadrante. Después deberá de proponer al menos 3 circunferencias que cumplan con esta condición y utilizar el software GeoGebra para corroborarlas. Posteriormente el estudiante, teniendo en cuenta la representación algebraica de la circunferencia, deberá de responder que condiciones debe de cumplir el radio y el centro de una circunferencia para que siempre esté contenida en el primer cuadrante. Y se le pide realizar el proceso anterior para los 3 cuadrantes restantes.

También se le pide que responda si la recta $y = 7$ es tangente a la circunferencia $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 16$ y de ser así que obtenga su punto de tangencia, por último, deberá indicar las condiciones que tiene que tener una circunferencia para asegurar que es tangente tanto a la parte positiva del eje X como a la parte negativa del eje Y.

Para contestar esta actividad, se espera que el alumno cuente con algunos conocimientos matemáticos previos, tales como elementos importantes en la circunferencia, como son el radio, centro y rectas tangentes, también sobre las características de los puntos ubicados en cada uno de los cuadrantes del plano cartesiano. Los conocimientos matemáticos que se promoverán que emerjan en el estudiante son el punto de tangencia de una circunferencia y el concepto de recta secante, además de la argumentación matemática a través de las justificaciones dadas en sus respuestas.

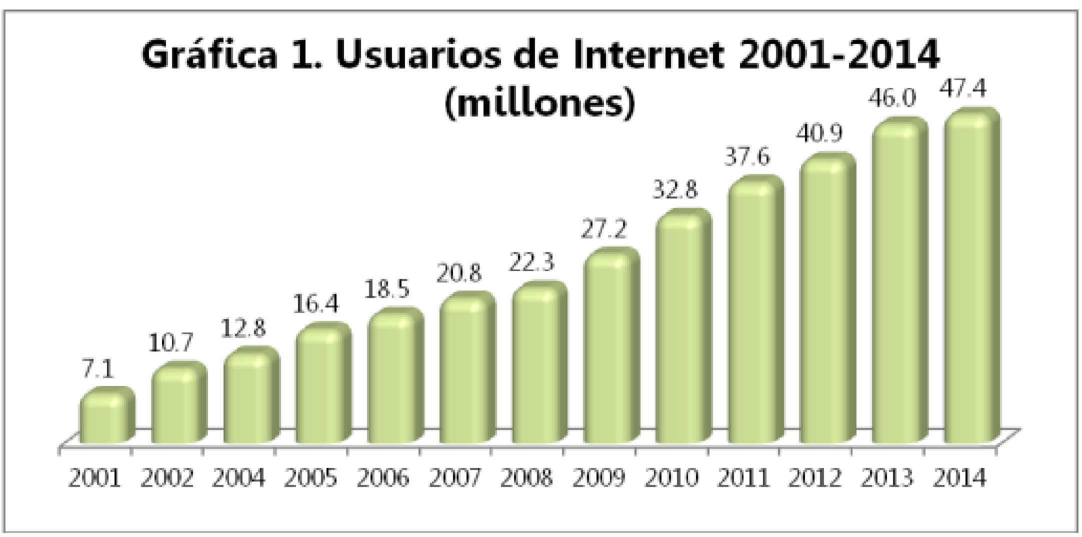
La actividad por la estructura y conceptos matemáticos que involucra, se considera que se encuentra ubicada curricularmente en el programa de Matemáticas 2, Bloque V. Reconoces Las Propiedades De La Circunferencia, de acuerdo con lo establecido por la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias que se espera promover en los estudiantes con este tipo de actividades son las siguientes:

- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y comunicación.

Para responder esta actividad los siguientes materiales a utilizar son: hoja de trabajo para el alumno, lápiz y una computadora con el software GeoGebra instalado.

3.7. El internet



Gráfica 1. Usuarios de Internet 2001-2014 (millones)

Fuente: Módulo sobre Disponibilidad y Uso de las Tecnologías de la Información en los Hogares (MODUTIH), 2014

El 14 de mayo de 2015, el Instituto Nacional de Estadística Geográfica e Informática (INEGI) presentó un documento con tema “Sus estadísticas a propósito del día mundial de internet”; en él se muestran datos nacionales referentes al uso del internet.

1.- ¿Por qué crees que el internet se ha convertido en una herramienta fundamental para los ciudadanos?

____

____

____

____

____

2.- ¿Qué actividades se pueden desarrollar con la ayuda del internet?

____

____

____

3.- ¿Para qué utilizas el internet? ¿Qué páginas consultas con frecuencia?

____

____

____

4.- De la Gráfica 1, ¿De qué año a que año se dio el mayor incremento de usuarios de internet?

____

5.- ¿Cuáles son las variables que observas en la gráfica?

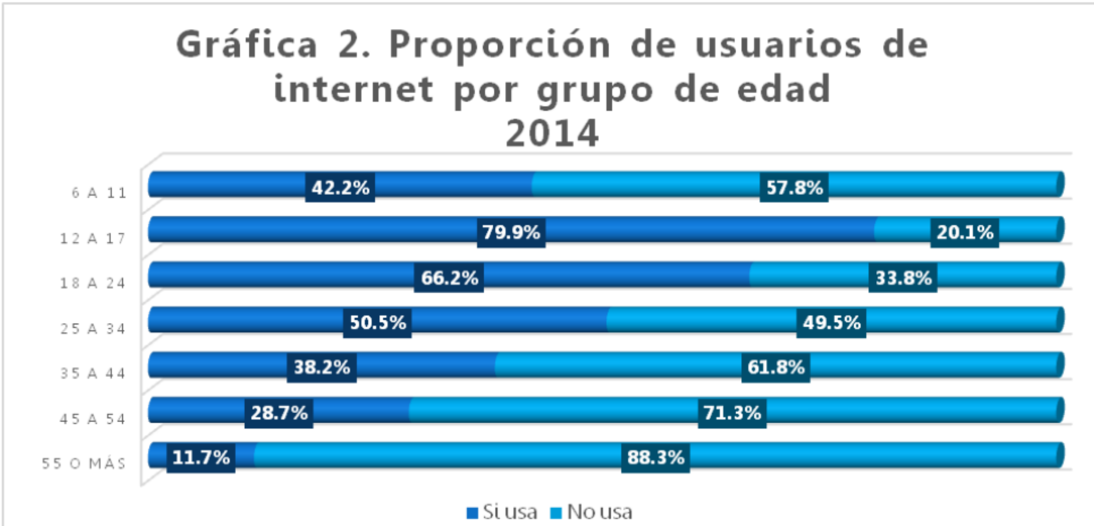
____

6.- De tu respuesta anterior, ¿Cuál es la variable independiente y dependiente?

____

____

A partir del análisis de la gráfica 2



Fuente: MODUTIH, 2014

7.- ¿Entre que rango de edades las personas usan más el internet?

____

8.- ¿Cuál es el rango en el que las personas usan menos el internet?

____

9.- ¿Conoces otro tipo de gráfica que puedas utilizar para representar los mismos datos mencionados en la Gráfica 2? Menciona cual utilizarías y por qué

____

____

____

____

____

____

De las principales actividades realizadas en Internet reportadas en el 2014, fueron la de obtener información con el 67.4%, para acceder a redes sociales 39.6%, para comunicarse 38.5%, para apoyar la educación 36.7%, para entretenimiento 36.3%, para operaciones bancarias 1.5%, para interactuar con el gobierno 1.3% y otros usos con 1%.

10.- Elabora una tabla con la información antes mencionada y grafica los datos

11.- Grafica un histograma, un polígono de frecuencias y un polígono de frecuencias acumuladas con los datos de la tabla antes elaborada.

12.- ¿Cuál de las representaciones gráficas anteriores refleja de mejor manera la información y por qué?

13.- ¿Se podría construir una gráfica de pastel con los mismos datos que obtuviste en la tabla de la pregunta 10? Explica tu respuesta

14.- ¿Por qué la suma de los porcentajes mencionados en la pregunta 10 es mayor al 100%?

15.- Nombra otras observaciones que no se hayan mencionado en la actividad.

Descripción.

La actividad es de carácter extramatemático, inicia proporcionando al estudiante una gráfica tomada del documento “Sus estadísticas a propósito del día mundial de internet” que presentó el Instituto Nacional de Estadística Geográfica e Informática (INEGI) en mayo de 2015, donde muestran datos nacionales referentes al uso del internet.

Después se plantean una serie de preguntas, empezando con algunas para introducir y familiarizar a los estudiantes respecto al tema del uso de internet y luego algunas referente a la gráfica mostrada al inicio. Posteriormente se proporciona una segunda gráfica sobre la proporción de usuarios de internet por grupo de edad en el año 2014, de igual manera con los datos proporcionados en dicha gráfica se procede a responder algunas preguntas.

En seguida, aparecen una serie de preguntas referente a los diferentes tipos de gráficas que se pueden utilizar para representar datos, como lo son la gráfica de pastel, el histograma, polígono de frecuencias, polígono de frecuencias acumuladas, etc.; en esta parte, el alumno identificará cual o cuales de ellas son apropiadas para representar los datos que se le proporcionan y justificar su elección.

Para contestar esta actividad, se espera que el alumno cuente con algunos conocimientos matemáticos previos, tales como operaciones con números reales, porcentajes, interpretación de gráficas, graficar histogramas, polígonos de frecuencia y polígono de frecuencias acumuladas. Los conocimientos matemáticos que se promoverán que emerjan en el estudiante son el rango y la distribución de frecuencias, además de la interpretación de datos y tablas y la argumentación matemática escrita a través de las justificaciones dadas en sus respuestas.

La actividad por la estructura y conceptos matemáticos que involucra, se considera que se encuentra ubicada curricularmente en el programa de Matemáticas 2, Bloque IX, Aplicas la estadística elemental, de acuerdo con lo establecido por la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias que se espera promover en los estudiantes con este tipo de actividades son las siguientes:

- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpreta tablas, gráficas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Para responder esta secuencia didáctica los materiales a utilizar son: la hoja de trabajo para el alumno, lápiz y regla.

3.8. Rectas notables en el triángulo

1.- Los vértices de un triángulo son A (-1,0), B (3,0) y C (4,4). Si M es el punto medio de AB, calcula la longitud de la mediana CM.

2.- Menciona cual punto es M en el plano cartesiano y encuentra las coordenadas del baricentro del triángulo anterior.

3.- Utiliza el applet GeoGebra que se te proporciona para verificar tus respuestas anteriores.

4.- En la hoja de GeoGebra traza y calcula las longitudes de las otras medianas faltantes del triángulo, verifica esas longitudes haciendo los cálculos necesarios en el siguiente espacio

5.- Obtén las bisectrices del triángulo con el software GeoGebra.

6.- Las medianas que obtuviste en la pregunta 4, ¿Concuerdan con las bisectrices del triángulo?

7.- Escribe una argumentación de por qué las medianas y las bisectrices del triángulo no son las mismas.

8.- Calcula las 3 alturas del triángulo y después verifica esas alturas con el software GeoGebra.

9.- Del triángulo cuyos vértices son A(-1,0), B(3,0) y C(4,4) obtuviste las medianas, bisectrices y alturas, ¿Éstas coinciden en el triángulo?

____

____

____

____

____

10.- Manipula el triángulo en GeoGebra para que las medianas, alturas y bisectrices coincidan entre sí.

11.- ¿En qué tipo de triángulos coinciden las medianas, bisectrices y alturas? Justifica tu respuesta

____

____

____

____

____

____

____

Descripción

Esta actividad es de carácter intramatemático, inicia proporcionando al estudiante los vértices de un triángulo y el punto medio M de un lado de dicho triángulo y se le indica que calcule la longitud de la mediana CM. Después se le solicita que mencione cuál punto es M en el plano cartesiano y posteriormente debe calcular el baricentro del triángulo; para verificar lo mencionado anteriormente podrá utilizar el applet GeoGebra. En seguida, se indica trazar y calcular las longitudes de las medianas restantes del triángulo mediante el applet, de igual manera, verificar las longitudes haciendo los cálculos en la hoja de trabajo. También se le solicita al estudiante obtener las bisectrices y alturas del triángulo, podrá comprobar todo lo anterior utilizando el software GeoGebra. Finalmente se le pide que manipule el triángulo y tendrá que responder en qué tipo de triángulo las mediana, bisectrices y alturas coinciden.

Para contestar esta actividad, se espera que el alumno cuente con algunos conocimientos matemáticos previos, tales como características de triángulos como las medianas, punto medio, longitud, también sobre plano cartesiano y la fórmula de Herón. Los conocimientos matemáticos que se promoverán que emerjan en el estudiante son la definición de bisectrices, medianas y alturas, además de desarrollar de la argumentación matemática.

La actividad por la estructura y conceptos matemáticos que involucra, se considera que se encuentra ubicada curricularmente en el programa de Matemáticas 3, Bloque II. Aplicas Las Propiedades De Segmentos Rectilíneos y Polígonos, de acuerdo con lo establecido por la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias que se espera promover en los estudiantes con este tipo de actividades son las siguientes:

- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y comunicación.

Para responder esta actividad los materiales a utilizar son: la hoja de trabajo para el alumno, lápiz, calculadora, regla y computadora con el software GeoGebra instalado.

3.9. Redes sociales

Hoy en día las redes sociales juegan un papel importante en la vida del hombre, pero te has puesto a pensar en ¿Cuáles son las más populares para la sociedad?, aquí te mencionamos las redes sociales que cuentan con mayor número de usuarios activos en los años 2013, 2014 y como se han modificado en los primeros meses del 2015.

2013	2014	2015
1.19 Billones	1.28 Billones	1.39 Billones
1 Billón	1 Billón	1 Billón
540 Millones	540 Millones	540 Millones
232 Millones	255 Millones	288 Millones
150 Millones	200 Millones	300 Millones

De acuerdo con la información dada en la tabla anterior, responde:

a) ¿Cuál de las redes creció más?

____

Basado en las personas que habitan tu comunidad,

b) ¿Qué red social es la que más usan? ¿Cambiarías el orden de importancia de las redes sociales que aparecen en la tabla anterior?

____

____

c) ¿Cuál es el porcentaje de crecimiento de 2014 al 2015 de cada red social?

Facebook ________________________ YouTube __________________________

Google + ________________________ Twitter ____________________________

Instagram _________________________

d) Facebook para mantener en funcionamiento su red social ha tenido unos ingresos de 1,813 millones de dólares lo cual corresponde un 53% más que el año 2013, ¿Cuánto fue el monto total del 2013?

e) Google registró unos ingresos de 3,450 millones de dólares, lo que representa un aumento del 3.1% respecto al año 2013 ¿Cuánto dinero se obtuvo en el año 2014?

f) En México el número de usuarios de internet es de 40.6 Millones de personas, siendo el Distrito Federal, el Estado de México y Jalisco los estados con mayor número de usuarios. El 90% de las personas están suscritas a Facebook. ¿En cuáles redes sociales permaneces activo?

g) El 64% de los 40.6 Millones de usuarios que utilizan internet son personas mayores de edad. ¿Cuántas personas menores de edad están suscritas a Facebook si sabemos que el 75.4% de los usuarios son mayores de edad?

h) De acuerdo con la tabla, ¿Cuántos usuarios están activos en el año 2014?

i) ¿Es correcto decir que la suma anterior corresponde al total de usuarios activos en redes sociales? Argumenta tu respuesta

Descripción

Esta actividad es de carácter extramatemático, ya que la situación problema seleccionada para la actividad gira en torno a las redes sociales que más se utilizan. La actividad inicia proporcionando al estudiante una tabla con datos de las redes sociales con mayor número de usuarios activos en los años 2013, 2014 y primeros meses del 2015.

Después de analizar la tabla se plantean una serie de preguntas como las siguientes: ¿Qué red social es la que más usan en tu comunidad? ¿Cambiarías el orden de importancia de las redes sociales que aparecen en la tabla anterior? ¿Cuál es el porcentaje de crecimiento de 2014 al 2015 de cada red social?, etc.

Para contestar esta actividad, se espera que el alumno cuente con algunos conocimientos matemáticos previos, tales como operaciones con números reales, porcentajes e interpretación de datos y tablas. Los conocimientos que se promoverán que emerjan en el estudiante son la interpretación de datos y tablas y la argumentación matemática.

Esta actividad por la estructura y conceptos matemáticos que involucra, se considera que se encuentra ubicada curricularmente en el programa de Matemáticas 1, Bloque I. Resuelves Problemas Aritméticos y Algebraicos, de acuerdo con lo establecido por la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias que se espera promover en los estudiantes con este tipo de actividades son las siguientes:

- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y comunicación.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpreta tablas, gráficas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Para responder la actividad los materiales a utilizar son: la hoja de trabajo para el alumno, lápiz y calculadora.

3.10. Series y sucesiones

Si se tiene un cuadrado cuyos lados miden 1 unidad y después éste se divide a la mitad y una de esas dos mitades se pinta como se muestra en el Paso 1.

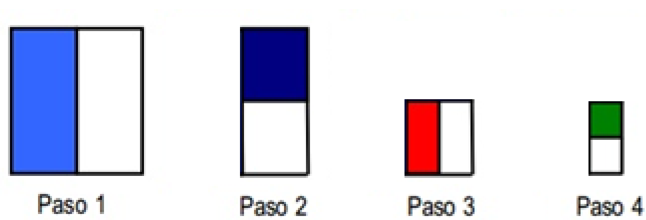
a) ¿Cuál es el área de la superficie pintada en el Paso 1?

____

Después, la mitad en blanco se vuelve a dividir a la mitad y una de estas mitades se vuelve a pintar (como se muestra en el paso 2).

b) ¿Cuál es el área de la superficie pintada en el paso 2?

____



c) ¿Cuánto vale la suma de las áreas pintadas en los pasos 1 y 2?

____

El procedimiento anterior se vuelve a repetir en el paso 3; es decir, la superficie en blanco se divide en dos partes iguales, pintándose una de ellas.

d) ¿Cuál es el área de la superficie que se pinta en el paso 3?

____

e) ¿Cuál es la suma de las áreas pintadas los pasos 1, 2 y 3?

____

f) Observa la imagen que aparece en el paso 4, ¿Cuál es el área de la superficie que se muestra de color blanco?

____

g) Completa la siguiente tabla en la cual denotaremos como $a_n$el área de la superficie sombreada y S_na la suma de las áreas de las superficies pintadas en cada paso.

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 = \frac{1}{2} = 0.5$	$S_1 = \frac{1}{2} = 0.5$
2	$a_2 = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0.25$	$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0.5 + 0.25 = 0.75$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
4	$a_4 =$	$S_4 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$
427	$a_{427} =$	$S_{427} =$

h) Si ahora al cuadrado le cambiamos la medida del lado a 15 unidades, ¿Cuánto vale a_1?

i) Con este cambio en la medida de sus lados, completar la siguiente tabla y compárala con la anterior:

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 = 15\left(\frac{15}{2}\right) = 112.5$	$S_1 = 15\left(\frac{15}{2}\right) = 112.5$
2	$a_2 = \left(\frac{15}{2}\right)\left(\frac{15}{2}\right) = \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 56.25$	$S_2 = 15\left(\frac{15}{2}\right) + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 112.5 + 56.25$ $= 168.75$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$

j) Elabora una conjetura sobre las sumas de las áreas que obtuviste en las tablas y exprésala verbalmente:

k) Formula de forma algebraica tu conjetura:

l) Ahora, ¿Qué pasará en el caso del rectángulo?. Sugerencia: apóyate usando el software GeoGebra y la siguiente tabla.

____

____

____

____

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 =$	$S_1 =$
2	$a_2 =$	$S_2 =$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
4	$a_4 =$	$S_4 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$
427	$a_{427} =$	$S_{427} =$

m) ¿Y si tenemos un rombo?, construye uno en GeoGebra y completa la tabla siguiente.

____

____

____

____

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 =$	$S_1 =$
2	$a_2 =$	$S_2 =$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
4	$a_4 =$	$S_4 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$

427	$a_{427} =$	$S_{427} =$

n) Para cualquier cuadrilátero irregular, ¿Se seguirá cumpliendo el mismo comportamiento de los cuadriláteros anteriores?. Construye uno en GeoGebra y justifica tu respuesta

____

____

____

____

En el transcurso de la actividad has podido observar lo que pasa con las áreas de distintos cuadriláteros al momento de dividirlos, pero, ¿Pasará lo mismo en otras figuras geométricas como lo son los triángulos?. Ahora te toca descubrir y verificar si se sigue presentando el mismo comportamiento que se mostró con los cuadriláteros anteriores.

o) Si bien, ahora en vez de que la figura sea un cuadrilátero lo cambiamos por un triángulo equilátero de 3 unidades por cada lado, ¿Cómo harías para calcular las áreas en cada uno de los pasos y cómo calcularías la suma de dichas áreas?

p) ¿Se podrá encontrar un patrón para obtener la suma de sus áreas pintadas? Si tu respuesta es afirmativa, ¿cómo se podría expresar este patrón algebraicamente?

q) Utiliza el archivo "triángulo.ggb" y manipúlalo de tal manera que se modifique el triángulo original y los triángulos posteriores. La manipulación que hiciste con el archivo, ¿corroboró tu respuesta al inciso m) o la modificó? Explica qué fue lo que sucedió.

____

____

____

____

____

r) Con el software GeoGebra construye un triángulo rectángulo, obtén sus áreas y las sumas de sus áreas en cada paso y completa la siguiente tabla.

____

____

____

____

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 =$	$S_1 =$
2	$a_2 =$	$S_2 =$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$
427	$a_{427} =$	$S_{427} =$

s) Ahora, ¿Qué pasará en el caso del triángulo isósceles no equilátero?, apóyate usando el software GeoGebra y la siguiente tabla.

____

____

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 =$	$S_1 =$
2	$a_2 =$	$S_2 =$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
	$\vdots$	$\vdots$
49	$a_{49} =$	$S_{49} =$
57	$a_{57} =$	$S_{57} =$

t) Para cualquier triángulo escaleno, ¿Se seguirá cumpliendo el mismo comportamiento que observaste en los triángulos anteriores?. Construye uno en GeoGebra y justifica tu respuesta

u) ¿Qué pasará en el caso de un pentágono regular?, al obtener sus áreas ¿Se comportará de la misma manera que las figuras geométricas anteriores?. Construye el pentágono regular en GeoGebra y justifica tus respuestas

v) Trata de elaborar una conjetura sobre lo observado en la actividad con las áreas de las diferentes figuras geométricas.

____

____

____

____

____

Descripción

Esta actividad es de contexto intramatemático, inicia proporcionando al estudiante una situación, en el cual se plantea un cuadrado cuyos lados miden 1 unidad y éste se divide a la mitad. La primer pregunta corresponde a saber cuál es el área de ésa superficie, después se vuelve a dividir a la mitad y una de esas partes se colorea y se le pregunta cuál es el área de la superficie pintada y cuánto vale la suma de esas áreas anteriores; se sigue el mismo patrón de división de las partes resultantes, donde el estudiante tendrá que responder cuáles son las áreas de cada parte dividida en cada paso y la suma de las mismas.

Después de responder algunas preguntas, se le pide al alumno completar una serie de tablas teniendo en cuenta el procedimiento de división que se hizo en el cuadrado, posteriormente se le solicita al estudiante que elabore una conjetura respecto a lo llenado en las tablas y también se le pide que formule una forma algebraica de su conjetura.

A continuación, se le pregunta al estudiante que pasará si en lugar de tener un cuadrado ahora se tiene un rectángulo y un rombo, tendrá que construir cada uno en GeoGebra y completar algunas tablas. También habrá que verificar si para cualquier cuadrilátero irregular se sigue cumpliendo el mismo comportamiento de las figuras anteriores.

Posteriormente, se le pregunta al estudiante si continuará pasando lo mismo con otras figuras geométricas como lo son los triángulos. Para ello se le cambia un poco el contexto del problema, ahora en vez de que la figura original sea un cuadrado como al inicio de la actividad, se plantea un triángulo equilátero de 3 unidades por lado y de igual manera se le pide que mencione como calcularía las áreas en cada uno de los pasos, las sumas de las mismas y la expresión algebraica para obtenerlas. También se le proporciona un archivo del software GeoGebra para manipular y corroborar sus respuestas.

Utilizando GeoGebra el estudiante construirá una serie de triángulos rectángulo, isósceles no equilátero y escaleno para visualizar qué pasa con los mismos al momento de dividirlos, y completarán algunas tablas. Consecutivamente, se le plantea el caso del pentágono regular y de igual manera se construirá en GeoGebra, lo dividirán y observarán el comportamiento para contestar si este se sigue comportando de igual manera que las figuras geométricas anteriores.

Para finalizar se le pide al estudiante que trate de elaborar una conjetura sobre lo observado con las áreas de las diferentes figuras geométricas presentadas en el transcurso de la actividad.

Para contestar esta actividad, se espera que el alumno cuente con algunos conocimientos matemáticos previos, tales como: operaciones con números reales y áreas de polígonos. Los conocimientos matemáticos que se promoverán que emerjan en el estudiante son series y sucesiones numéricas y geométricas, representación y relación entre magnitudes, además de la interpretación de datos y tablas, la elaboración de conjeturas y la argumentación matemática escrita a través de las justificaciones dadas en sus respuestas.

Esta actividad por la estructura y conceptos matemáticos que involucra, se considera que se encuentra ubicada curricularmente en el programa de Matemáticas 1, Bloque III. Realiza Sumas y Sucesiones de Números, de acuerdo con lo establecido por la Dirección General de Bachillerato.

Algunas de las competencias que se espera promover en los estudiantes con este tipo de actividades son las siguientes:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpreta tablas, gráficas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Para llevar a cabo la actividad los materiales a utilizar son: la hoja de trabajo para el alumno, lápiz, calculadora y computadora con el software GeoGebra instalado.

Para el diseño de las 10 actividades que conforman este capítulo, se tomaron en consideración algunos de los planteamientos expuestos en el capítulo 2; los cuales son:

a) El papel de la resolución de problemas como fuente de construcción de la matemática.
b) La matemática como un proceso de construcción social.
c) La importancia y beneficio que el uso de las diferentes representaciones de los objetos matemáticos tienen en el aprendizaje de las matemáticas.
d) El papel del uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Además, todas las actividades aquí presentadas parten de una situación problema las cuales se consideran aptas para los estudiantes de la EMS; también se hace uso de las preguntas en las 10 actividades, siendo éstas una técnica para la recaudación de información de lo que los estudiantes van realizando en el transcurso de las resoluciones de las mismas; de igual manera se presentan preguntas abiertas, en las cuales no existe una única respuesta correcta y estas dan pie a que los profesores resalten la importancia en sus estudiantes de argumentar e interpretar los resultados obtenidos.

Capítulo 4
Experiencias con estudiantes y profesores

En este capítulo se presentan los resultados de los análisis de la información obtenida después de haber implementado 7 de las actividades didácticas que conforman la propuesta. El capítulo está dividido en dos secciones: en la primera se muestra el resultado del análisis del pilotaje con los estudiantes; en la segunda sección el análisis del sondeo realizado a profesores sobre las 10 actividades didácticas expuestas en el capítulo anterior.

4.1. Análisis del pilotaje con estudiantes

En el pilotaje participaron 106 estudiantes de los cuales 34 fueron de Ingeniería en Mecatrónica, 30 de la licenciatura en Geología, 3 de la licenciatura en Químico Biólogo y 39 de Ingeniería Civil, todos ellos cursando en ese momento su primer semestre de formación superior en la Universidad de Sonora.

Las 7 actividades que se pusieron en escena con los estudiantes mencionados anteriormente son las siguientes:

Nombre de la actividad	Estudiantes que participaron
1. El transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora	3
2. Área de figuras congruentes	14
3. Circunferencias secantes	16
4. Cuadrilátero ABCD	18
5. El internet	19
6. Redes sociales	20
7. Series y sucesiones	16

Tabla 4.1 Participantes en el pilotaje

- **El transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora**

Como ya se menciona en la Tabla 4, para el pilotaje de esta actividad participaron 3 estudiantes, por ser un bloque se les envío por correo electrónico habiendo hecho llegar sus respuestas de la misma manera.

Un aspecto interesante que hay que resaltar es lo que sucede en la actividad 1 con la pregunta 1, ya que ésta es pregunta abierta y la respuesta conlleva a lo que cada estudiante consideró para contestarla.

> 1.- Entre las 3 líneas, ¿Cuál crees que es la más rápida? ¿En qué basas tu respuesta?
>
> Las 3 tardan casi lo mismo porque recorren diferentes distancias pero también en menos tiempo.

> 1.- Entre las 3 líneas, ¿Cuál crees que es la más rápida? ¿En qué basas tu respuesta? En cuanto a recorrer distancias la línea 1 manga recorre una mayor distancia en menor tiempo a comparación de las demás, además de que su frecuencia de paso es en menor tiempo a el de las demás

> 1.- Entre las 3 líneas, ¿Cuál crees que es la más rápida? ¿En qué basas tu respuesta? La línea 1 (Sahuaro) mi respuesta es en base a la distancia que recorre entre el tiempo estimado.

En la actividad 2, dos de los estudiantes contestaron correctamente utilizando el mismo razonamiento para llegar a la respuesta.

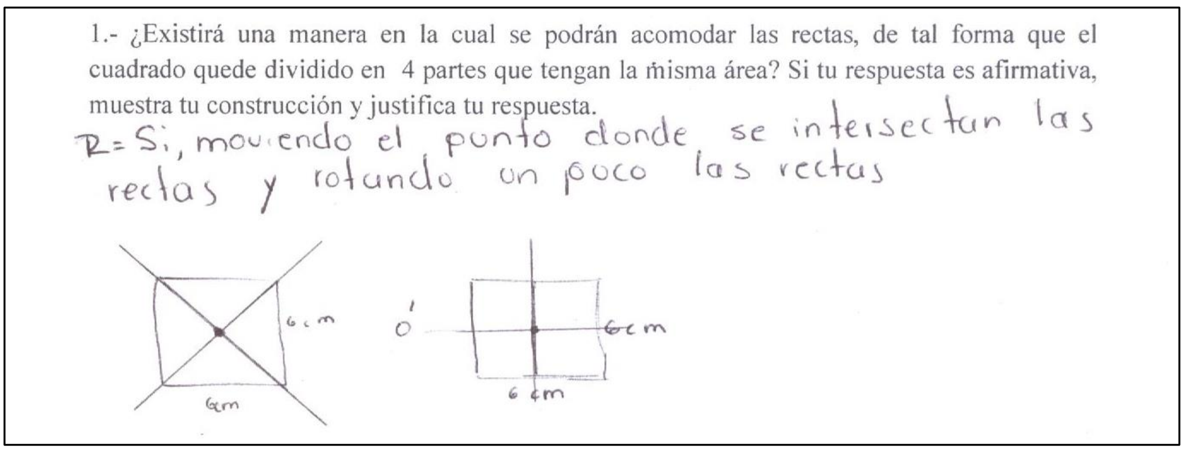
> ¿Cuál de los dos llegará primero al centro? Argumenta tu respuesta.
>
> Fernando, porque además de que tomo el camión que recorre una menor distancia, sacando los tiempos que duraría cada uno en llegar al centro Fernando tiene una gran ventaja en cuanto a tiempos y distancias, la ruta de Pedro es más lenta y larga, y su frecuencia de paso es mayor a la de la ruta 11. En general hay muchos factores por los cuales Fernando llegara primero que Pedro.

Respecto a la actividad 3, un estudiante contestó todo correctamente mientras que otro no hizo el esfuerzo por contestar esta actividad y el estudiante restante si la contestó pero de manera errónea.

En la actividad 4 se presenta algo similar que lo ocurrido en la actividad anterior en las respuestas de los tres estudiantes.

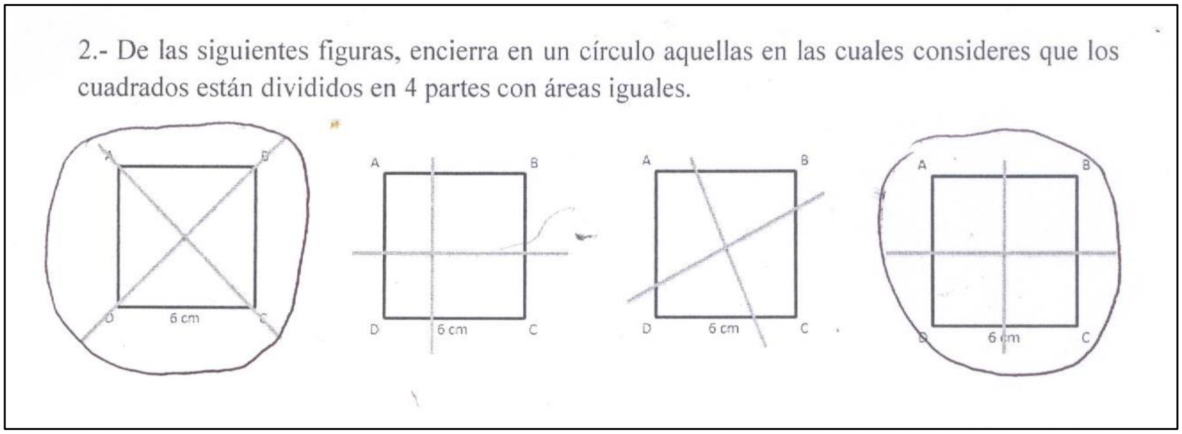
- **Área de figuras congruentes**

Después de que se plantea la situación problema a los estudiantes, tienen que visualizar y argumentar lo que se pregunta en la pregunta uno, algunos de los estudiantes sólo contestaron con un sí o un no a dicha pregunta haciendo caso omiso a las instrucciones presentadas; sin embargo, la mayoría de ellos argumentaron su respuesta y mostraron su construcción. A continuación se presenta un ejemplo de lo ocurrido en las respuestas, siendo estas las dos únicas representaciones que los estudiantes bosquejaron.

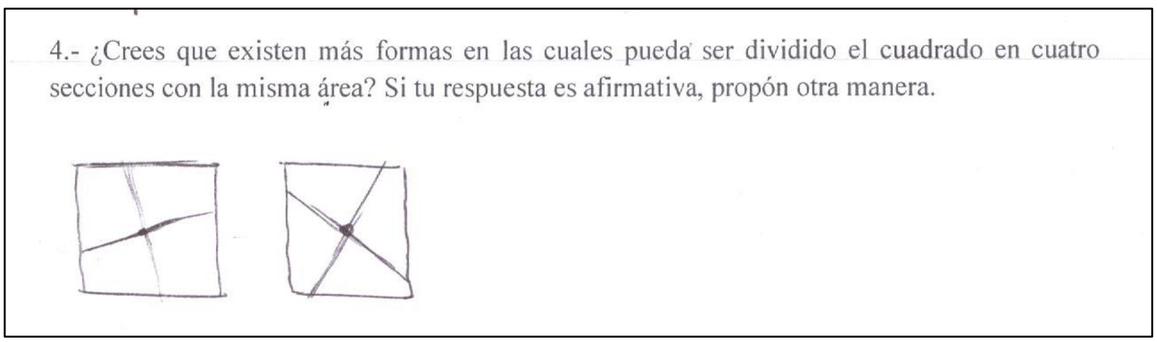

1.- ¿Existirá una manera en la cual se podrán acomodar las rectas, de tal forma que el cuadrado quede dividido en 4 partes que tengan la misma área? Si tu respuesta es afirmativa, muestra tu construcción y justifica tu respuesta.

R= Si, moviendo el punto donde se intersectan las rectas y rotando un poco las rectas

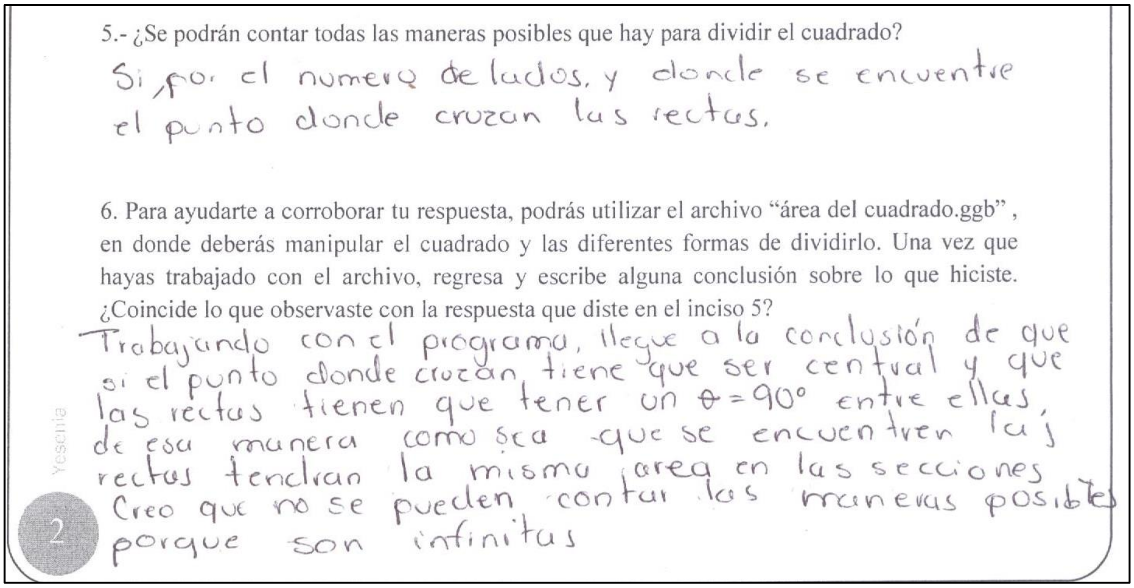
En la pregunta dos también sucede algo interesante, ya que la pregunta tiene la intención de que el estudiante encuentre otras representaciones aparte de las más conocidas. En esta pregunta se le presentan 4 cuadrados divididos en cuatro áreas, las cuales 3 de las representaciones son correctas, se muestra la opción descartable, las opciones comunes y la opción dudosa pero también correcta. La mayoría de los estudiantes seleccionaron las representaciones comunes y fáciles de visualizar las divisiones de sus áreas, dejando de lado la otra opción que también era correcta.



Sin embargo, en el punto 4 se le pregunta si existirán otras formas de dividir el cuadrado en 4 secciones con áreas iguales, los estudiantes que contestaron afirmativamente bosquejaron un ejemplo de ello y este coincidía con la representación de la pregunta 2 que no seleccionaron. Lo cual nos parece interesante mencionar, ya que los estudiantes no se percataron de ello al momento de responder la pregunta y por lo tanto no regresaron a seleccionar esa respuesta en la pregunta 2.



Al final se incorpora un applet para que los estudiantes visualicen lo mencionado en el transcurso de la actividad y así puedan responder la última pregunta. La mayoría de los estudiantes después de haber manipulado el archivo GeoGebra llegaron a la conclusión de que si existen más formas de dividir el cuadrado, y corroboraron o identificaron que su respuesta a la pregunta anterior no era correcta, como el caso que se presenta a continuación.

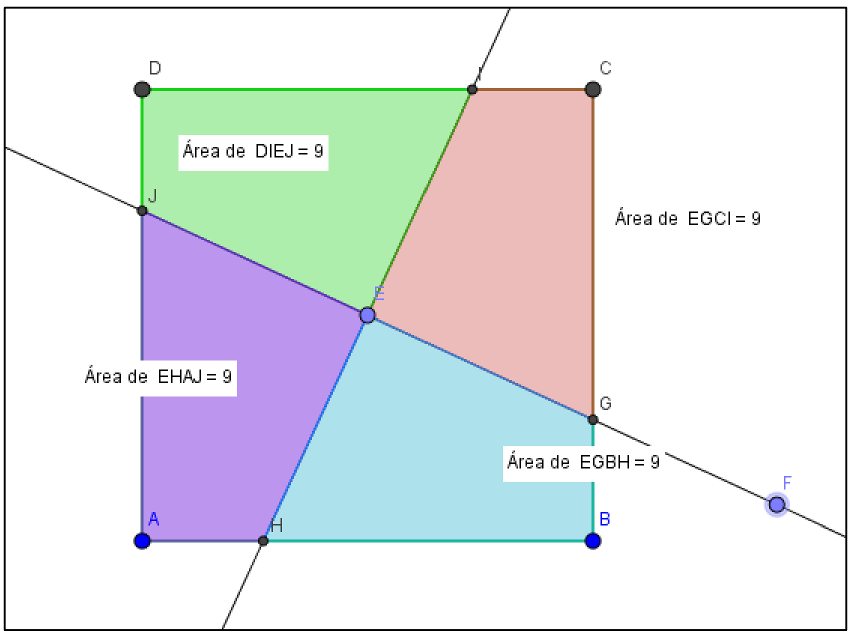


5.- ¿Se podrán contar todas las maneras posibles que hay para dividir el cuadrado?

Si, por el numero de lados, y donde se encuentre el punto donde cruzan las rectas.

6. Para ayudarte a corroborar tu respuesta, podrás utilizar el archivo "área del cuadrado.ggb", en donde deberás manipular el cuadrado y las diferentes formas de dividirlo. Una vez que hayas trabajado con el archivo, regresa y escribe alguna conclusión sobre lo que hiciste. ¿Coincide lo que observaste con la respuesta que diste en el inciso 5?

Trabajando con el programa, llegue a la conclusión de que si el punto donde cruzan tiene que ser central y que las rectas tienen que tener un $\theta = 90°$ entre ellas, de esa manera como sea que se encuentren las rectas tendran la misma area en las secciones. Creo que no se pueden contar las maneras posibles porque son infinitas



- **Circunferencias secantes**

La actividad que se utilizó para el pilotaje fue la primera versión que se tenía, todos los estudiantes la contestaron correctamente y en un tiempo promedio de 20 min; durante la puesta en escena se presentaron algunas dudas sobre el lenguaje utilizado en algunas preguntas y sobre en donde localizar las herramientas que se les pedían utilizar en GeoGebra. Por tal motivo se tomó la decisión de rediseñarla obteniendo una segunda versión la cual se presentó en el Capítulo 3.

Se presenta una hoja de trabajo de uno de los estudiantes y el archivo en GeoGebra que éste realizó en la resolución de la actividad.

1.- Abre el applet GeoGebra

2.- Coloca la cuadrícula en la hoja

3.- Traza las circunferencias $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ y $(x-7)^2+(y-1)^2=9$

4.- ¿Las circunferencias se cortan entre sí?

No, no se cruzan

5.- Manipula esas circunferencias en el applet para contestar lo siguiente; ¿Qué podrías modificarles a las circunferencias para que se corten entre sí?

El radio, ó la posición del centro.

6.- Oculta la circunferencia $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ dejando visible la otra y traza la circunferencia $(x-2)^2+(y+1)^2=16$.

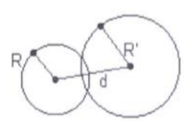
7.- ¿Estas circunferencias se cortan entre sí? ¿En cuántos puntos?

Si, en 2 puntos.

8.- Utiliza la herramienta "Intersección" para encontrar los puntos donde las circunferencias se cortan entre si y escríbelos.

(5.92 , -1.8) y (4.29 , 2.28)

9.- Para que dos circunferencias sean secantes deben de tener dos puntos en común, lo cual las dos circunferencias anteriores cumplen con ello; sin embargo, también deben de cumplir que la distancia d es menor que la suma de los radios y mayor que su diferencia.



$d=5.39$

$r_1=4$ $\Sigma r=7$

$r_2=3$ $r_1-r_2=1$

10.- Utiliza la herramienta "Medio o Centro" para encontrar el centro de las dos circunferencias. (2 , -1) y (7 , 1)

1

11.- Une los centros y escribe la distancia de esa recta.

5.39

12.- Usa la herramienta "Punto en objeto" y obtén el radio de las dos circunferencias, mueve esos puntos por las circunferencias y verifica que exactamente corresponden a su radio; escribe la medida de los dos radios.

$r_1 = 4$ $\quad$ $r_2 = 3$

13.- ¿Cuál es la suma de los radios de las circunferencias?

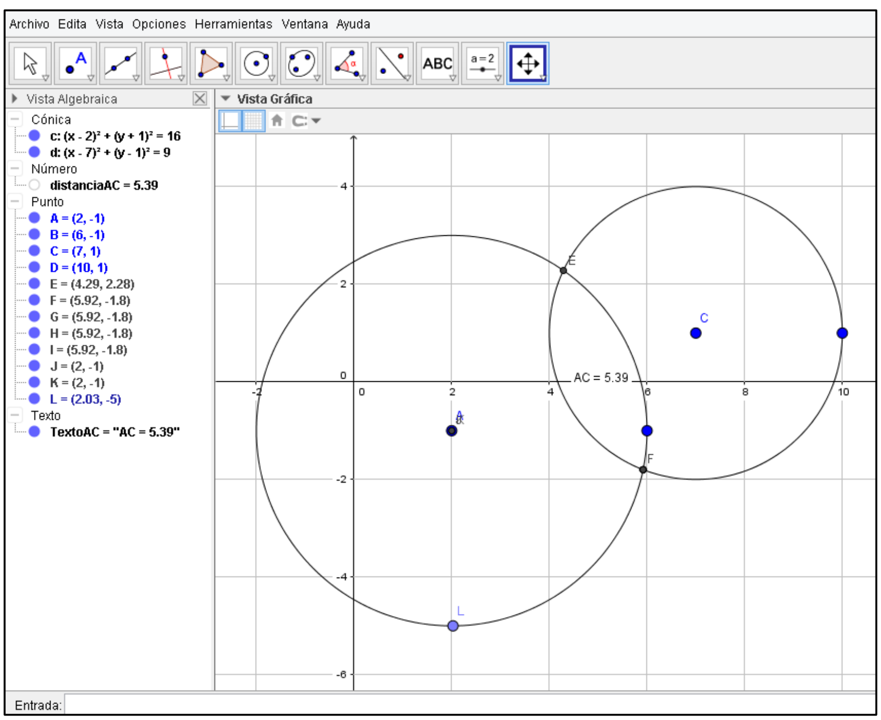
$r_1 + r_2 = 7$

14.- ¿Cuánto es la diferencia de sus radios?

$|r_1 - r_2| = 1$

15.- Con los datos obtenidos y teniendo en cuenta la definición de circunferencias secantes, ¿Éstas dos circunferencias son secantes? Justifica tu respuesta

Sí, porque tienen 2 puntos en común y la distancia de sus centros es menor que la suma de sus radios y mayor que la diferencia de estos.



- **Cuadrilátero ABCD**

En la primera pregunta de la actividad, todos los estudiantes coincidieron en que la figura formada corresponde a un cuadrilátero, algunos especificaron que se trataba de un cuadrilátero irregular.

4.- Une esos puntos con la herramienta "polígono", ¿Qué figura se forma?

Un Cuadrilatero Irregular.

Mediante avanza la actividad se le pide al estudiante que trace los puntos medios del cuadrilátero y los una, después que mencione algunas características que encuentre en ese nuevo cuadrilátero. Los estudiantes encontraron la misma característica, solo que difieren en la figura que se forma; se retoman algunas de esas respuestas:

6.- Utiliza la herramienta "polígono" para unir esos puntos, ¿Qué características encuentras en ese nuevo cuadrilátero MNOP?

Es un Cuadrilatero con dos Pares de lados Paralelos (Trapecio)

6.- Utiliza la herramienta "polígono" para unir esos puntos, ¿Qué características encuentras en ese nuevo cuadrilátero MNOP?

Romboide, a diferencia del primer poligono, este tiene sus lados opuestos paralelos entre sí.

Conforme la actividad avanzaba, todos los estudiantes contestaron correctamente las preguntas posteriores, encontrando relaciones de los cuadriláteros que iban construyendo; para finalizar en el mismo software GeoGebra construyendo más cuadriláteros de los que se les pedía en la actividad para visualizar si las relaciones se seguían cumpliendo.

Los estudiantes obtuvieron esta relación:

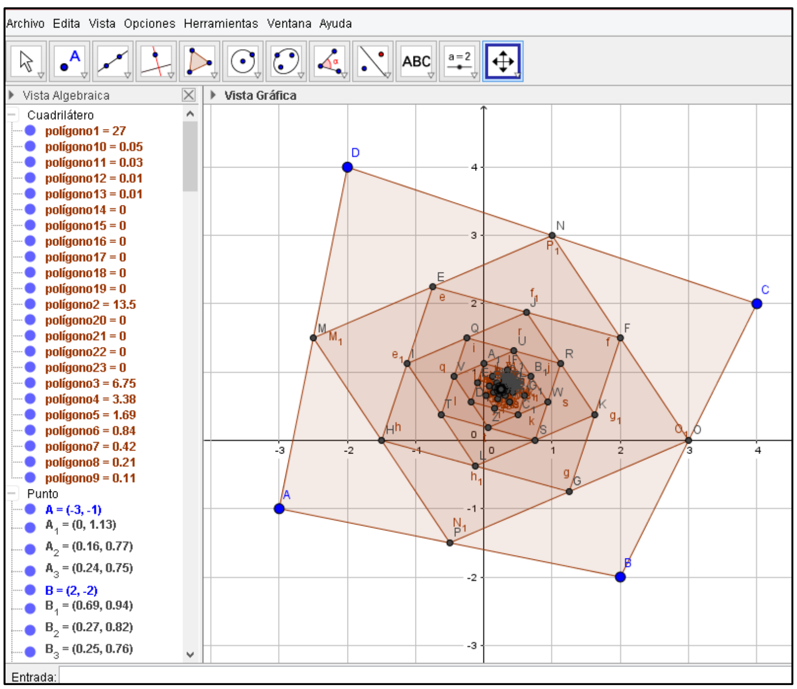
10.- Obtén el área del cuadrilátero ABCD y menciona qué relación tiene respecto al área del cuadrilátero MNOP.

ABCD Area = 27 / es la mitad del area del poligono
MNOP Area = 13.5 / de ABCD.
Es la mitad del area del poligono donde se forma la sig. figura

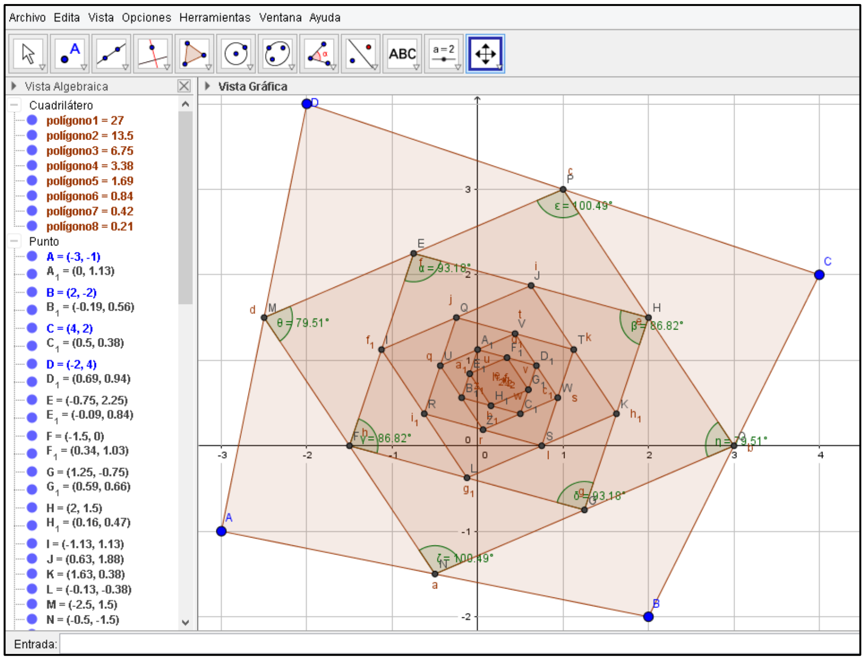
11.- ¿Tendrá la misma relación las áreas de los cuadriláteros MNOP y HEFG?

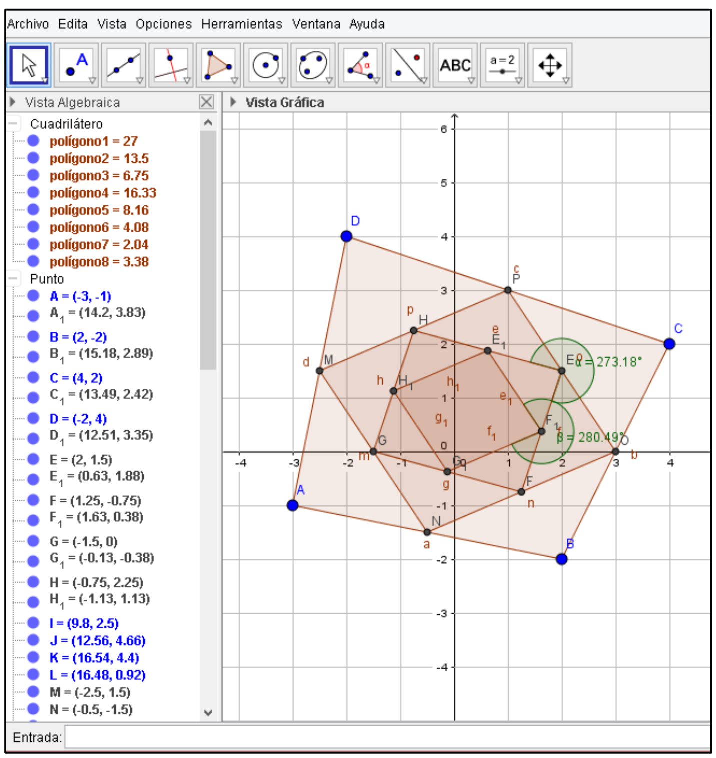
Sí

Algo relevante que se presentó en el pilotaje, fue que un estudiante en la última pregunta que se refería que utilizaran GeoGebra para construir algunos cuadriláteros más y así visualizar y corroborar que la relación obtenida se seguía cumpliendo. Este estudiante construyó más cuadriláteros que sus demás compañeros; se muestra su archivo GeoGebra:



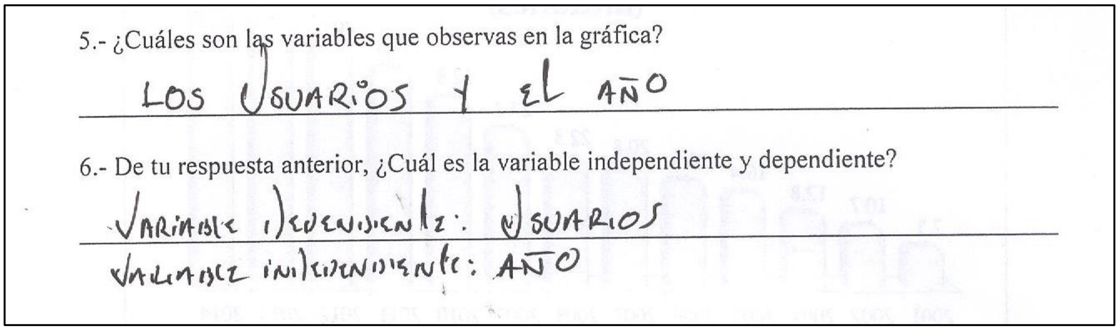
Mientras que otros estudiantes optaron por obtener los ángulos formados en los cuadriláteros, para su visualización y afirmar sus respuestas. Algunos ejemplos son los siguientes:



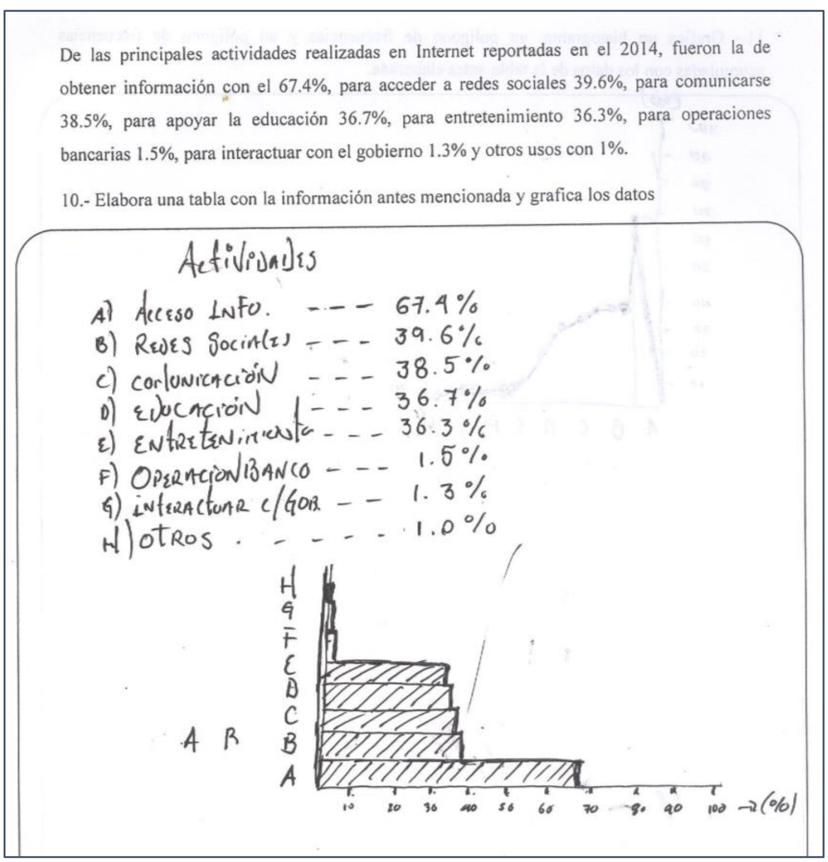


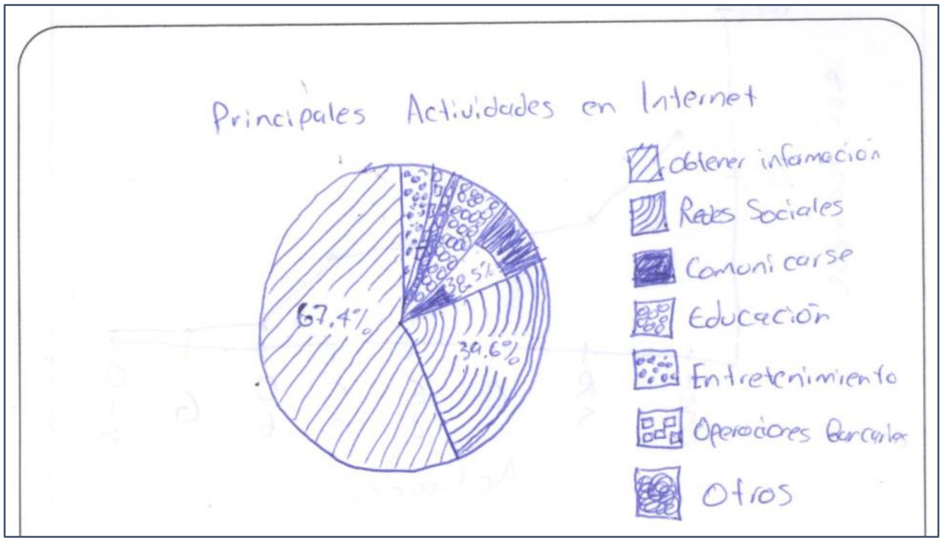
- **El internet**

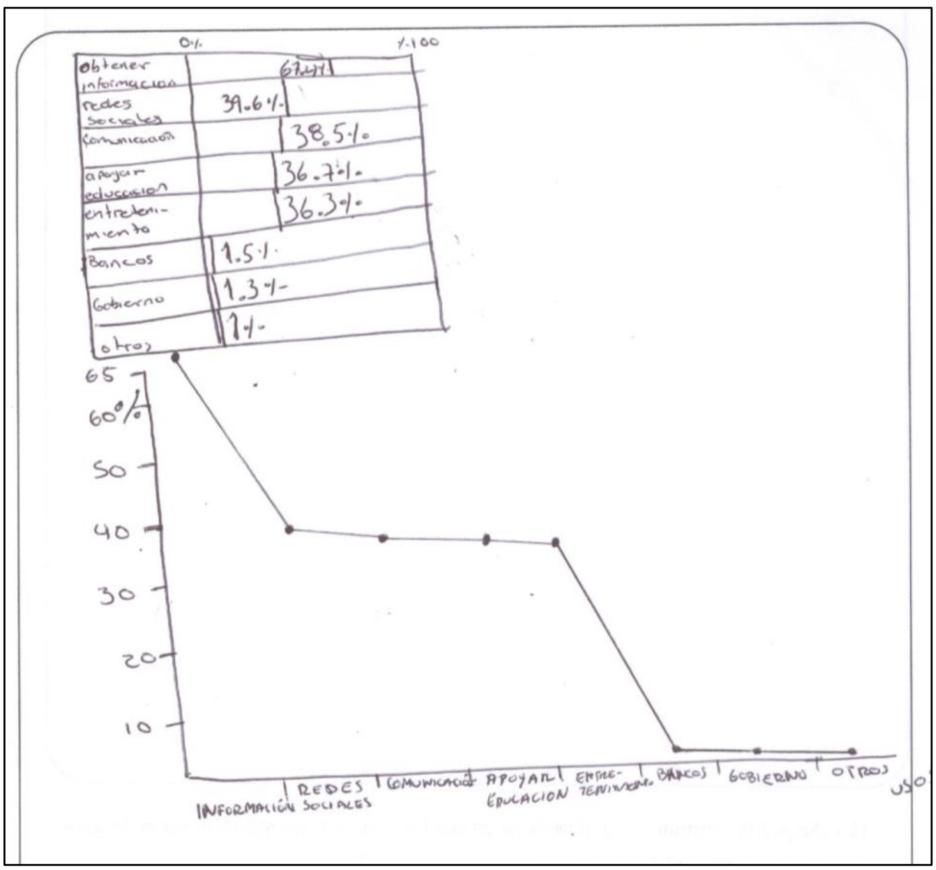
La primera parte de la actividad está conformada por preguntas de carácter social, donde todos los estudiantes respondieron sobre la importancia que tiene el internet, las actividades que se pueden desarrollar con él y para que lo utilizan; no tuvieron ningún problema para responder esas preguntas. Sin embargo ya cuando se les pide interpretar gráficas y tablas es ahí donde se presentaron dificultades, la primer de ellas fue en identificar las variables que encontraban en la gráfica y mencionar cuál de ellas era la variable independiente y dependiente. La mayoría de éstos contestaron correctamente, mientras que los demás la dejaron en blanco.



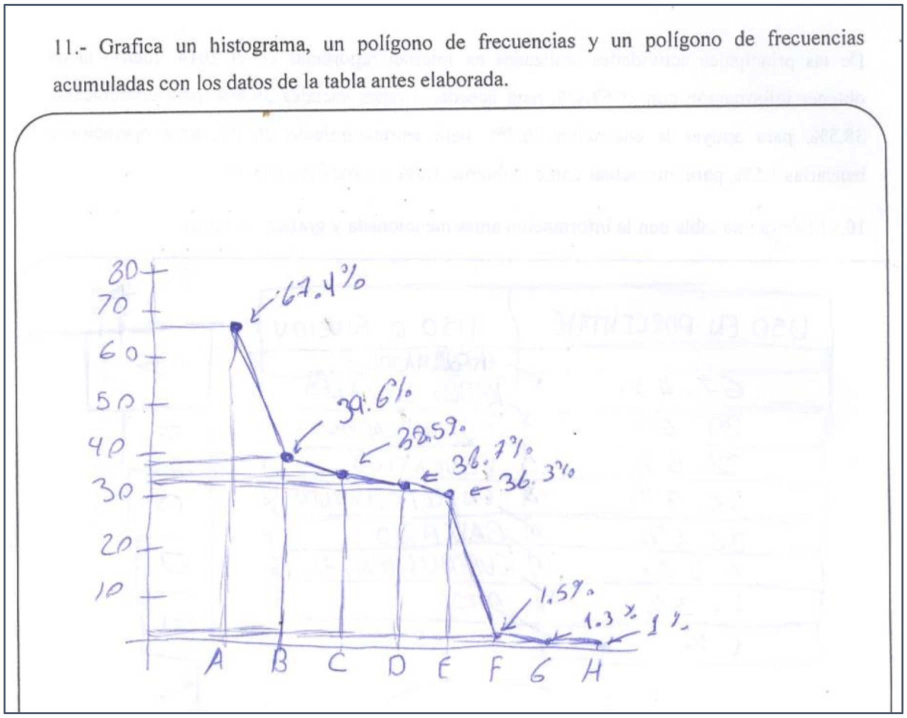
En otra parte de la actividad, se les proporciona algunos datos donde se tenía que elaborar una tabla y también graficarlos. En esa sección se presentaron diferentes gráficas utilizadas por los estudiantes, siendo la gráfica de barras la predominante en sus respuestas.

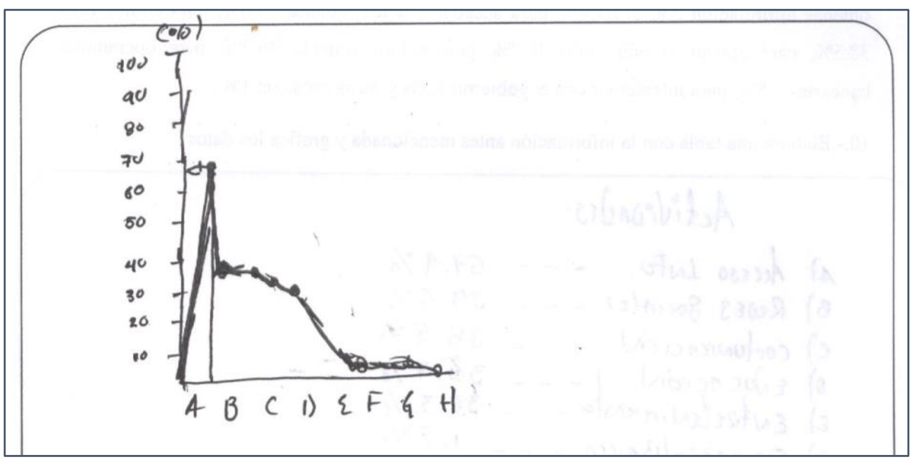


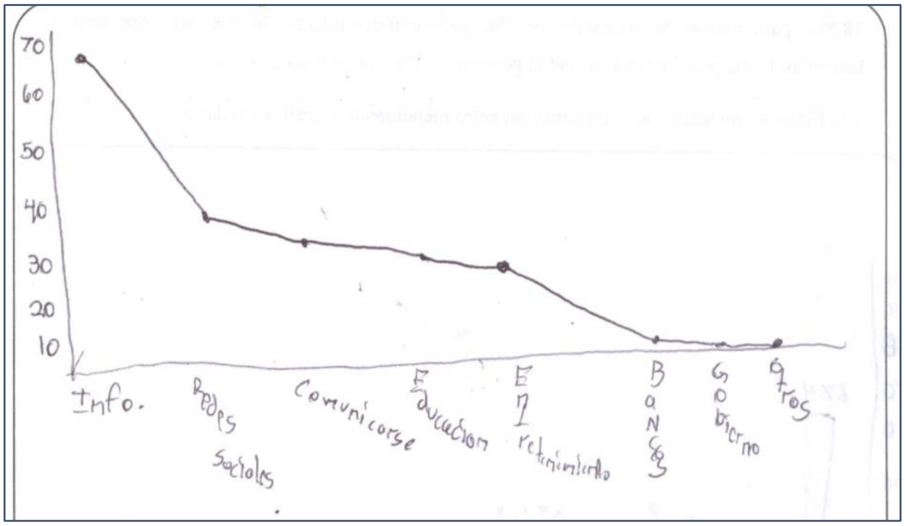


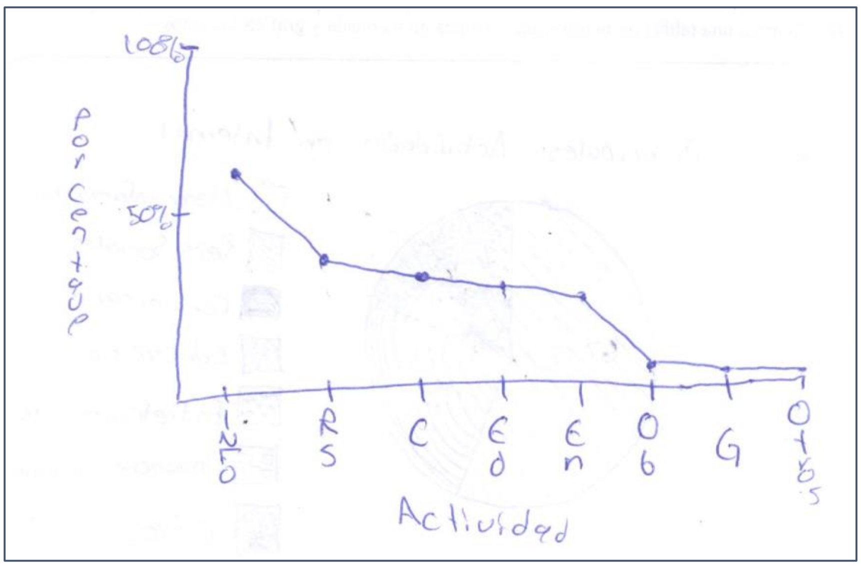


Sin embargo, la mayor dificultad que se les presentó a los estudiantes fue al momento de graficar un histograma, un polígono de frecuencias y un polígono de frecuencias acumuladas con los datos de la pregunta anterior. En esa sección, sólo 4 estudiantes lograron graficar una de ellas, los estudiantes restantes no contestaron esta pregunta argumentando que no sabían cuales gráficas eran las mencionadas anteriormente.

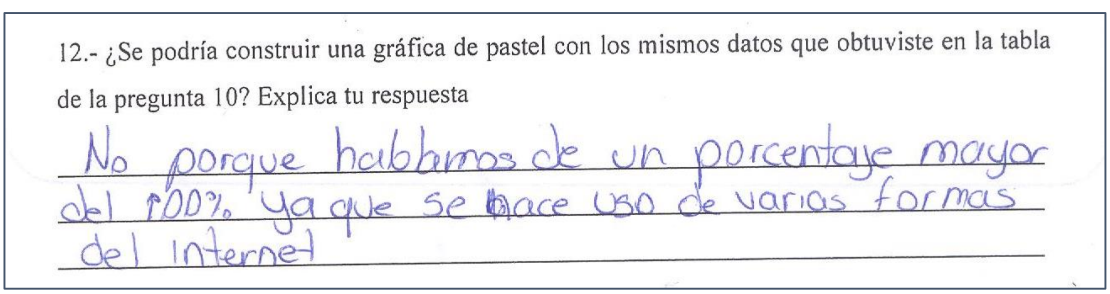








Otro aspecto a resaltar es lo que sucede con la última pregunta, en donde la mayoría de los estudiantes contestó correctamente.


12.- ¿Se podría construir una gráfica de pastel con los mismos datos que obtuviste en la tabla de la pregunta 10? Explica tu respuesta

No porque hablamos de un porcentaje mayor del 100% ya que se hace uso de varias formas del Internet

Mientras que un estudiante tiene presente que el porcentaje suma más del 100%, pero menciona que juntando algunos datos se podría utilizar la gráfica de pastel.

12.- ¿Se podría construir una gráfica de pastel con los mismos datos que obtuviste en la tabla de la pregunta 10? Explica tu respuesta

Si; depende de sacar un 100% juntando los datos y de ahí dividirlos.

Sin embargo, algunos estudiantes asocian rápidamente los porcentajes con la gráfica de pastel sin tomar en cuenta que la suma de los datos sobrepasa el 100%. Por eso afirman que si se puede utilizar esta gráfica para esos datos. Esto nos muestra una idea de que los estudiantes al observar datos con porcentajes inmediatamente los relacionan con esta gráfica, sin considerar otros aspectos importantes.

12.- ¿Se podría construir una gráfica de pastel con los mismos datos que obtuviste en la tabla de la pregunta 10? Explica tu respuesta

Si porque te da los porcentades de los acticidades

- **Redes sociales**

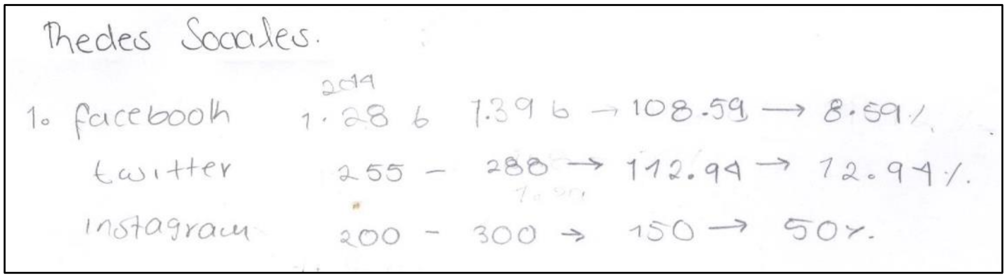
Durante el pilotaje de esta actividad los estudiantes se mostraron serios y concentrados en la resolución de la misma, utilizaron calculadora para contestar las preguntas y el tiempo promedio de resolución fue de 20 min. Sin embargo ningún estudiante contestó correctamente toda la actividad. Esto nos puede indicar varios aspectos; que las preguntas no estuvieran bien planteadas para los estudiantes de este nivel, que no se tuvo mucho cuidado en el manejo de los números grandes que presentaba la información de la actividad para las operaciones a realizar, que no interpretaron los datos de la tabla adecuadamente, entre otros.

A pesar de lo mencionado anteriormente, la mayoría de los estudiantes pudieron contestar bien los primeros incisos de la actividad.

c) ¿Cuál es el porcentaje de crecimiento de 2014 al 2015 de cada red social?

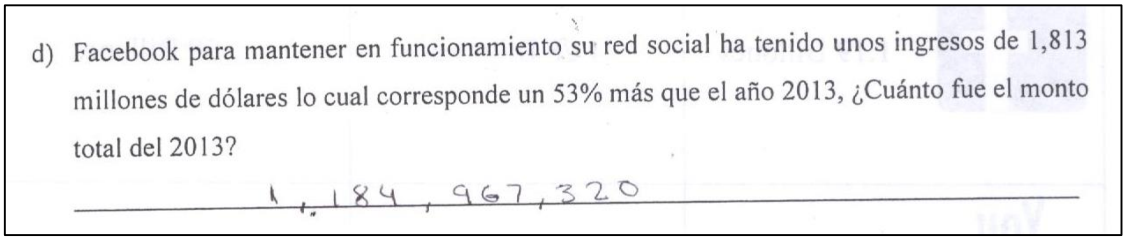
Facebook 8.59% YouTube 0% Google + 0%

Twitter 1209% Instagram 50%

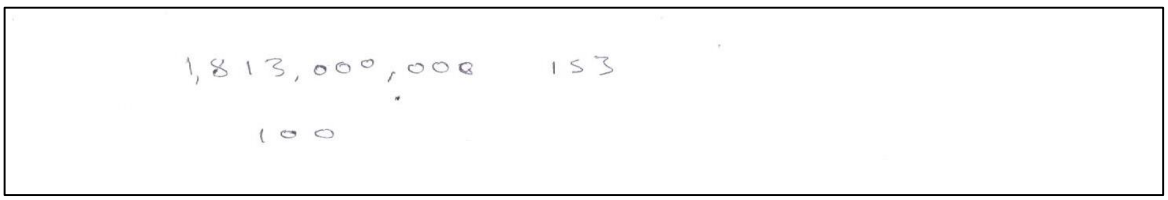

Redes Sociales.

	2014			
1. facebook	1.28 b	1.39 b →	108.59 →	8.59%
twitter	255 –	288 →	112.94 →	12.94%
instagram	200 –	300 →	150 →	50%

El inciso d) solamente un estudiante lo contestó correctamente.

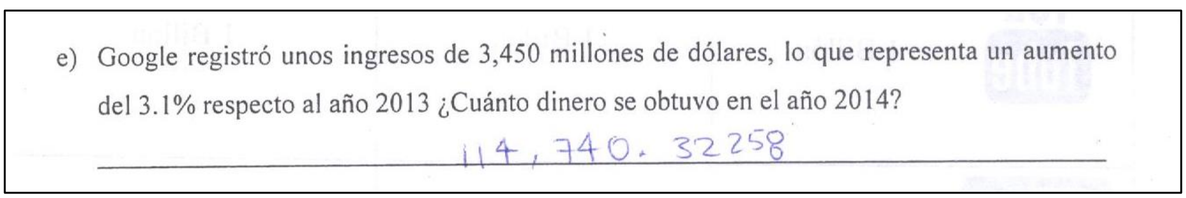

d) Facebook para mantener en funcionamiento su red social ha tenido unos ingresos de 1,813 millones de dólares lo cual corresponde un 53% más que el año 2013, ¿Cuánto fue el monto total del 2013?

1,184,967,320

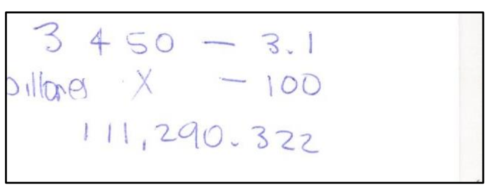

1,813,000,000 153

100

De igual manera el inciso e) lo resolvió correctamente otro estudiante.


e) Google registró unos ingresos de 3,450 millones de dólares, lo que representa un aumento del 3.1% respecto al año 2013 ¿Cuánto dinero se obtuvo en el año 2014?

114,740.32258


3450 — 3.1

billones X — 100

111,290.322

Con el inciso g) sucedió lo mismo que los anteriores, resuelto correctamente solo por un estudiante.

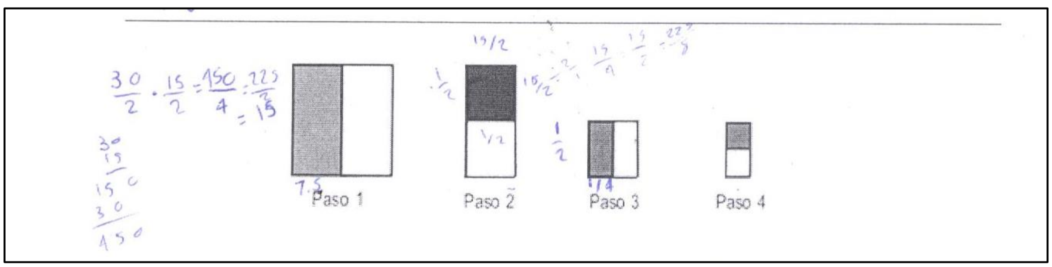
g) El 64% de los 40.6 Millones de usuarios que utilizan internet son personas mayores de edad. ¿Cuántas personas menores de edad están suscritas a Facebook si sabemos que el 75.4% de los usuarios son mayores de edad?

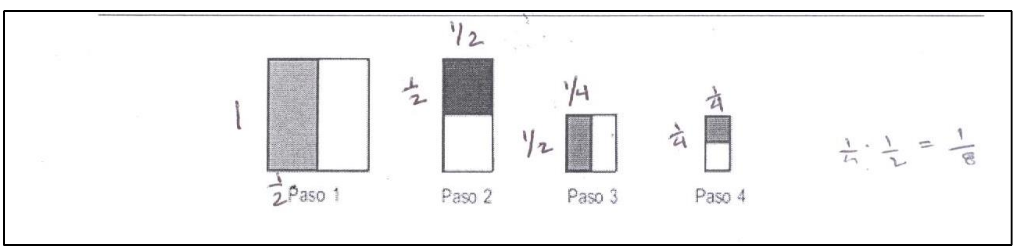
0.35 Billones

- **Series y sucesiones**

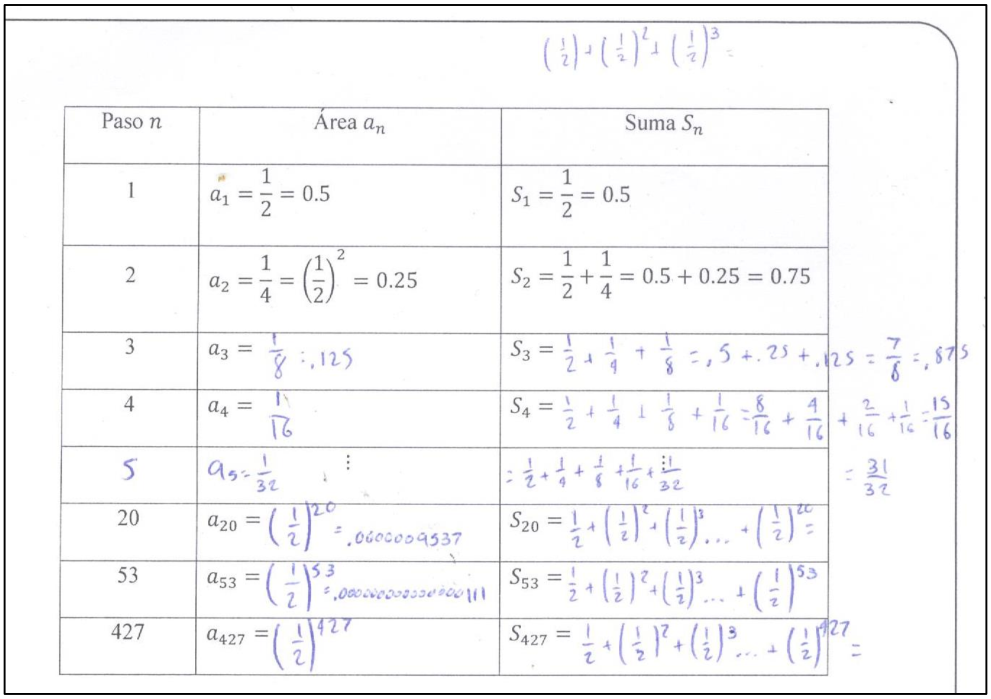
La puesta en escena de esta actividad fue de la primera versión que se elaboró para posteriormente con los resultados del pilotaje tomar la decisión de modificarla, agregándole más ejemplos y conduciendo al estudiante a la elaboración de una conjetura; obteniendo así la actividad presentada en el capítulo anterior.

La mayoría de los estudiantes no tuvieron problema en responder la primera parte de la actividad; algo que hay que resaltar es cómo algunos de ellos utilizaron la representación que se les proporciona para ejemplificar la situación del problema y así visualizar mejor lo que se les pregunta.



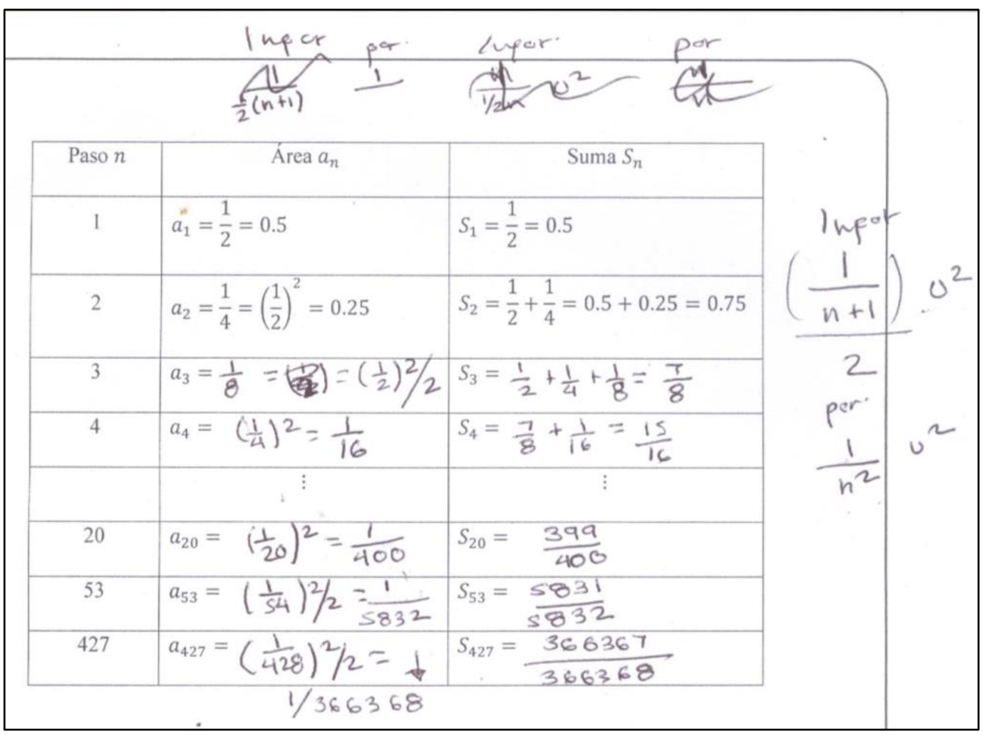


La siguiente parte se trata de completar una tabla sobre las áreas resultantes en la división de cada paso y la suma de las áreas de los pasos anteriores. La mayoría de los estudiantes no la contestó correctamente, mientras que otros trataban de encontrar una expresión algebraica que les facilitara la resolución de la tabla.



$\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3=$

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1=\frac{1}{2}=0.5$	$S_1=\frac{1}{2}=0.5$
2	$a_2=\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=0.25$	$S_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=0.5+0.25=0.75$
3	$a_3=\frac{1}{8}=.125$	$S_3=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=.5+.25+.125=\frac{7}{8}=.875$
4	$a_4=\frac{1}{16}$	$S_4=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}=\frac{8}{16}+\frac{4}{16}+\frac{2}{16}+\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$
5	$a_5=\frac{1}{32}$ ⋮	$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$
20	$a_{20}=\left(\frac{1}{2}\right)^{20}=.0000009537$	$S_{20}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^{20}=$
53	$a_{53}=\left(\frac{1}{2}\right)^{53}=.0000000000000000111$	$S_{53}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^{53}$
427	$a_{427}=\left(\frac{1}{2}\right)^{427}$	$S_{427}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^{427}=$



1 n por $\frac{1}{2(n+1)}$ por $\frac{1}{1}$ 1/n por $\frac{1}{2n}$ n^2 por

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1=\frac{1}{2}=0.5$	$S_1=\frac{1}{2}=0.5$
2	$a_2=\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=0.25$	$S_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=0.5+0.25=0.75$
3	$a_3=\frac{1}{8}=\left(\frac{1}{2}\right)^2/2$	$S_3=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$
4	$a_4=\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$	$S_4=\frac{7}{8}+\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$
	⋮	⋮
20	$a_{20}=\left(\frac{1}{20}\right)^2=\frac{1}{400}$	$S_{20}=\frac{399}{400}$
53	$a_{53}=\left(\frac{1}{54}\right)^2/2=\frac{1}{5832}$	$S_{53}=\frac{5831}{5832}$
427	$a_{427}=\left(\frac{1}{428}\right)^2/2=$ 1/366368	$S_{427}=\frac{366367}{366368}$

1 n por $\frac{\left(\frac{1}{n+1}\right)^2}{2}$ por $\frac{1}{n^2}$ n^2

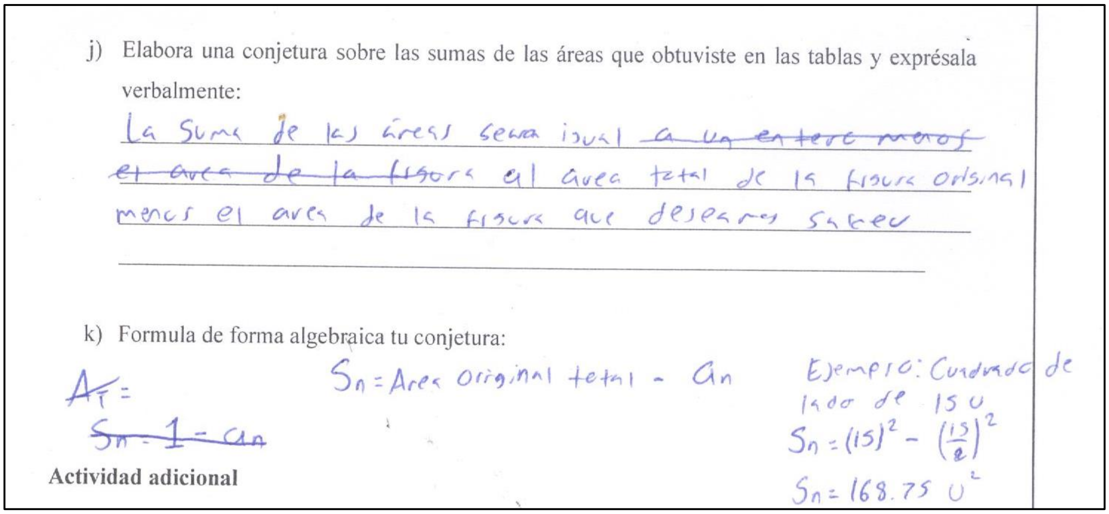
En la siguiente sección de la actividad, se sigue con el mismo contexto del problema del cuadrado, sólo que ahora se le cambia la medida al lado y de igual manera se tiene que completar una tabla. La mayoría no contestó esa parte y quienes sí lo hicieron, su respuesta fue errónea.

i) Con este cambio en la medida de sus lados, completar la siguiente tabla y compárala con la anterior:

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 = 15\left(\frac{15}{2}\right) = 112.5$	$S_1 = 15\left(\frac{15}{2}\right) = 112.5$
2	$a_2 = \left(\frac{15}{2}\right)\left(\frac{15}{2}\right) = \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 56.25$	$S_2 = 15\left(\frac{15}{2}\right) + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 112.5 + 56.25 = 168.75$
3	$a_3 = \left(\frac{15}{2}\right)\left(\frac{15}{2}\right)\left(\frac{15}{2}\right) = \left(\frac{15}{5}\right)^3$	$S_3 = 15\left(\frac{15}{2}\right) + \left(\frac{15}{2}\right) + \left(\frac{15}{2}\right)^3$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} = \left(\frac{15}{2}\right)^{26}$	$S_{20} = 15\left(\frac{15}{2}\right) + \left(\frac{15}{2}\right) + \left(\frac{15}{2}\right) \ldots \ldots \left(\frac{15}{2}\right)^{20}$
53	$a_{53} = \left(\frac{15}{2}\right)^{53}$	$S_{53} = 15\left(\frac{15}{2}\right) \ldots\ldots + \left(\frac{15}{2}\right)^{53}$

Lo relevante en la puesta en escena es lo que ocurre cuando se le pide al estudiante que elabore una conjetura sobre las áreas y las sumas de éstas respecto a lo observado en las tablas anteriores y la expresara algebraicamente. La mayoría de los estudiantes ni siquiera hicieron el intento por contestarla, sin embargo, hubo otros que si pretendieron elaborar una conjetura.

Lo que nos da evidencia sobre que los estudiantes no están acostumbrados y no han desarrollado la competencia "Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación". Se muestran ejemplos de las conjeturas elaboradas por algunos de los estudiantes.



j) Elabora una conjetura sobre las sumas de las áreas que obtuviste en las tablas y exprésala verbalmente:

La suma de las áreas será igual ~~a un entero menos el area de la figura~~ al area total de la figura original menos el area de la figura que deseamos saber

k) Formula de forma algebraica tu conjetura:

$A_T =$

$\cancel{S_n - 1 - a_n}$

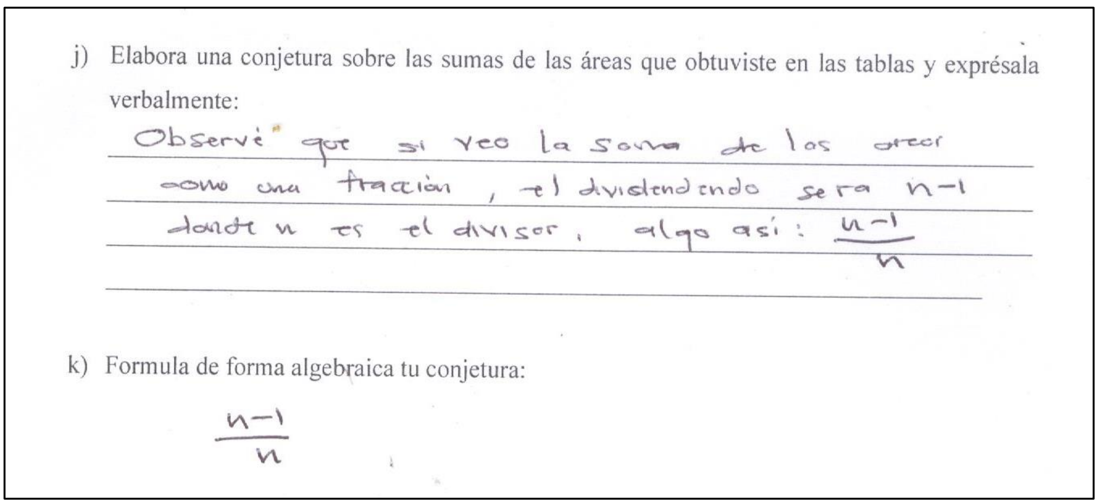
$S_n =$ Area Original total $- a_n$

Ejemplo: Cuadrado de lado de 15 u

$S_n = (15)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2$

$S_n = 168.75\ u^2$

Actividad adicional



j) Elabora una conjetura sobre las sumas de las áreas que obtuviste en las tablas y exprésala verbalmente:

Observé que si veo la suma de las areas como una fracción, el dividendo sera n-1 donde n es el divisor, algo así: $\frac{n-1}{n}$

k) Formula de forma algebraica tu conjetura:

$\frac{n-1}{n}$

Al final de esta actividad se les planteaba una actividad adicional, la cual consistía en el mismo problema que el cuadrado, sólo que utilizando un triángulo equilátero de 3 unidades por lado; fueron 3 preguntas y al final se les proporcionó un archivo GeoGebra para que lo manipularan y así corroborar sus respuestas. Algunos de los estudiantes contestaron sólo la pregunta donde se trataba de manipular el software, mientras que otros si respondieron la actividad en su totalidad; dichos estudiantes si toman en cuenta que la fórmula para obtener el área de un triángulo debe de considerarse, sin embargo no escriben algo en específico sobre el triángulo y las especificaciones de éste. Se muestran algunos ejemplos de las respuestas de los estudiantes y el archivo GeoGebra que se les proporcionó.

l) Si ahora en lugar de que la figura sea un cuadrado, la cambiamos por un triángulo equilátero de 3 unidades por cada lado, ¿Cómo harías para calcular las áreas en cada uno de los pasos y cómo calcularías la suma de dichas áreas?

$b \times h - a_n = .$

$a_1 = 4.5\ u^2$ $S_{n_1} = 4.5$

$a_2 = 2.25\ u^2$ $S_{n_2} = 6.75$

$a_3 = 1.125\ u^2$ $S_{n_3} = 7.875$

$a_4 = .5625$ $S_{n_4} = 8.4375$

$a_5 = .28125$ $S_{n_5} = (3 \times 3) - .28125 = 8.71875$

m) ¿Se podrá encontrar un patrón para obtener la suma de las áreas pintadas? Si tu respuesta es afirmativa, ¿cómo se podría expresar este patrón algebraicamente?

El área de la figura original menos el área de la figura a_n nos dara la suma de areas

n) Utiliza el archivo "triángulo.ggb" y manipúlalo para que te ayudes a visualizar la situación anterior. La manipulación que hiciste con el archivo, ¿corroboró tu respuesta al inciso m) o la modificó? Explica qué fue lo que sucedió. La modifico ya que tome mal la altura del triángulo

l) Si ahora en lugar de que la figura sea un cuadrado, la cambiamos por un triángulo equilátero de 3 unidades por cada lado, ¿Cómo harías para calcular las áreas en cada uno de los pasos y cómo calcularías la suma de dichas áreas?

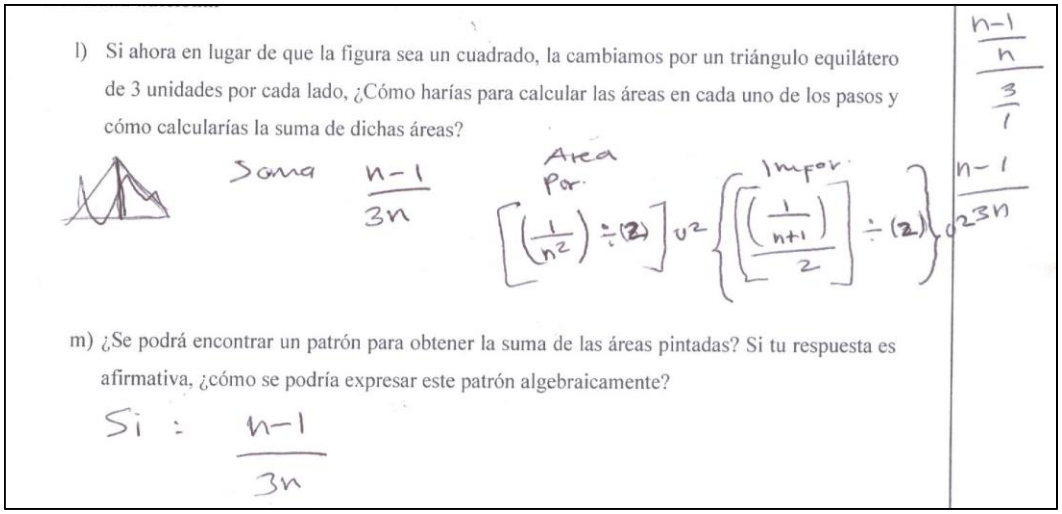
$F = \frac{b \times h}{2}$, aplicaría dicha formula para cada paso y al final sumaria los resultados de c/paso.

m) ¿Se podrá encontrar un patrón para obtener la suma de las áreas pintadas? Si tu respuesta es afirmativa, ¿cómo se podría expresar este patrón algebraicamente?

Sí, calculamos el área total y el resultado lo dividimos entre el número de partes sombreadas.

n) Utiliza el archivo "triángulo.ggb" y manipúlalo para que te ayudes a visualizar la situación anterior. La manipulación que hiciste con el archivo, ¿corroboró tu respuesta al inciso m) o la modificó? Explica qué fue lo que sucedió.

Lo corroboró



l) Si ahora en lugar de que la figura sea un cuadrado, la cambiamos por un triángulo equilátero de 3 unidades por cada lado, ¿Cómo harías para calcular las áreas en cada uno de los pasos y cómo calcularías la suma de dichas áreas?

Soma $\frac{n-1}{3n}$

Area Por.

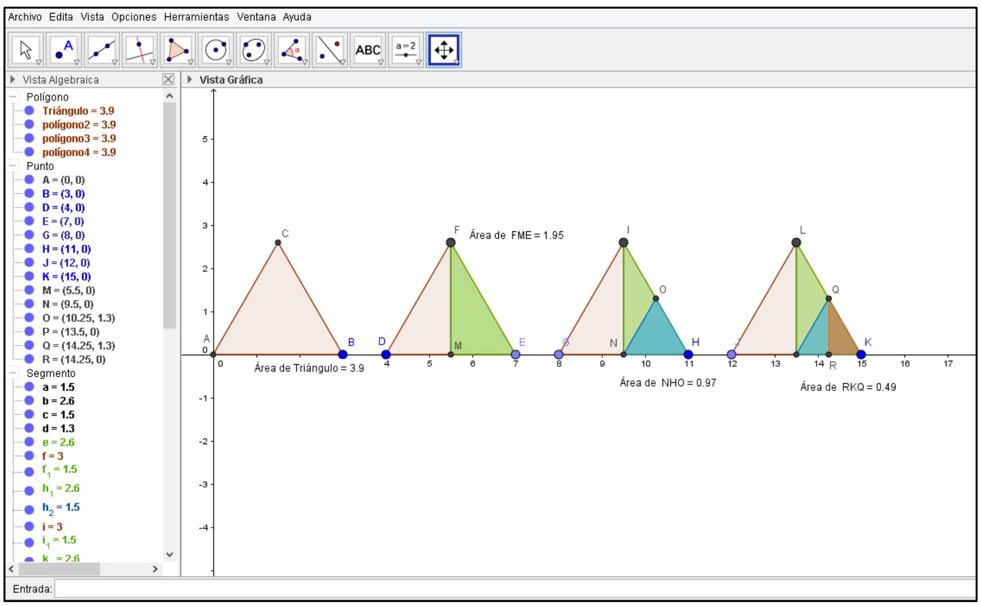
$\left[\left(\frac{1}{n^2}\right) \div (2)\right] u^2 \left\{\left[\frac{\left(\frac{1}{n+1}\right)}{2}\right] \div (2)\right\}$

Impor.

m) ¿Se podrá encontrar un patrón para obtener la suma de las áreas pintadas? Si tu respuesta es afirmativa, ¿cómo se podría expresar este patrón algebraicamente?

Si : $\frac{n-1}{3n}$

$\frac{n-1}{n}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{n-1}{3n}$



La revisión y posterior análisis del trabajo desarrollado por los estudiantes permiten establecer algunos comentarios, los cuales se exponen a continuación.

- Resulta un tanto evidente que los alumnos no están acostumbrados a utilizar algún tipo de tecnología para la resolución de actividades en el área de las matemáticas; sin embargo, el applet juega un papel importante para la visualización de las actividades didácticas, ya que los mismos estudiantes tienen la oportunidad de manipularlo y con ello corroborar y quedar convencidos de sus respuestas. Éstos se mostraron interesados al momento de plantearles las actividades utilizando el software GeoGebra.

- Asimismo, una constante presente en las respuestas es que los alumnos muestran pocas habilidades al momento de escribir y plantear conjeturas, por lo que podría asumirse que no tienen desarrollada la competencia “Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales”. Muestran falta de precisión en el uso del lenguaje matemático al momento de argumentar sus respuestas; además de evidenciar el mal uso de la lengua materna para explicar dichos resultados. De la misma manera, se manifiesta que los estudiantes tienen un problema al momento de realizar operaciones aritméticas y cálculos elementales, como lo son las sumas de fracciones, las conversiones, regla de tres, porcentajes, entre otras.
- También se detectaron problemas al momento de utilizar diferentes representaciones, al querer realizar la transición de una representación a otra; los estudiantes no lograban interpretar los datos o tablas para argumentar sus respuestas. De tal manera, no identificaban conceptos matemáticos que se les pedía mencionar, como las variables que están presentes en una gráfica.

En algunos casos los estudiantes tuvieron dificultades con la redacción utilizada. Por ejemplo preguntaban qué significaba “las circunferencias se cortan entre sí”, también sobre dónde se localizaban algunas herramientas del software GeoGebra; en esos caso se tuvo que intervenir.

4.2. Análisis del sondeo con profesores

El análisis que aquí se presenta corresponde al cuestionario aplicado a profesores de matemáticas, con el fin de obtener información a través de su opinión sobre las actividades didácticas propuestas y la pertinencia de su implementación. Para esta actividad se contó con la participación de 3 profesores cuyas características ya se declararon en otra sección.

Después de obtener sus respuestas se llevó a cabo un análisis de la información obtenida.

Se presentará primero un concentrado de las respuestas de los maestros para cada una de las actividades. Posteriormente se comenta esta información.

Identificaremos las respuestas obtenidas por los profesores en el sondeo utilizando las letras **A, B y C**. De la misma manera se designó la letra **C** con el número de la competencia matemática correspondiente. Lo cual se ejemplifica en la tabla 4.2 que se muestra a continuación:

C1	Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
C2	Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
C3	Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
C4	Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
C5	Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
C6	Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
C7	Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
C8	Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Tabla 4.2 Competencias disciplinares

Nombre de la actividad: **El transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora.**	
Aspecto a valorar	Respuestas
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Matemáticas 1 **Bloque 2:** Utiliza magnitudes y números reales. ó **Bloque 6:** Resuelve ecuaciones lineales 1.
	B: Matemáticas I, Bloque II, Utilizas magnitudes y números reales.
	C: Matemáticas 1, resolución de problemas aritméticos
2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	**A:** Cálculo de porcentajes. Variación directa e inversamente proporcional. Funciones lineales.
	B: Operaciones con números reales. Proporción y variación. Cálculo de porcentajes.
	C: Conversiones, operaciones básicas, cálculo de porcentajes
3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo? Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	**A:** Sí, ya que en secundaria revisaron los contenidos relacionados al cálculo de velocidades así como de porcentajes. Las operaciones que se requieren son básicas, divisiones, multiplicaciones sumas y restas, por lo cual los estudiantes no tendrán impedimento alguno para responder los planteamientos.
	B: Lo ideal sería que sí, puesto que la mayoría de los temas matemáticos involucrados se estudian desde el nivel básico. Sobre todo tema relacionado al cálculo de porcentajes.
	C: Creo que están al alcance pero en algunas partes de la actividad tal vez se necesiten aclarar cierta información para que lo que se pregunta quede lo suficientemente claro. El contexto me parece que podría resultar atractivo para los estudiantes ya que a la mayoría les resultaría familiar.
	A: C2., C4., C5., C8.

4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**B:** C1., C3., C4., C5., C8.
	C: C2., C4., C8.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**A:** Podría utilizarse como tarea antes de introducir el tema de variación.
	B: Considero que sería una muy buen actividad base para el desarrollo del bloque. Sin embargo, habrá que poner cuidado y atención en el aspecto de la lectura e identificación adecuada de los datos e información presentada en las tablas y gráficos para el desarrollo de las operaciones y cálculos esperados. A pesar de que la actividad es un tanto extensa, sería recomendable agregar algunas preguntas para introducir a los estudiantes en el contexto, ya que aparecen algunas preguntas muy inmediatas. (Saltos bruscos de tema).
	C: Como base para desarrollo del tema o inicio de tema
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**A:** Considero que es importante un momento de cierre si la actividad no se va a incluir en una secuencia didáctica, de manera que el objetivo de la actividad sea claro. Los mapas de la primera sección podrían ampliarse para que se distingan más claramente las rutas. Revisar algunos planteamientos y adecuarlos al lenguaje de los estudiantes.
	B: ¿Existe algún fin al dar a conocer los recorridos de las líneas de transporte en desorden? Es decir, aparece: Línea 02, Línea 11 y Línea 01. Verificar si toda la información presentada en la tabla es digerible por los estudiantes, puesto que durante el desarrollo de la actividad no toda es utilizada.
	C: En algunas preguntas de la actividad únicamente se pide la respuesta sin necesidad de argumentar cómo se llegó al resultado, lo cual podría no ser tan enriquecedor para el diseñador o el profesor que la esté trabajando. No sé si entendí bien la Tabla del reporte semanal, pero consideré la disponibilidad, como el número de camiones que había en circulación. Así que dividí el consumo de litros de

	diesel entre la disponibilidad, no sé si sea pertinente aclarar a que se refiere ese concepto de la Tabla. En la actividad 3, inciso c, no entendí bien la pregunta, pero el afore es 408603 como dice la Tabla 1 y aprox cada pasajero tuvo que pagar poco más de cuatro pesos. Creo que necesitamos saber cuáles eran las diferentes tarifas en el 2015 o no sé si esa es la intención de la actividad, que se ponga a discusión ese aspecto.

Tabla 4.3 Valoración de la actividad el transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora.

Nombre de la actividad: **Área de figuras congruentes**	
Aspecto a valorar	Respuestas
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Matemáticas 2 **Bloque 3:** Congruencia y semejanza.
	B: Matemáticas III, Bloque II, Aplicas las propiedades de segmentos rectilíneos y polígonos.
	C: Matemáticas 2, tema de áreas de polígonos
2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	**A:** Áreas de cuadriláteros y triángulos. Rectas perpendiculares. Congruencia de figuras.
	B: Segmentos rectilíneos. Perímetro y área de polígonos.
	C: Rectas perpendiculares, área de una figura

3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo? Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	**A:** Sí, ya que los términos utilizados (cuadrado, área, triángulo, cuadrilátero, rectas perpendiculares) son conocidos por los estudiantes en este nivel educativo. Además la situación es adecuada para un curso de Geometría plana.
	B: Los contenidos matemáticos sí deberán estar al alcance de los estudiantes, ya que la actividad no presenta un alto grado de complejidad.
	C: Creo que en esta actividad se podría explotar el “efecto sorpresa”, es decir, creo que de entrada los estudiantes darán sólo algunas configuraciones del cuadrado divido en cuatro áreas iguales y al contrastar con lo que puedan ver en el applet de GeoGebra, deberá surgir la necesidad de argumentar qué es lo que está pasando y por qué las áreas permanecen invariantes una vez que se haya fijado la intersección de las rectas perpendiculares en el centro del cuadrado.
4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**A:** C3., C5., C6.
	B: C1., C4., C8.
	C: C3., C4.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**A:** Como base del desarrollo del tema. La conjetura a la que llegarán los estudiantes será equivalente a “si las figuras son congruentes, el área será la misma”. Esto es una propiedad de las figuras congruentes, lo cual permitirá complementar la definición de congruencia.
	B: Se sugiere el uso de esta actividad como introductoria al tema. Muy seguramente sea necesario familiarizar previamente a los estudiantes con el uso del software GeoGebra.
	C: Como actividad complementaria
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**A:** Revisar el applet y corregirlo ya que si el punto se desplaza alrededor de toda la figura, las áreas no están definidas. Una opción es limitar el desplazamiento del punto para que quede solamente sobre uno de los lados (ya que desplazarlo en cualquier otro lado, las figuras son equivalentes), la otra es modificar la forma en que se definen las áreas para que el punto pueda moverse en todos los lados del cuadrado.

	B: La estructura de algunas preguntas da para que pueden ser contestadas con un “si” o “no”, considero necesario solicitar al estudiante que argumente y justifique su respuesta. En la pregunta 7. *Intenta escribir una conjetura sobre lo observado y analizado anteriormente.* ¿Los estudiantes sabrán qué significa una conjetura?, sería bueno aclararlo o buscar un sinónimo que esté más a su alcance.
	C: Hay que modificar el archivo de GeoGebra para que las divisiones se vean continuas y no causen confusiones. Aunque la actividad no lo considera, se podrían intentar dar algunas justificaciones “informales” de porque las cuatro figuras tienen la misma área. Aprovechando el dinamismo de la construcción se podría modificar el valor del lado del cuadrado para que los alumnos vean que no es exclusivo del cuadrado de lado 6.

Tabla 4.4 Valoración de la actividad área de figuras congruentes.

Nombre de la actividad: **Área de un cuadrilátero irregular**	
Aspecto a valorar	Respuestas
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Matemáticas 2 **Bloque 2:** Problemas y situaciones relacionadas con los polígonos, circunferencias y círculos.
	B: Matemáticas II, Bloque IV, Reconoces las propiedades de los polígonos. Matemáticas III, Bloque II, Aplicas las propiedades de segmentos rectilíneos y polígonos.
	C: Matemáticas 2, áreas de polígonos Matemáticas 3, plano cartesiano, cálculo de áreas

2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	**A:** Polígonos irregulares. Triángulos. Áreas de polígonos irregulares.
	B: Segmentos rectilíneos. Perímetro y área de polígonos regulares e irregulares. Teorema de Pitágoras.
	C: Dependiendo de cómo se resuelva Áreas, determinantes, altura de un triángulo, plano cartesiano, fórmula de Herón
3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo? Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	**A:** Sí está al alcance pero es probable que no se logre el objetivo. La mayoría de los estudiantes considerará cuadriláteros convexos (ya que en cursos previos generalmente se profundiza en las características de este tipo de cuadriláteros), llegando a la conclusión que el área no cambia, pero al leer la pregunta 6, es obvio que lo esperado es que los estudiantes identifiquen cuadriláteros cóncavos para los cuales el área no es la misma.
	B: Los contenidos matemáticos sí deberán estar al alcance de los estudiantes, sobre todo las preguntas relacionadas al primer cuadrilátero irregular. Lo más probable es que se les dificulte más lograr calcular el área del segundo cuadrilátero, puesto que éste no presenta ningún ángulo recto de manera explícita.
	C: Creo que de inicio, no será un problema que puedan resolver de manera directa puesto que usualmente no se calculan áreas con esa forma. Por lo que pueda requerir un mayor acompañamiento del profesor.
4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**A:** C2., C5., C6.
	B: C1., C4., C8.
	C: C3., C4.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted	**A:** Como actividad complementaria que permita la identificación de los diferentes tipos de cuadriláteros y sus características.

para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**B:** Considero que puede llegar a ser una actividad de tarea (extra clase) para que los estudiantes tengan tiempo de reflexionar, así como proponer y argumentar una solución de la misma. Cabría la posibilidad de utilizarse como instrumento de evaluación del aprendizaje, con el fin de valorar el grado de avance de los estudiantes así como detectar las principales dificultades.
	C: Puede ser de inicio o base de desarrollo de tema o bien actividad complementaria
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**A:** Modificar la pregunta 6. Por la forma en que está planteada queda implícita la respuesta para los planteamientos previos, recomiendo eliminar la frase “igual que lo hacen los cuadriláteros”.
	B: Quizá el uso de GeoGebra pudiera guiar al estudiante para resolver la actividad. Sería bueno que se le pudiera mencionar como alternativa, que recurra a este apoyo.
	C: La construcción de las figuras, puede ser en GeoGebra y buscar una manera de comprobación, para el cuadrilátero inicial y el que se propone en el punto 4.

Tabla 4.5 Valoración de la actividad área de un cuadrilátero irregular.

Nombre de la actividad: **Circunferencias secantes**	
Aspecto a valorar	Respuestas
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Matemáticas 3 **Bloque 3:** Resuelve problemas de la circunferencia
	B: Matemáticas II, Bloque V, Empleas la circunferencia. Matemáticas III, Bloque V, Aplicas los elementos y las ecuaciones de una circunferencia.
	C: Matemáticas 3, ecuación de la circunferencia

2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	**A:** Circunferencia. Circunferencias secantes.
	B: Circunferencia Rectas y segmentos: radio, diámetro y secante. Ecuación de la circunferencia.
	C: Ecuación de la circunferencia en su forma ordinaria, circunferencias secantes, coordenadas de un punto, distancia, radio, punto de intersección.
3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo? Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	**A:** Sí, solamente si la actividad se implementa después de ver la ecuación de la circunferencia, ya que de esta forma el estudiante dará un significado a las ecuaciones.
	B: Por experiencia el estudiante no llega al curso de matemáticas 3, muy familiarizado respecto al tipo de rectas y/o segmentos asociados a la circunferencia. Desconoce aún ciertos términos, ejemplo: intersecar, pares de circunferencia, etc. Se requiere por parte de los estudiantes de un mayor dominio del software GeoGebra, aún con las indicaciones de apoyo que aparecen en la actividad.
	C: Considero que están al alcance de los estudiantes y me parece una buena manera de explotar las características de las circunferencias tangentes
4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**A:** C3., C4., C6., C8.
	B: C1., C2., C3., C4., C8.
	C: C2., C3., C4.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**A:** Como tarea. Debido a que este tema (circunferencias secantes) no aparece explícitamente en el programa de la asignatura, esta actividad se puede dejar como tarea para que ellos analicen las características que presentan.
	B: Se sugiere utilizar como parte del desarrollo del tema, puesto que se requiere de la reafirmación de algunos conocimientos previos que serán base para poder lograr los objetivos que se pretenden con esta actividad.

	C: Como actividad de inicio o desarrollo del tema.
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**A:** Eliminar la última columna de la tabla. Los alumnos intentarán incluir los resultados obtenidos en esta columna en sus conclusiones, lo cual puede ocasionarles dificultades para observar que la relación existente es entre la suma de los radios y la distancia entre los centros solamente. Proporcionar más especificaciones relativas al uso de GeoGebra para aquellos estudiantes que no manejan muy bien la herramienta.
	B: La única observación sería que en la tabla se vuelve muy tediosa ya que existe muchos ejercicios que son repetitivos (son de la misma estructura y sólo cambian los datos) y eso la vuelve mucho más extensa.
	C: Ocultar en el archivo de GeoGebra todo lo que no se ocupe para el desarrollo de la actividad. Trabajar únicamente con la vista gráfica.

Tabla 4.6 Valoración de la actividad circunferencias secantes.

Nombre de la actividad: **Cuadrilátero ABCD**	
Aspecto a valorar	Respuestas
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Matemáticas 3 **Bloque 1:** Resuelve problemas de geometría analítica
	B: Matemáticas II, Bloque IV, Reconoces las propiedades de los polígonos. Matemáticas III, Bloque II, Aplicas las propiedades de segmentos rectilíneos y polígonos.
	C: Matemáticas 3, propiedades de segmentos rectilíneos y polígonos
	A: Puntos en el plano cartesiano. Punto medio.

2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	Áreas de cuadriláteros. Cuadriláteros y paralelogramos.
	B: Segmentos rectilíneos. Perímetro y área de polígonos.
	C: Coordenadas cartesianas, puntos medios, polígonos irregulares, área de polígonos irregulares
3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo? Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	**A:** Sí, ya que en este curso se estudia el plano cartesiano y cómo ubicar puntos. Además se han estudiado los cuadriláteros y cómo calcular sus áreas.
	B: Sí, me parece que todo está al alcance de los estudiantes.
	C: Me parecen adecuados, ya que es una buena manera de abordar algunas propiedades de polígonos y además la formulación de conjeturas a partir de observar ciertos comportamientos. En la pregunta 8, al ser tan abierta, no creo que la mayoría de los alumnos identifiquen relaciones de área. Me inclinaría a que contestaran que también es un cuadrilátero.
4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**A:** C4., C6., C8.
	B: C1., C4., C5., C6.
	C: C1., C2., C3., C4., C5.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**A:** Como tarea. Podría incorporarse en la sección de problemas relativos al boque.
	B: Como actividad complementaria.
	C: Como actividad de inicio, de desarrollo del tema, como actividad complementaria.
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones	**A:** Proporcionar más especificaciones relativas al uso de GeoGebra para aquellos estudiantes que no manejan muy bien la herramienta.

sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**B:** Sólo el uso de la palabra “conjetura”, fuera de eso me parece una muy buena actividad.
	C: Modificaría el archivo de GeoGebra, para que fuera más amigable al uso. Ocultando las etiquetas de los objetos y pondría un deslizador que estuviera ligado al número de cuadriláteros además se podría incluir un botón que activara el valor del área de los cuadriláteros para que se pudiera observar el comportamiento de éstas. También ocultaría la vista algebraica. La pregunta 14, que es para alumnos más avanzados, en lo personal no me gustaría hacer esa distinción, tal vez lo pondría con un subtítulo: “para profundizar” o “para reflexionar”.

Tabla 4.7 Valoración de la actividad cuadrilátero ABCD.

Nombre de la actividad: **Ubicación de una circunferencia en el plano cartesiano**	
Aspecto a valorar	Respuestas
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Matemáticas 3 **Bloque 3:** Resuelve problemas de la circunferencia
	B: Matemáticas II, Bloque V, Empleas la circunferencia. Matemáticas III, Bloque V, Aplicas los elementos y las ecuaciones de una circunferencia.
	C: Matemáticas III, ecuación de la circunferencia
2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	**A:** Plano cartesiano. Circunferencia. Rectas tangentes.
	B: Circunferencia Sistema de coordenadas. Rectas y segmentos: radio, diámetro y tangente.

	Ecuación de la circunferencia.
	C: Ecuación y gráfica de la circunferencia en su forma ordinaria, recta tangente, distancia entre dos puntos, valor absoluto de un número, expresiones algebraicas.
3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo? Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	**A:** Sí, solamente si la actividad se implementa después de ver la ecuación de la circunferencia.
	B: Dependerá del momento en el que se decida ser implementada la actividad, pues ésta incluye algunos aspectos matemáticos de los cuales el estudiante aún no está muy familiarizado.
	C: Están al alcance, me parece una buena actividad para fomentar la elaboración de conjeturas y poderlas verificar con el software. Este tipo de actividades no son las que comúnmente se aborden en los libros, por lo que creo que podría ser enriquecedora si se trabaja de manera adecuada. El grado de dificultad
4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**A:** C3., C4., C6., C8.
	B: C1., C2., C3., C4., C8.
	C: C1., C3., C4., C5.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**A:** Como tarea. Podría incorporarse en la sección de problemas relativos al boque.
	B: Se sugiere utilizar como parte del cierre del tema, puesto que se necesitarán abordar y discutir algunos temas previos que serán base para lograr los objetivos que se esperan con la actividad.
	C: Como evaluación, como actividad complementaria
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**A:** Ninguna.
	B: Muchas preguntas inician con el cuestionamiento: "*¿Qué condiciones debe cumplir …*", situación que vuelve muy tediosa la actividad. Pues parecería que siempre se pregunta lo mismo. Quizá sería recomendable modificar la redacción sin que se pierda el objetivo de tales cuestionamientos.

	C: No sé si la intención, porque fue una duda que me surgió al resolver la actividad es poner a discusión si las circunferencias que tienen tangencia con los ejes cartesianos quedan o no contenidas dentro de un determinado cuadrante, si es así creo que se podría incluir una pregunta que abordara eso. En la pregunta 4 creo que se deberían de incluir incisos en donde las circunferencias no queden contenidas en el segundo cuadrante.

Tabla 4.8 Valoración de la actividad ubicación de una circunferencia en el plano cartesiano.

Nombre de la actividad: **El internet**	
Aspecto a valorar	Respuestas
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Probabilidad y Estadística 1 **Bloque 2:** Describes y representas datos de forma tabular y gráfica
	B: Matemáticas II, Bloque IX, Aplicas la estadística elemental.
	C: Matemáticas 2, manejo de la información, aplicas temas de la estadística elemental
2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	**A:** Porcentajes Tablas y gráficas. Histogramas, polígonos de frecuencias y polígonos de frecuencias acumuladas.
	B: Gráficos: histogramas, polígonos de frecuencia y frecuencia acumulada. Rango. Distribución de frecuencias. Cálculo de porcentajes.

	C: Interpretación de gráficas, operaciones básicas, histogramas, gráfica de barras, de pastel, polígono de frecuencias, frecuencia acumulada, variables dependientes e independientes.
3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo? Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	**A:** Sí, ya que los estudiantes han trabajado con este tipo de ejercicios a lo largo del curso y particularmente en el desarrollo de este bloque.
	B: Si, la información y la estructura en la que se presenta es bastante comprensible. Los conocimientos puestos en juego son parte de la formación previa del estudiante para ese nivel.
	C: Me parecen acordes, aborda un tema actual y de interés para los estudiantes
4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**A:** C2., C5., C8.
	B: C1., C3., C4., C5., C8.
	C: C3., C4., C5., C8.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**A:** Como parte de la evaluación, ya que los contenidos necesarios para desarrollarla forman parte de los dos primeros bloques del curso.
	C: Como tarea, evaluación o actividad complementaria
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**A:** Ninguna.
	B: Ninguna.
	C: A lo mejor explotar un poco más en qué casos conviene más un gráfico sobre otro. Tampoco se hace ninguna pregunta acerca del histograma o el polígono de frecuencias, sólo se pide hacerlo Incluiría preguntas en donde se pusiera en evidencia el uso o funcionalidad que pueden tener esos gráficos.

Tabla 4.9 Valoración de la actividad el internet.

Nombre de la actividad: **Rectas notables en el triángulo**	
<u>Aspecto a valorar</u>	<u>Respuestas</u>
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Matemáticas 2 **Bloque 1:** Estudio de los ángulos, triángulos y círculos (rectas notables).
	B: Matemáticas III, Bloque I, Reconoces lugares geométricos. Matemáticas III, Bloque II, Aplicas las propiedades de segmentos rectilíneos y polígonos.
	C: Matemáticas 2, rectas notables
2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	**A:** Triángulos. Rectas notables. Baricentro, ortocentro, incentro.
	B: Sistema de coordenadas Parejas ordenadas Segmentos rectilíneos. Distancia entre dos puntos. Punto medio de una recta. Punto de división de un segmento. Bisectriz. Perímetro de polígonos: altura.
	C: Baricentro, fórmula de la distancia, mediana, bisectriz, operaciones básicas, altura de un triángulo, ecuación de la recta.
3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo?	**A:** La forma en que están propuestos no es la más adecuada, ya que la parte central de los contenidos se ubica mejor en Matemáticas 2 pero algunos de los planteamientos solicitados requieren conocimientos de Matemáticas 3.
	B: No estoy del todo seguro. Estructuralmente la actividad se basa en cuestionamientos puramente matemáticos. Además, hay preguntas que involucran conceptos que aún no

Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	están lo suficientemente sólidos en el estudiante, tal es el caso de: mediana, baricentro y bisectriz.
	C: Creo que la actividad está al alcance de los estudiantes, tal vez al inicio tengan problemas en calcular las coordenadas del baricentro del triángulo sin el uso del software.
4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**A:** C2., C4., C6.
	B: C1., C4., C8.
	C: C4., C5.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**A:** Como tarea, ya que los contenidos necesarios para desarrollarla forman parte de varios temas del bloque.
	B: Como actividad de cierre.
	C: Como tarea, complementaria, evaluación o desarrollo del tema, depende de cómo la trabajé el profesor.
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**B:** Considero necesario agregar algunas preguntas que vayan encaminando un poco más la actividad, pues aparecen saltos muy grandes sobre el manejo de algunos conceptos entre una pregunta y otra. No le veo mucha utilidad al applet de GeoGebra propuesto. Mi sugerencia sería, que el estudiante a partir de la información respecto a las coordenadas de los vértices pueda iniciar con la construcción del triángulo, para posteriormente él mismo poder verificar y contestar las preguntas posteriores.
	C: El archivo de GeoGebra podría explotarse más.

Tabla 4.10 Valoración de la actividad rectas notables en el triángulo.

Nombre de la actividad: **Redes sociales**	
Aspecto a valorar	Respuestas
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Matemáticas 1 **Bloque 1:** Resolución de problemas aritméticos y algebraicos.
	B: Matemáticas I, Bloque II, Utilizas magnitudes y números reales. Matemáticas II, Bloque IX, Aplicas la estadística elemental.
	C: Matemáticas 1, Matemáticas 2 Manejo de la información, resolución de problemas de números reales.
2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	**A:** Cálculo de porcentajes.
	B: Cálculo de porcentajes.
	C: Porcentajes, operaciones básicas.
3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo? Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	**A:** Sí, ya que se utilizan operaciones básicas para responder cada uno de los planteamientos.
	B: Definitivamente si, puesto que el uso del cálculo de porcentajes se trabaja desde el nivel básico en sus diferentes modalidades. A través de la calculadora, regla de tres, entre otros.
	C: Considero que el contexto puede resultar atractivo para los estudiantes, pone a discusión nuestro sistema posicional de numeración y relaciones proporcionales.
4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**A:** C2., C3., C8.
	B: C3., C4., C5., C8.
	C: C5., C8.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted	**A:** Como base para el desarrollo del tema ya que el tema tratado es interesante para ellos y el contenido es simple.

para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**B:** Me parece una excelente actividad para utilizarse al inicio del tema. El contexto es muy adecuado e interesante para los estudiantes en ese nivel, además los cuestionamientos son bastante claros. Sería interesante agregar el uso de gráficos.
	C: Actividad de inicio, desarrollo del tema, tarea, actividad complementaria.
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**A:** Añadir un cierre a la actividad, es decir la parte correspondiente a la institucionalización.
	B: La frase *“registró unos ingresos”* es utilizada en varias preguntas y no suena muy bien.
	C: Aunque el contexto me parece sumamente atractivo, hay algunos cuestionamientos que no me quedaron claros por lo que no supe bien cómo contestar. Se tendría que revisar la redacción.

Tabla 4.11 Valoración de la actividad redes sociales.

Nombre de la actividad: **Series y sucesiones**	
Aspecto a valorar	Respuestas
1. ¿Para qué curso y tema recomendaría el uso de esta actividad?	**A: Curso:** Matemáticas 1 **Bloque 3:** Realiza sumas y sucesiones de series.
	B: Matemáticas I, Bloque III, Realizas sumas y sucesiones de números.
	C: Matemáticas 1, bloque 3, sumas y sucesiones de números.
2. ¿Qué contenidos matemáticos considera Usted que están involucrados en esta actividad?	**A:** Series geométricas. Sucesiones geométricas.
	B: Representación y relación entre magnitudes.

	Modelos aritméticos y algebraicos. Sucesiones numéricas. Propiedades de los triángulos.
	C: Operaciones básicas, series, sucesiones, área de algunas figuras, expresiones algebraicas
3. ¿Considera Usted que los contenidos matemáticos y la manera en cómo están propuestos están al alcance de los estudiantes de este nivel educativo? Independientemente de su respuesta, le pedimos la argumente.	**A:** Sí, ya que los planteamientos son sencillos y al presentar las imágenes para estudiar las sucesiones permite la visualización de la tarea solicitada, por lo cual resultará más fácil para los estudiantes desarrollarla.
	B: Sí. La actividad está estructurada de una forma adecuada y las preguntas van guiando la construcción del conocimiento relacionado al tema. Los conocimientos necesarios para su desarrollo son elementales.
	C: Es común que el tema les cueste trabajo a los estudiantes, por lo que creo que para el llenado de las tablas están a su alcance, si se requerirá de trabajo grupal.
4. ¿Qué competencias matemáticas cree Usted que son susceptibles de promoverse con actividades como ésta?	**A:** C1., C2., C4., C8.
	B: C1., C3., C4., C5., C6., C8.
	C: C3., C4., C5.
5. En caso de que lo considere pertinente, ¿Qué uso sugeriría Usted para esta actividad? (Como actividad complementaria, como base para el desarrollo del tema, como tarea, como parte de la evaluación, etc.)	**A:** Una parte puede usarse como base para el desarrollo del tema y otra como tarea, ya que la actividad es muy amplia para desarrollarla en la clase, tomaría mucho tiempo.
	B: Actividad de inicio al bloque. Pues considero que cumple con gran parte de los objetivos de aprendizaje establecidos en el programa de matemáticas 1.
	C: Como desarrollo del tema, actividad complementaria, evaluación.
6. En caso de que lo considere necesario, ¿Qué modificaciones sugeriría? (ampliaciones, eliminaciones, etc.)	**A:** Se podrían eliminar algunos de los ejercicios ya que el procedimiento a seguir es muy similar en todos ellos. Se podría dejar uno de cuadrados, uno de rectángulos y uno de triángulos, de tal forma que el nivel de dificultad sea apropiado para los estudiantes. Los ejercicios más complicados pueden solicitarse como tarea.

	B: Modificar "cuyos lados miden 1 unidad" por "cuyos lados miden *una* unidad". Considero que la manera en la que está escrita la pregunta *"k) Formula de forma algebraica tu conjetura:"* no es la adecuada. Se sugiere modificar su escritura. La actividad es bastante buena, quizá un poco extensa.
	C: Acompañar la actividad con los archivos de GeoGebra pre construidos.

Tabla 4.12 Valoración de la actividad series y sucesiones.

En conclusión, los profesores concuerdan que las actividades por los contenidos matemáticos que se abordan se encuentran al alcance de los estudiantes, asegurando que estarían en condiciones de resolverlas, sin embargo opinan que en algunas de ellas se lograría el objetivo sólo si el profesor es el guía de éstas. Además consideran que las situaciones problemas que se presentan en las actividades didácticas son de interés para ellos y para sus estudiantes, por lo tanto se podría lograr un ambiente de trabajo agradable en el aula de clases y facilitar el desarrollo de competencias matemáticas.

También externan que estas actividades se pueden utilizar en varios momentos de la planeación del tema matemático a tratar, se pueden plantear como actividades de inicio, desarrollo o cierre, también como actividades complementarias o de tarea; e inclusive algunas utilizarlas para evaluar el tema matemático que se abordan en las actividades.

Los profesores coinciden que en varias de las actividades se deberían de modificar algunos planteamientos los cuales consideraron que no eran los suficientemente claros para los estudiantes. Además mencionaron que se deberían de revisar los applets de GeoGebra que se les proporcionaron, ya que al momento de manipularlos se comportaban de alguna forma extraña, convirtiéndolos en distractores para lograr el objetivo de las actividades.

De acuerdo a los planes de estudio de la DGB, los profesores también sugieren para que curso y bloque sería recomendable utilizar las actividades; estas recomendaciones coinciden con lo mencionado en las descripciones de las actividades presentadas en el capítulo 3. Sin embargo, algo que se destaca es como los profesores proponen que algunas de las actividades podrían utilizarse en uno o dos bloques de un mismo módulo de aprendizaje, inclusive mencionan que otras se pueden utilizar para dos módulos distintos.

Finalmente, los profesores destacan los contenidos matemáticos que se abordan en las actividades y también argumentan que llevando a la práctica estas actividades didácticas se podrían promover algunas de las competencias matemáticas que deben de desarrollar los estudiantes en el nivel medio superior.

Después de realizar el análisis presentado en este capítulo, se consideró retomar algunos aspectos que se evidenciaron tanto en la puesta en escena con los estudiantes como en el sondeo con los profesores; de tal forma que se rediseñaron algunas de las actividades.

La versión que incorpora todas las observaciones anteriores, más otras propias, se presenta en el Capítulo 5.

Capítulo 5

Versión final de la propuesta y reflexiones finales

Este capítulo se divide en dos secciones: en la primera se presenta la versión final de las 10 actividades didácticas que conforman la propuesta. Se rediseñaron después de tomar en cuenta lo ocurrido en la puesta en escena con los estudiantes y con las recomendaciones y sugerencias que hicieron los profesores mediante la aplicación del cuestionario. En la segunda sección se presentan las reflexiones finales que surgieron después de haber realizado este proyecto.

5.1. Versión final de la propuesta

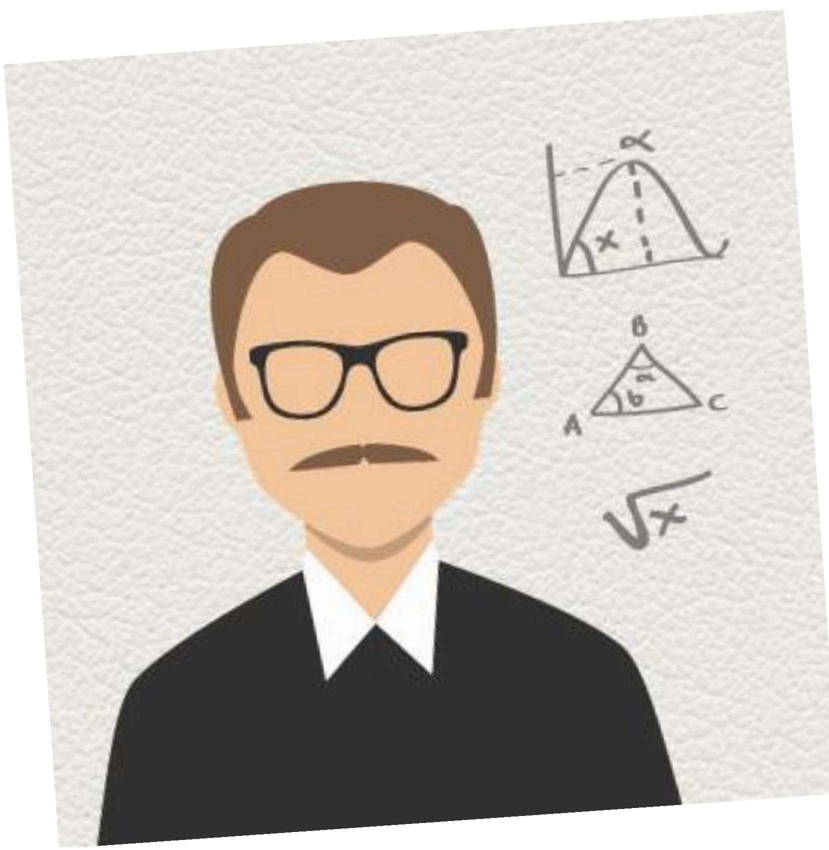
Estas 10 actividades aquí mostradas son tal y como el profesor se las presentaría a los estudiantes para su resolución; no se incluye ningún tipo de instrucciones o sugerencias para la implementación de las mismas.

Actividad	Modificaciones
11. El transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora	Se hicieron modificaciones en la redacción de la actividad 4 incisos a, b, c y d. Se agregó un pequeño apartado como cierre de la actividad.
12. Área de figuras congruentes	Se modificó el planteamiento 5 y se agregó la pregunta 8.
13. Área de un cuadrilátero irregular	Se modificaron las redacciones de las preguntas 5 y 6 y se incorporaron a los nuevos incisos de la actividad. También se añade el uso del software GeoGebra.
14. Circunferencias secantes	Se modificaron las redacciones de las preguntas 1, 6, 8 y 9. Se eliminó la pregunta 2.
15. Cuadrilátero ABCD	Se hicieron modificaciones en las redacciones de las preguntas 8, 9, y 11. También se modificó la introducción a la pregunta 14.

16. Ubicación de una circunferencia en el plano cartesiano	En la pregunta 4 se modificó una de las ecuaciones para que la gráfica resultante no estuviera en el segundo cuadrante.
17. El internet	Se modificó la redacción de la pregunta 15.
18. Rectas notables en el triángulo	La actividad se rediseñó por completo
19. Redes sociales	Dado que se considera que el contexto es atractivo para los estudiantes, se van actualizar los datos y a reformular la actividad.
20. Series y sucesiones	Se modificó la introducción y la redacción de los incisos k, l, m, n, o. Se agregan archivos GeoGebra pre construidos.

Tabla 5.1 Modificaciones de las actividades.

Cuadernillo para el profesor

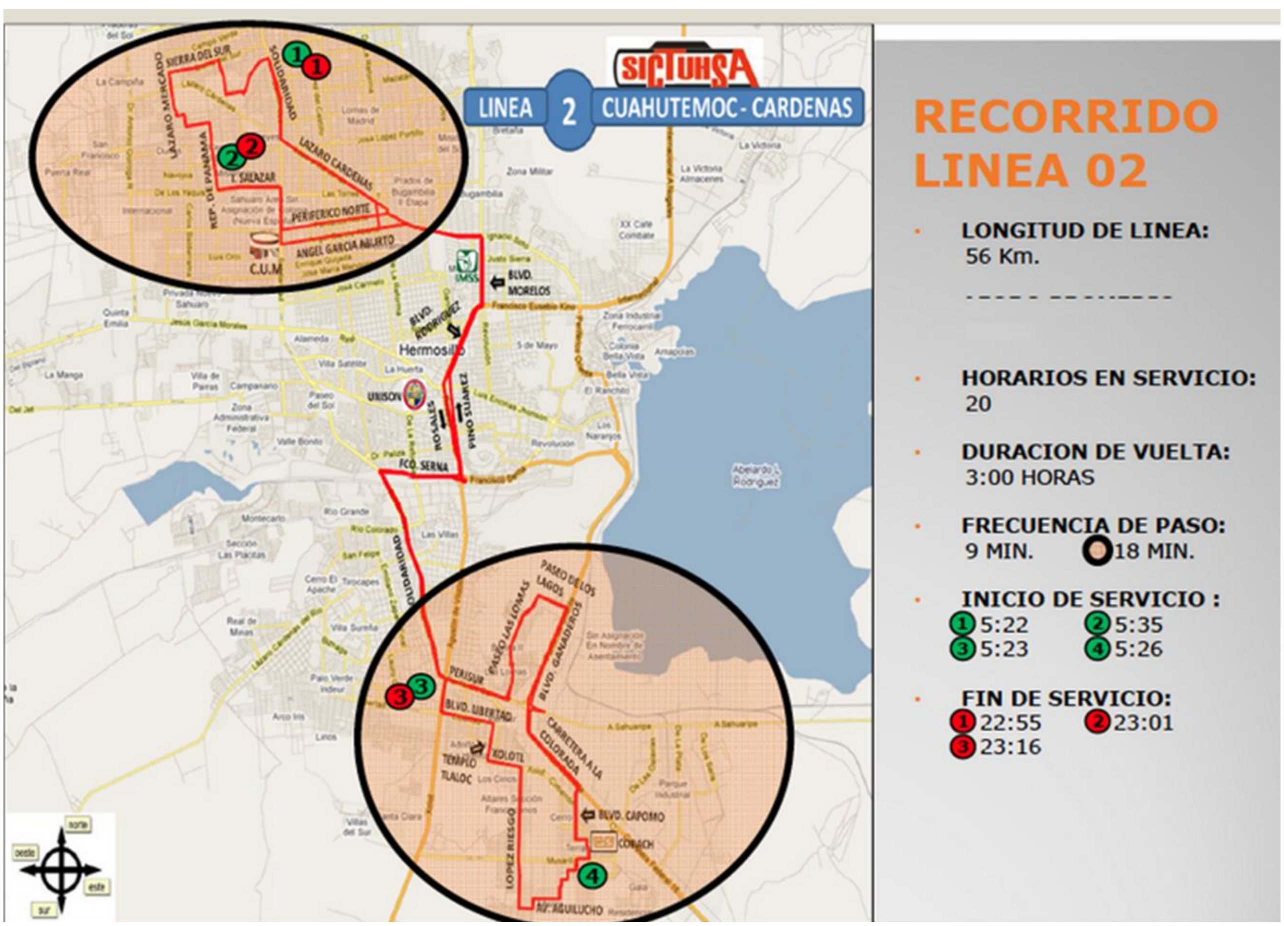


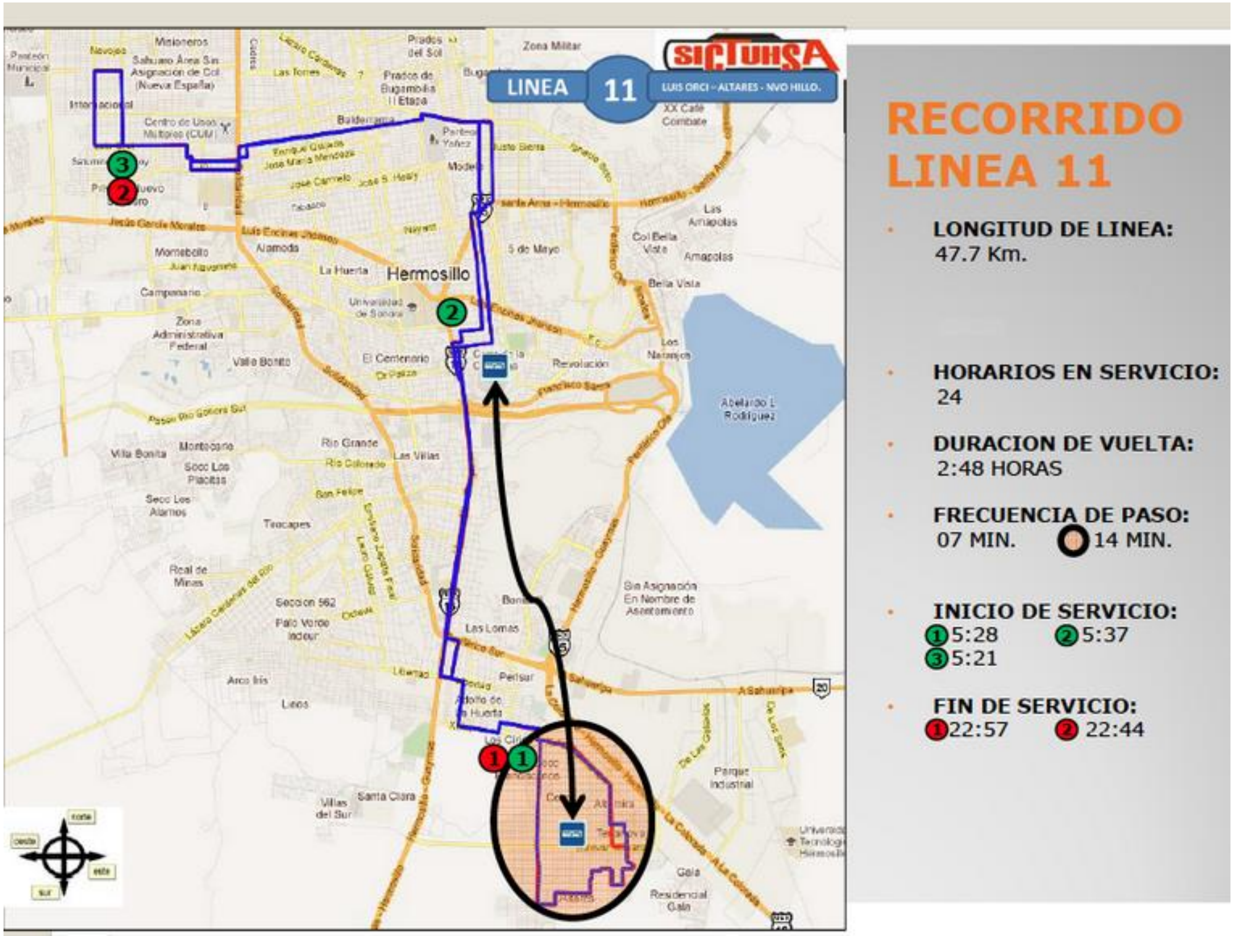
El transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora

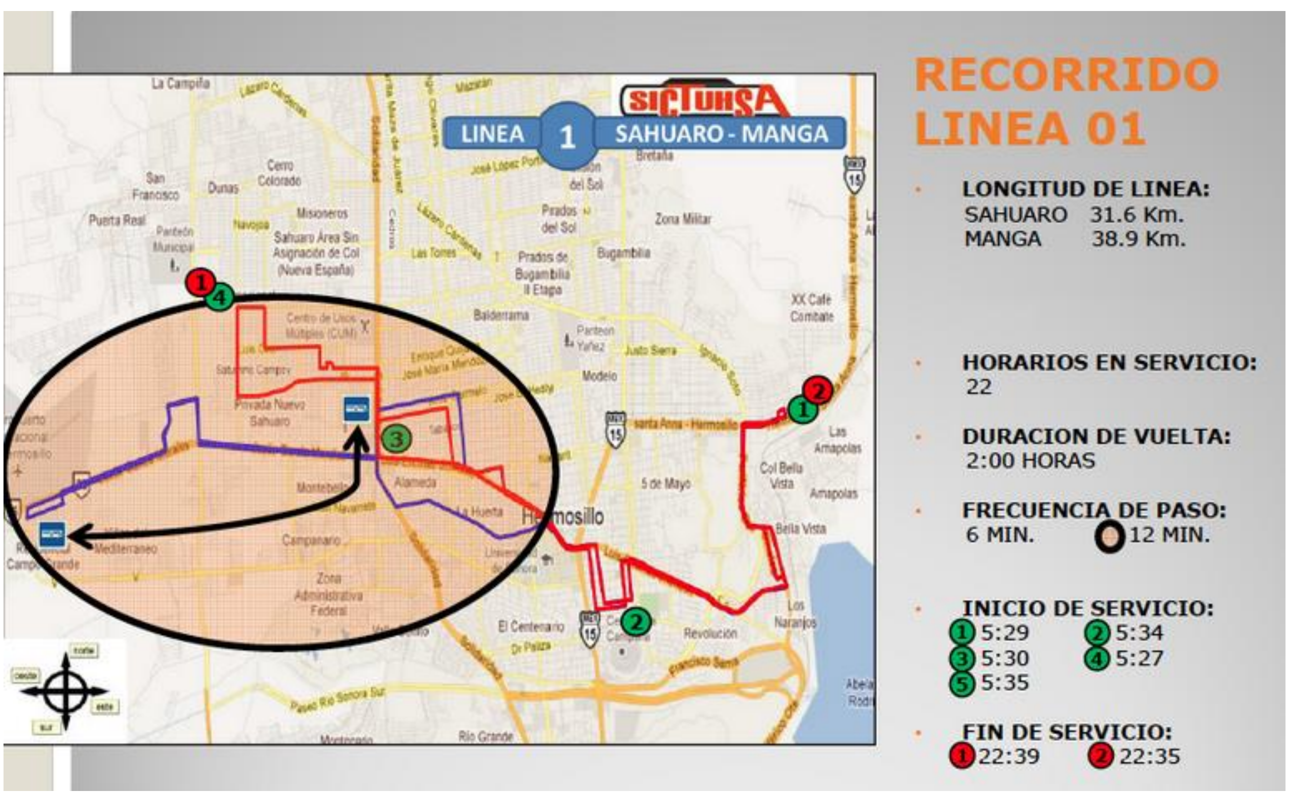
Actividad 1

El transporte público de la ciudad de Hermosillo, Sonora, juega un papel muy importante en el dinamismo de la comunidad, ya que miles de personas lo utilizan diariamente para poder llegar a tiempo a su trabajo, escuela, centros comerciales, etc. Con frecuencia se escuchan por los diversos medios de comunicación opiniones sobre el tema. Pero, ¿qué tanto conocemos de él? Con la actividad que se propone a continuación, esperamos darte a conocer algunos elementos importantes sobre el particular, y creemos que con ello te podrás dar una idea de si es verdad todo lo que se dice del transporte público de esta ciudad.

En los mapas que siguen se presenta información del recorrido de tres líneas de transporte: Línea 02, Línea 11 y Línea 01. Revísalos con atención, pues servirán de base para poder responder las preguntas que se formulan posteriormente.




SICTUHSA
LINEA 11
LUIS ORCI - ALTARES - NVO HILLO.
Hermosillo
RECORRIDO
LINEA 11
LONGITUD DE LINEA:
47.7 Km.
HORARIOS EN SERVICIO:
24
DURACION DE VUELTA:
2:48 HORAS
FRECUENCIA DE PASO:
07 MIN. 14 MIN.
INICIO DE SERVICIO:
1 5:28 2 5:37
3 5:21
FIN DE SERVICIO:
1 22:57 2 22:44


SICTUHSA
LINEA 1 SAHUARO - MANGA
Hermosillo
RECORRIDO
LINEA 01
LONGITUD DE LINEA:
SAHUARO 31.6 Km.
MANGA 38.9 Km.
HORARIOS EN SERVICIO:
22
DURACION DE VUELTA:
2:00 HORAS
FRECUENCIA DE PASO:
6 MIN. 12 MIN.
INICIO DE SERVICIO:
1 5:29 2 5:34
3 5:30 4 5:27
5 5:35
FIN DE SERVICIO:
1 22:39 2 22:35

1.- Entre las 3 líneas, ¿Cuál crees que es la más rápida? ¿En qué basas tu respuesta?

____

____

____

2.- Si comparamos la Línea 11 y la Línea 02, ¿Cuál recorre más kilómetros cuando han transcurrido 75 min del recorrido?

____

____

____

3.- ¿Cuál de las dos Líneas 01 (Sahuaro o Manga) recorre 29.175 km en 90 minutos?

____

____

____

____

____

4.- Una de las dos Líneas 01 recorre 23.7 km en 1hr y media y otra línea (Línea 02 o Línea 11) recorre 28 km en el mismo tiempo, ¿Cuáles son esas líneas que cumplen con lo antes mencionado?

____

____

____

____

____

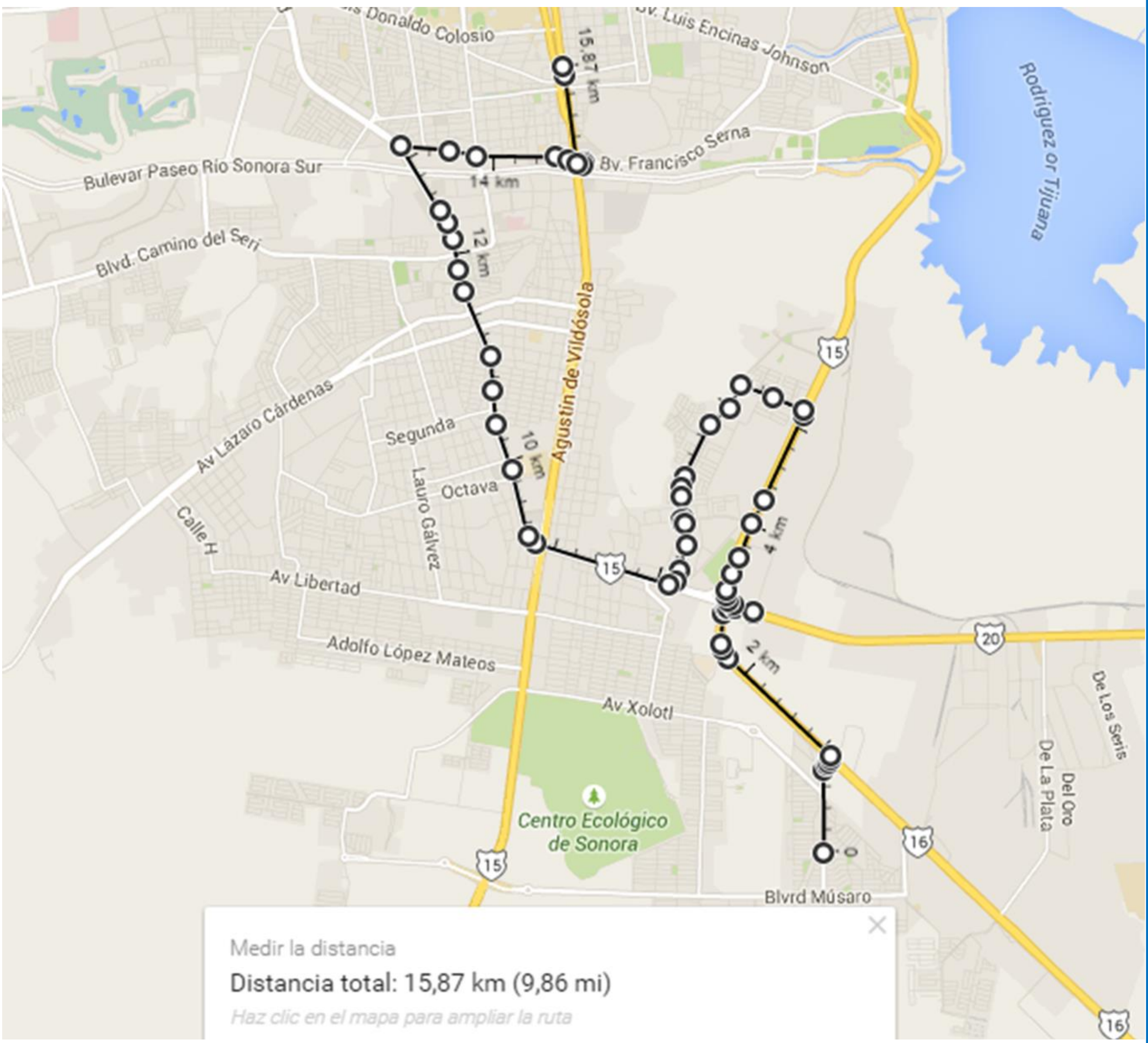
Actividad 2

Pedro y Fernando viven en la colonia Nuevo Hermosillo y quieren ir al centro a comprar un material para la escuela. En el momento de llegar a la parada del camión, Fernando se da cuenta que se le olvidó el dinero en su casa y le dice a Pedro que se vaya al centro y él lo alcanzaría allá.

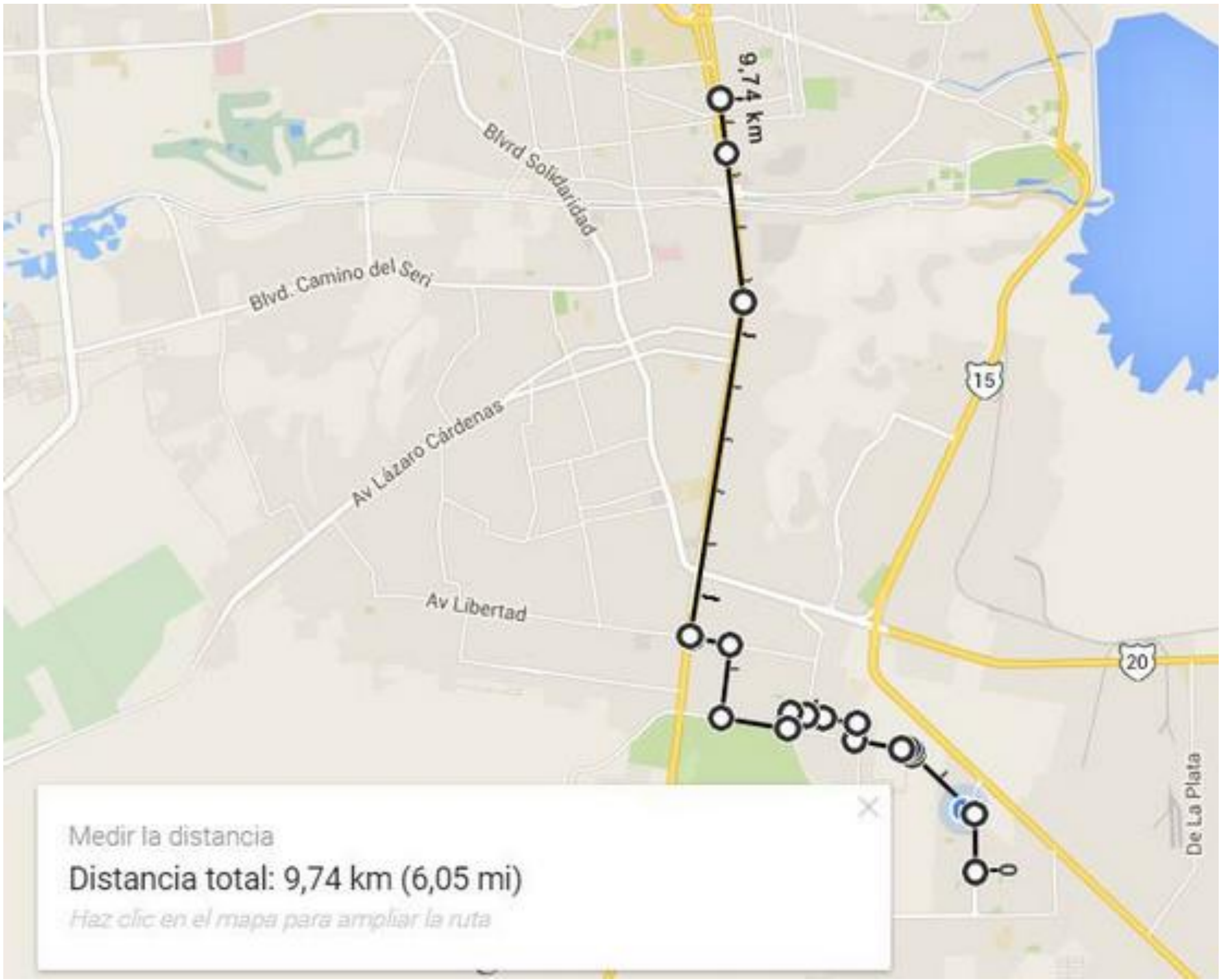
Después de ponerse de acuerdo, Pedro se sube a la Línea 02 a las 9 am, mientras que 15 minutos después Fernando toma la Línea 11.

A continuación se presentan las rutas que tienen las dos líneas mencionadas en el texto desde la colonia Nuevo Hermosillo hasta el Centro.

Línea 02



Línea 11



¿Cuál de los dos llegará primero al centro? Argumenta tu respuesta.

____

____

____

____

____

____

Actividad 3

Analiza la siguiente tabla, disponible en http://www.bus.sonora.gob.mx/rendición-de-cuentas/reporte-semanal.html correspondiente al reporte semanal de los días 8 al 14 de agosto de 2015 y contesta lo que se te pide a continuación.

Reporte Semanal

Datos de gestión del 8 al 14 de agosto de 2015

Año 2015 ▼ Mes agosto ▼ Semana Semana 2 ▼

	Sábado 8 de agosto	Domingo 9 de agosto	Lunes 10 de agosto	Martes 11 de agosto	Miércoles 12 de agosto	Jueves 13 de agosto	Viernes 14 de agosto	Total
Disponibilidad	81	60	95	101	100	97	94	628
Total Ingreso	$313,252.50	$188,184.50	$443,494.00	$436,127.50	$433,242.50	$416,625.50	$406,519.00	$2,637,445.50
Nómina	$0.00	$0.00	$0.00	$0.00	$0.00	$0.00	$682,022.00	$682,022.00
Consumo de diesel(litros)	9,054.03	6,688.08	11,000.44	12,306.38	12,617.31	11,554.04	10,041.19	73,261.47
Rendimiento diesel(km/Lt)	2.5	2.28	2.44	2.35	2.31	2.31	2.48	2.38
Aforo	47,437	28,536	68,686	67,876	67,774	65,131	63,163	408,603

Tabla 1. Reporte Semanal, Bus Sonora

a) De acuerdo a los recorridos de las líneas que te presentamos en la Actividad 1, para la Línea 01 Sahuaro, ¿Cuántos litros de diesel consume aproximadamente un camión, de acuerdo con los datos proporcionados en la Tabla 1? Responde esta pregunta para cada uno de los días, anotando las operaciones que utilices en la siguiente tabla.

Sábado 8	Domingo 9	Lunes 10

Martes 11	Miércoles 12	Jueves 13

Viernes 14

b) A partir de los datos del ingreso por los pasajes pagados y agrupando lo que se gasta por pago de nómina y consumo de diesel, ¿Hay ganancia al operar estos camiones? Considera que el litro de diesel tiene un costo de $14.20.

____

____

____

____

____

c) Si sumamos los gastos correspondientes al pago de nómina y al pago de diesel, ¿Cuál deberá ser el aforo para que no haya ni pérdidas ni ganancias? Entenderemos por aforo al número de pasajeros que pagaron su boleto. Recuerda que existen diferentes tarifas de pasaje.

____

____

____

____

____

____

Actividad 4

En la siguiente tabla se muestra el ingreso mensual que tuvo Bus Sonora durante doce meses. Analiza la tabla y contesta lo que se pide:

Ingreso

Año	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014	2014
Mes	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Ingreso Prepago	1,623,489.00	2,347,735.00	2,725,787.00	2,902,750.00	2,567,357.00	2,299,499.00	1,968,690.00	1,857,490.00
Ingreso Efectivo	7,688,033.51	10,784,976.80	12,159,179.50	13,996,190.00	13,165,263.00	12,178,061.00	10,951,752.00	11,148,597.00
Total Ingreso	9,311,798.51	13,132,711.80	14,884,966.50	16,898,940.00	15,732,620.00	14,477,560.00	12,920,442.00	13,006,087.00

2015	2015	2015	2015	2015	TOTALES
Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	
1,788,776.00	1,659,931.00	1,748,469	1,676,725		**25,166,698.00**
10,301,649.00	9,258,814.00	10,087,628	9,455,990		**131,176,133.81**
12,090,425.00	10,918,745.00	11,836,097	11,132,715		**156,342,831.81**

Tabla 2, Ingresos, Bus Sonora

a) De acuerdo al total de ingreso de los meses del año 2015, ¿a qué porcentaje corresponden los ingresos por prepago?

____

____

____

____

b) ¿Cuántas personas necesitaron usar el transporte público para que en el mes de Octubre de 2014 se tuviera ese ingreso en efectivo?

____

____

____

c) El ingreso total correspondiente al periodo Mayo 2014-Abril 2015 fue de $156´342,831.81 ¿a qué porcentaje de esa cantidad corresponde el ingreso en efectivo que se tuvo en ese mismo periodo?

____

____

____

____

d) De julio a agosto de 2014 el ingreso total se incrementó en una cierta cantidad. ¿Qué porcentaje del monto total representa dicho incremento?

____

____

____

____

e) ¿Cuál mes del 2015 fue el más bajo en ingresos por prepago?

____

Actividad 5. ¿Qué aprendimos?

1. Con la información proporcionada en las actividades anteriores sobre el transporte público en la ciudad de Hermosillo, Sonora. ¿Conocías anteriormente alguna de esta información? Señala algún aspecto que te haya parecido particularmente interesante.

   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

2. Al momento de resolver las actividades anteriores ¿Qué conocimientos matemáticos utilizaste? ¿Aprendiste algo nuevo?

   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

Área de figuras congruentes

Actividad

Se tiene un cuadrado con vértices ABCD y 6 centímetros de lado, como se muestra en la Figura 1:

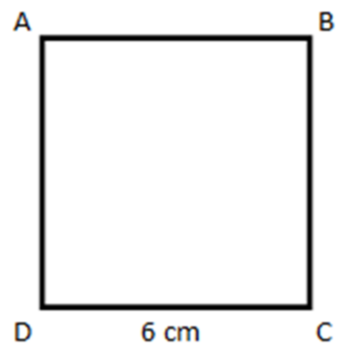


Figura 1

Tracemos dos rectas perpendiculares entre sí, tal y como se muestra en la Figura 2. Con este trazo, el cuadrado original se divide en 4 partes.

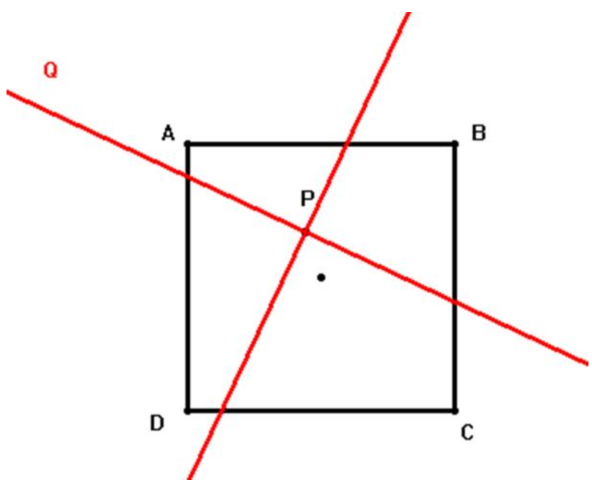
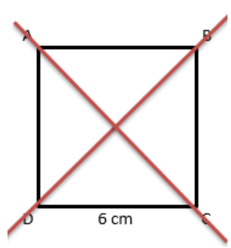
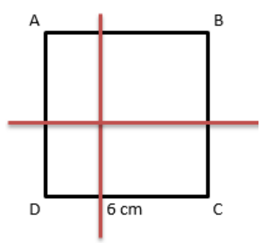


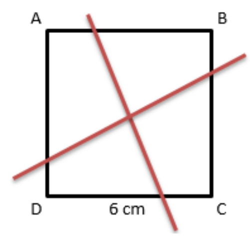
Figura 2

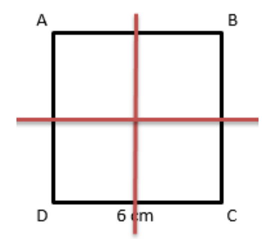
1.- ¿Existirá una manera en la cual se podrán acomodar las rectas, de tal forma que el cuadrado quede dividido en 4 partes que tengan la misma área? Si tu respuesta es afirmativa, muestra tu construcción y justifica tu respuesta.

2.- De las siguientes figuras, encierra en un círculo aquellas en las cuales consideres que los cuadrados están divididos en 4 partes con áreas iguales.









3.- ¿Encuentras alguna similitud en las imágenes que encerraste en el inciso 2? Si tu respuesta es afirmativa menciona cuál.

4.- ¿Crees que existen más formas en las cuales pueda ser dividido el cuadrado en cuatro secciones con la misma área? Si tu respuesta es afirmativa, propón otra manera.

5.- ¿Se podrán contar todas las maneras posibles que hay para dividir el cuadrado? Justifica tu respuesta.

____

____

6.- Para ayudarte a corroborar tu respuesta, podrás utilizar el archivo "área del cuadrado.ggb", en donde deberás manipular el cuadrado y las diferentes formas de dividirlo. Una vez que hayas trabajado con el archivo, regresa y escribe alguna conclusión sobre lo que hiciste. ¿Coincide lo que observaste con la respuesta que diste en el inciso 5?

____

____

____

____

____

7. Intenta escribir una conjetura sobre lo observado y analizado anteriormente.

____

____

____

____

8. ¿Pasará lo mismo si el lado del cuadrado se modifica? ¿Qué hiciste para responder a esta pregunta? Tu respuesta a esta pregunta, ¿Cambia la conjetura que escribiste en el punto 7?

____

____

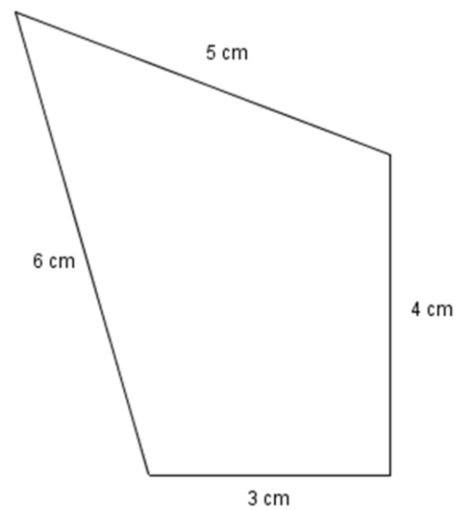
____

____

Área de un cuadrilátero irregular

Actividad

Si se tiene el siguiente cuadrilátero irregular



1.- ¿Cómo podrías calcular el área del cuadrilátero?

___

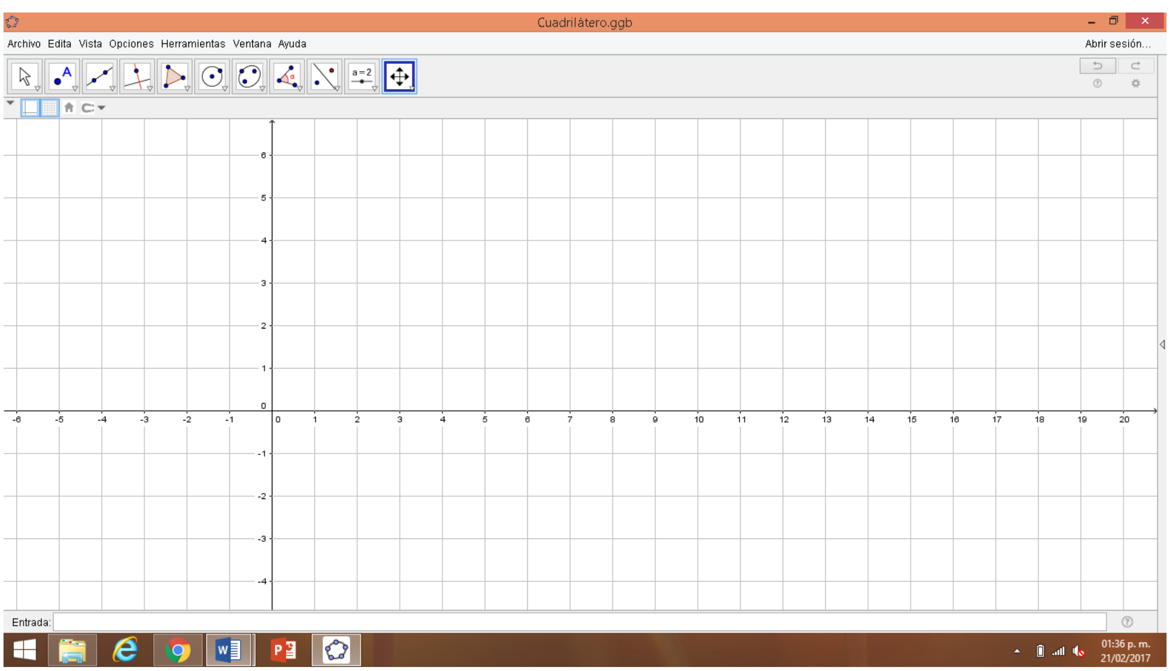
___

___

2.- Utiliza tu respuesta anterior para calcular el área

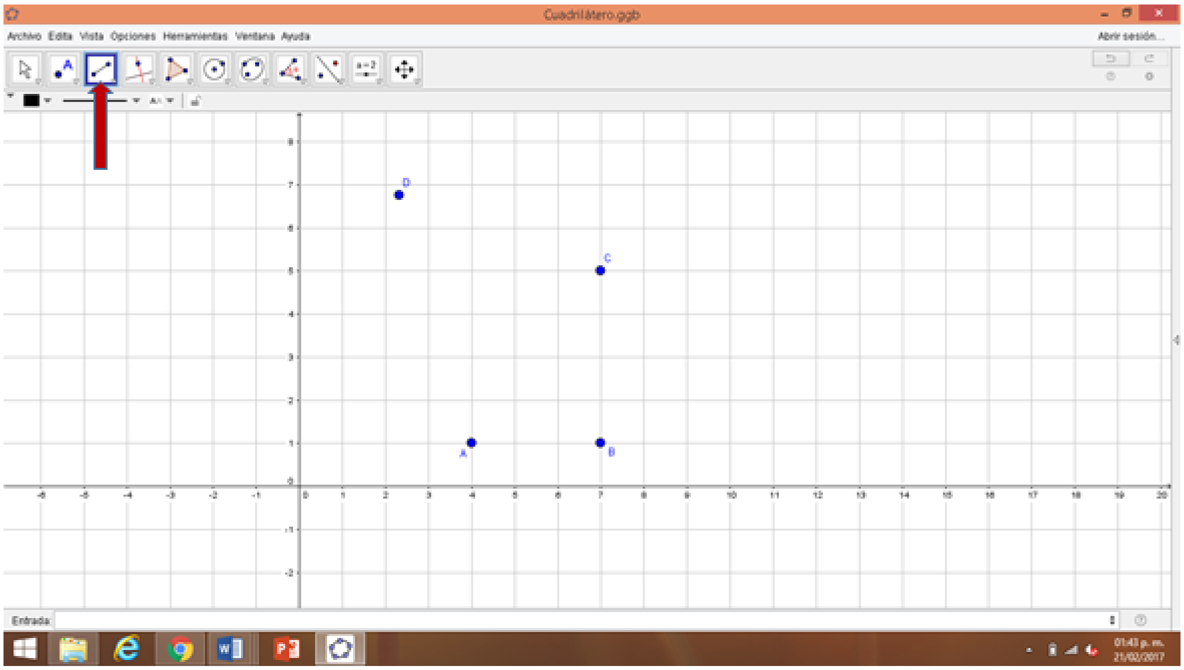
3.- Ahora cambiaremos el ambiente de trabajo. Construye el cuadrilátero anterior siguiendo las instrucciones.

a) Abre el archivo Cuadrilátero.ggb, verás la siguiente pantalla:

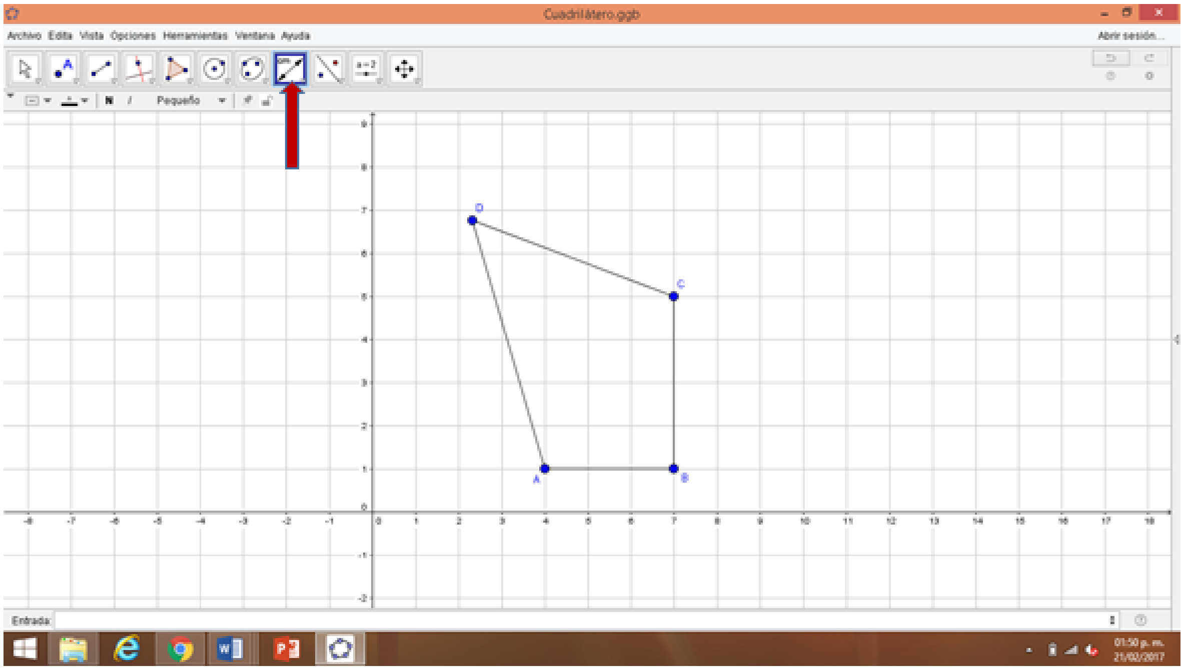


b) Localiza los puntos A(4,1), B(7,1), C(7,5) y D(2.32,6.76)

c) Une esos puntos con la herramienta “Segmento” para formar un cuadrilátero; dicha herramienta está señalada en la pantalla siguiente con una flecha roja.



d) Verifica si cada uno de sus lados miden lo mismo que el cuadrilátero mostrado anteriormente. Para ello utiliza la herramienta “Distancia o longitud” y obtén la medida de sus lados. Deberás tener lo que se muestra en la siguiente pantalla y la dicha herramienta está señalada con una flecha roja.



e) Calcula el área del cuadrilátero en el software GeoGebra utilizando la respuesta que escribiste en la pregunta uno.

f) Verifica si el área es la misma que obtuviste en el punto 2.

g) Si se manipula el cuadrilátero, pero sin cambiar las medidas de sus lados, ¿Crees que cambiará su área o permanecerá fija?

____

____

____

h) Construye otro cuadrilátero con las mismas medidas que tienen los lados del cuadrilátero mostrado al inicio de la actividad.

i) ¿Cómo calcularías el área del nuevo cuadrilátero?

____

____

____

____

j) Utiliza el software y la estrategia escrita en el inciso i) para calcular el área del cuadrilátero que construiste.

k) Compara esa área con la del primer cuadrilátero. ¿los dos cuadriláteros tienen la misma área? ¿por qué crees que esto sucede?

____

____

____

____

l) ¿Conoces alguna estrategia que puedas usar para calcular el área de cuadriláteros irregulares? En caso de que tu respuesta sea afirmativa, escríbela a continuación.

____

____

____

____

m) Si en lugar de un cuadrilátero tuviéramos un triángulo, ¿cambiaría su área si alteramos su forma, pero sin modificar las medidas de sus lados? Argumenta tu respuesta.

____

____

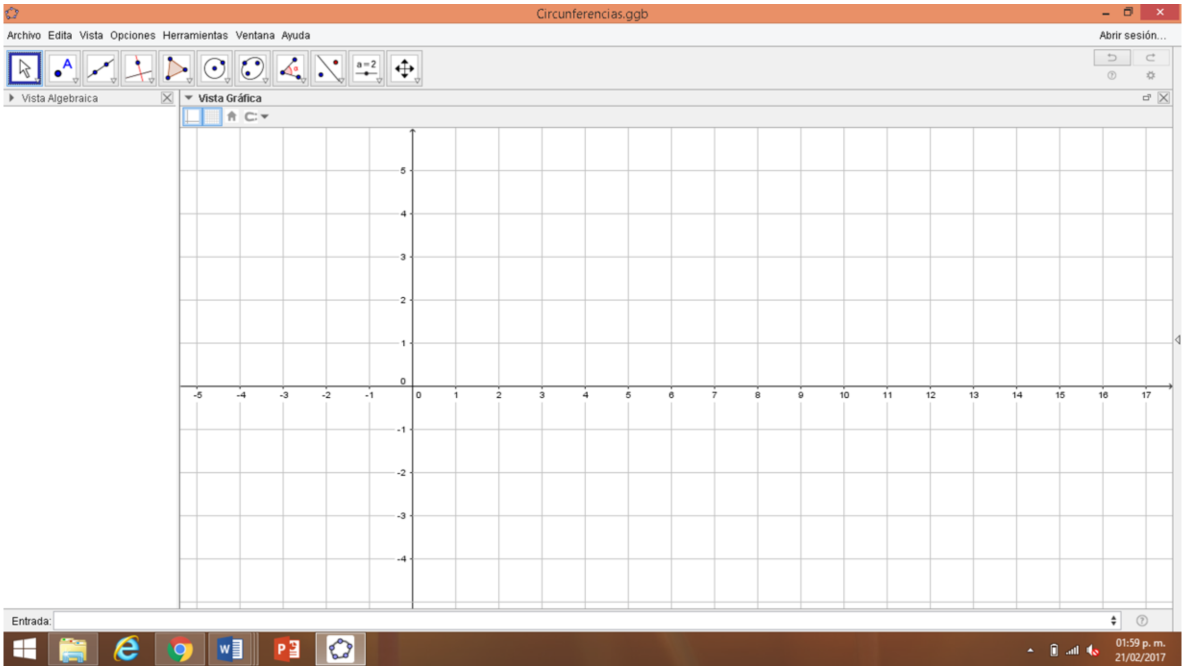
____

____

Circunferencias secantes

Actividad

1.- Abre el archivo Circunferencias.ggb, observarás la siguiente pantalla:



2.- Traza las circunferencias $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ y $(x-7)^2+(y-1)^2=9$

3.- ¿Las circunferencias se intersectan?

____

____

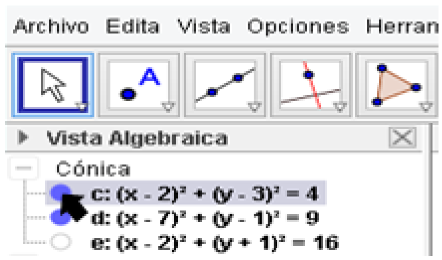
4.- Manipula esas circunferencias en el applet para contestar lo siguiente; ¿Qué podrías modificarles a las circunferencias para que se corten entre sí?

____

____

____

5.- En la Vista Algebraica oculta la circunferencia $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ presionando el botón azul como se indica en la siguiente imagen dejando visible la otra y traza la circunferencia $(x-2)^2+(y+1)^2=16$.

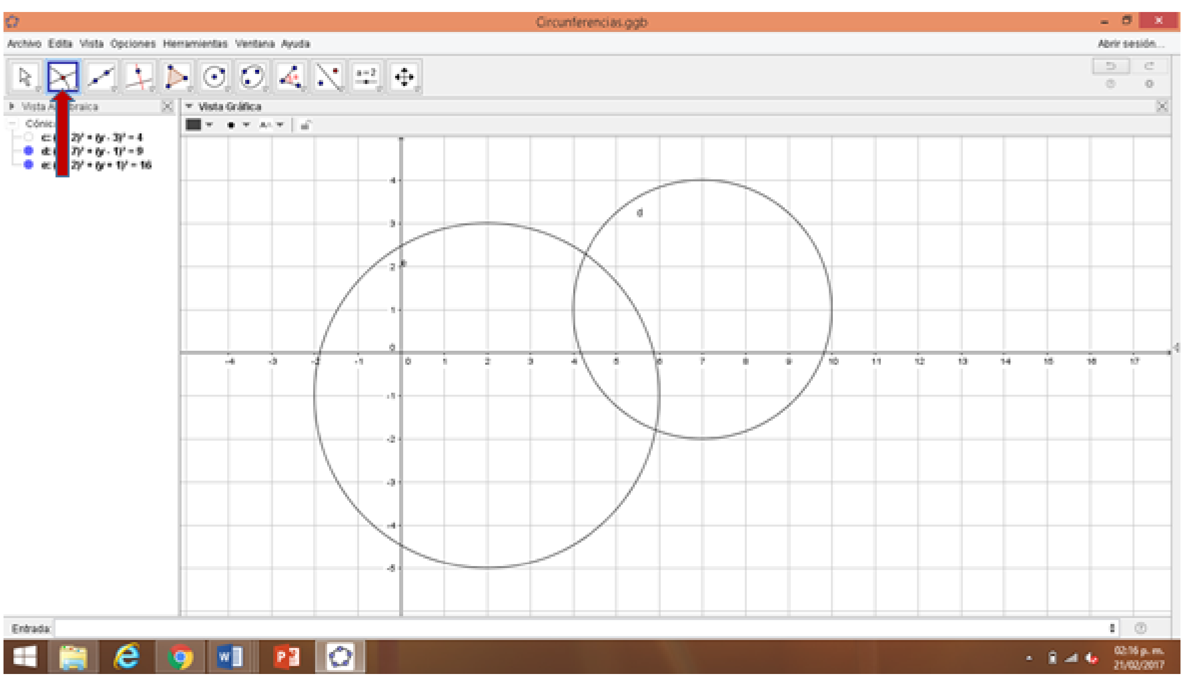


6.- ¿Estas circunferencias se intersectan? ¿En cuántos puntos?

____

7.- Utiliza la herramienta "Intersección" para encontrar los puntos donde las circunferencias se intersectan y escribe sus coordenadas. Dicha herramienta se señala en la pantalla siguiente con una flecha roja.

____



8.- Utiliza la herramienta “Medio o Centro” para encontrar el centro de las dos circunferencias. (Esta herramienta se encuentra en el mismo apartado que la herramienta “Intersección” del punto anterior)

9.- Une los centros y escribe la medida de la longitud de ese segmento.

____

10.- Usa la herramienta “Punto en objeto” (se encuentra en el mismo menú donde está la herramienta “Medio o Centro” ver pregunta 8) y obtén el radio de las dos circunferencias, mueve esos puntos por las circunferencias y verifica que exactamente corresponden a su radio; escribe la medida de cada uno de los radios.

____

11.- ¿Cuánto mide la suma de los radios de las circunferencias?

____

12.- ¿Cuánto es la diferencia de sus radios?

____

13.- Vuelve a realizar los pasos anteriores para cada par de circunferencias que se indiquen y completa la siguiente tabla. El ejemplo es de los datos obtenidos anteriormente.

Circunferencias	Número de puntos de intersección	Medida de la unión de los centros de las circunferencias	Medida de los dos radios	Medida de la suma de los radios	Medida de las diferencias de los radios
$(x-7)^2+(y-1)^2=9$ $(x-2)^2+(y+1)^2=16$	2	5.39	$r_1=4$ $r_2=3$	7	1
$(x+4)^2+(y-2)^2=25$ $(x-1)^2+(y+3)^2=10$					
$(x-1)^2+(y-4)^2=8$ $(x-10)^2+(y+2)^2=33$					
$(x-4)^2+y^2=36$ $(x-10.66)^2+(y-8.76)^2=88.27$					
$(x-3)^2+(y+1)^2=15$ $(x-6)^2+(y+5)^2=49$					
$(x-8)^2+(y-7)^2=41$ $x^2+y^2=18$					
$(x-9)^2+(y-3)^2=64$ $(x-9)^2+(y-3)^2=25$					

14.- Con los datos obtenidos en la tabla, escribe algunas características que observes entre los diferentes pares de circunferencias.

____

____

____

____

15.- Trata de escribir las condiciones que tienen que tener dos circunferencias para que sean secantes.

____

____

____

____

Cuadrilátero ABCD

Actividad

1.- Abre el applet GeoGebra

2.- Coloca la cuadrícula en el área de trabajo

3.- Localiza los puntos A(-3,-1), B(2,-2), C(4,2) y D(-2,4)

4.- Une esos puntos con la herramienta “polígono”, ¿Qué figura se forma?

____

5.- Traza los puntos medios de cada lado del cuadrilátero ABCD, utiliza la herramienta “Medio o Centro” y renombra esos puntos como M, N, O y P.

6.- Utiliza la herramienta “polígono” para unir esos puntos, ¿Qué características encuentras en ese nuevo cuadrilátero MNOP?

____

____

____

7.- Ahora traza los puntos medios de cada lado del cuadrilátero MNOP y une esos puntos. ¿Qué puedes decir de ese cuadrilátero EFGH formado?

____

____

____

____

8.- ¿Qué puedes decir acerca de las áreas del cuadrilátero MNOP y del cuadrilátero EFGH? Justifica tu respuesta.

____

____

____

____

9.- Si se vuelve hacer el mismo procedimiento de sacar los puntos medios del cuadrilátero EFGH y unirlos, ¿Qué puedes decir acerca de las áreas de los nuevos cuadriláteros?

____

10.- Obtén el área del cuadrilátero ABCD y menciona qué relación tiene respecto al área del cuadrilátero MNOP.

____

____

____

____

11.- ¿Tendrán la misma relación las áreas de los cuadriláteros MNOP y HEFG?

____

____

____

____

12.- Puedes utilizar GeoGebra para visualizar si se sigue cumpliendo esa relación con los demás cuadriláteros construidos en esta actividad.

13.- Intenta establecer una conjetura general con lo observado en el desarrollo de la actividad.

____
____
____
____
____

La siguiente pregunta es opcional.

14.- ¿Cómo podrías argumentar la validez de la conjetura escrita anteriormente?

____
____
____
____

Ubicación de una circunferencia en el plano cartesiano

Actividad

1. La gráfica de la circunferencia cuya ecuación es $(x-5)^2+(y-2)^2=16$, ¿Está completamente contenida en el primer cuadrante? ¿Qué estrategia seguirías para responder a la pregunta, pero sin necesidad de trazar la gráfica?

____

____

____

____

____

____

2. Propón al menos tres circunferencias cuyas gráficas estén contenidas en el primer cuadrante, siguiendo la estrategia del punto 1. Después de eso, traza un bosquejo de dichas gráficas en lápiz y papel.

____

____

____

____

Corrobora tus resultados con el software GeoGebra.

Ecuación de la circunferencia	Gráfica

3. Si la representación algebraica de una circunferencia, dadas las coordenadas de su centro y la medida de su radio, es $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, ¿Qué condiciones se deben cumplir para que su gráfica siempre esté contenida en el primer cuadrante? ¿Cómo deben ser h, k?

4. En los siguientes incisos se proporcionan las coordenadas del centro y del radio de algunas circunferencias. ¿Cuáles de ellas tienen su gráfica contenida en el segundo cuadrante?

a) $C(-3,4);\ r = 2$ ____

b) $C(0,8);\ r = 5$ ____

c) $C(-9,7);\ r = 6$ ____

d) $C(-14,10);\ r = 8$ ____

e) Utilizar GeoGebra para graficar las circunferencias mencionadas y corrobora tus respuestas.

Ecuación de la circunferencia	Gráfica
a)	
b)	
c)	
d)	

5. ¿Qué condiciones debe de cumplir la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, para que su gráfica siempre esté contenida en el segundo cuadrante? ¿Cómo deben ser h, k?

____

____

____

____

____

____

6. ¿Qué condiciones debe de cumplir la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, para que su gráfica siempre esté contenida en el tercer cuadrante? ¿Cómo deben ser h, k? Ejemplifica.

____

____

____

____

____

____

7. ¿Qué condiciones debe de cumplir la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, para que su gráfica siempre esté contenida en el cuarto cuadrante? ¿Cómo deben ser h, k? Ejemplifica.

____

____

____

____

____

____

8. ¿Qué condiciones debe de cumplir la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, para que su centro esté sobre el eje de las x?

____

____

____

9. ¿La recta $y = 7$ es tangente a la circunferencia $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 16$? ¿Cuáles son las coordenadas del punto de tangencia?

10. ¿Qué condición, (o condiciones), tendría que cumplir la circunferencia

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2,$$

para asegurar que es tangente a la recta $y = 7$?

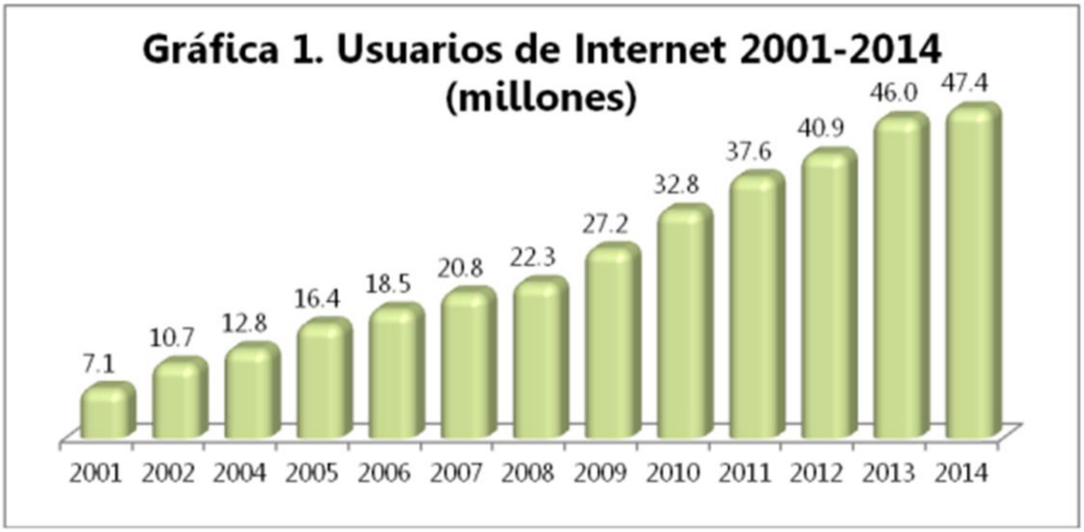
11. ¿Qué condición (o condiciones) tendría que cumplir la circunferencia

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2,$$

para asegurar que es tangente tanto a la parte positiva del eje X como a la parte negativa del eje Y?

El internet

Actividad



Fuente: Módulo sobre Disponibilidad y Uso de las Tecnologías de la Información en los Hogares (MODUTIH), 2014

El 14 de mayo de 2015, el Instituto Nacional de Estadística Geográfica e Informática (INEGI) presentó un documento con tema "Sus estadísticas a propósito del día mundial de internet"; en él se muestran datos nacionales referentes al uso del internet.

1.- ¿Por qué crees que el internet se ha convertido en una herramienta fundamental para los ciudadanos?

____

____

____

____

2.- ¿Qué actividades se pueden desarrollar con la ayuda del internet?

____

____

____

3.- ¿Para qué utilizas el internet? ¿Qué páginas consultas con frecuencia?

____

____

4.- De la Gráfica 1, ¿De qué año a que año se dio el mayor incremento de usuarios de internet?

____

5.- ¿Cuáles son las variables que observas en la gráfica?

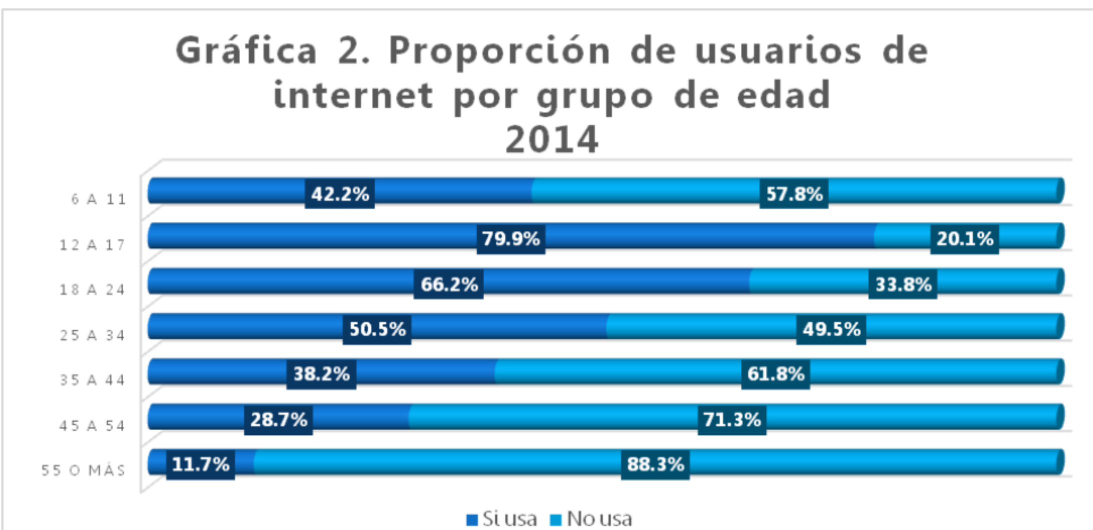
____

6.- De tu respuesta anterior, ¿Cuál es la variable independiente y dependiente?

____

____

A partir del análisis de la gráfica 2



Fuente: MODUTIH, 2014

7.- ¿Entre que rango de edades las personas usan más el internet?

____

8.- ¿Cuál es el rango en el que las personas usan menos el internet?

____

9.- ¿Conoces otro tipo de gráfica que puedas utilizar para representar los mismos datos mencionados en la Gráfica 2? Menciona cual utilizarías y por qué.

____

____

____

____

De las principales actividades realizadas en Internet reportadas en el 2014, fueron la de obtener información con el 67.4%, para acceder a redes sociales 39.6%, para comunicarse 38.5%, para apoyar la educación 36.7%, para entretenimiento 36.3%, para operaciones bancarias 1.5%, para interactuar con el gobierno 1.3% y otros usos con 1%.

10.- Elabora una tabla con la información antes mencionada y grafica los datos.

11.- Grafica un histograma, un polígono de frecuencias y un polígono de frecuencias acumuladas con los datos de la tabla antes elaborada.

12.- ¿Cuál de las representaciones gráficas anteriores refleja de mejor manera la información y por qué?

____

____

____

____

13.- ¿Se podría construir una gráfica de pastel con los mismos datos que obtuviste en la tabla de la pregunta 10? Explica tu respuesta

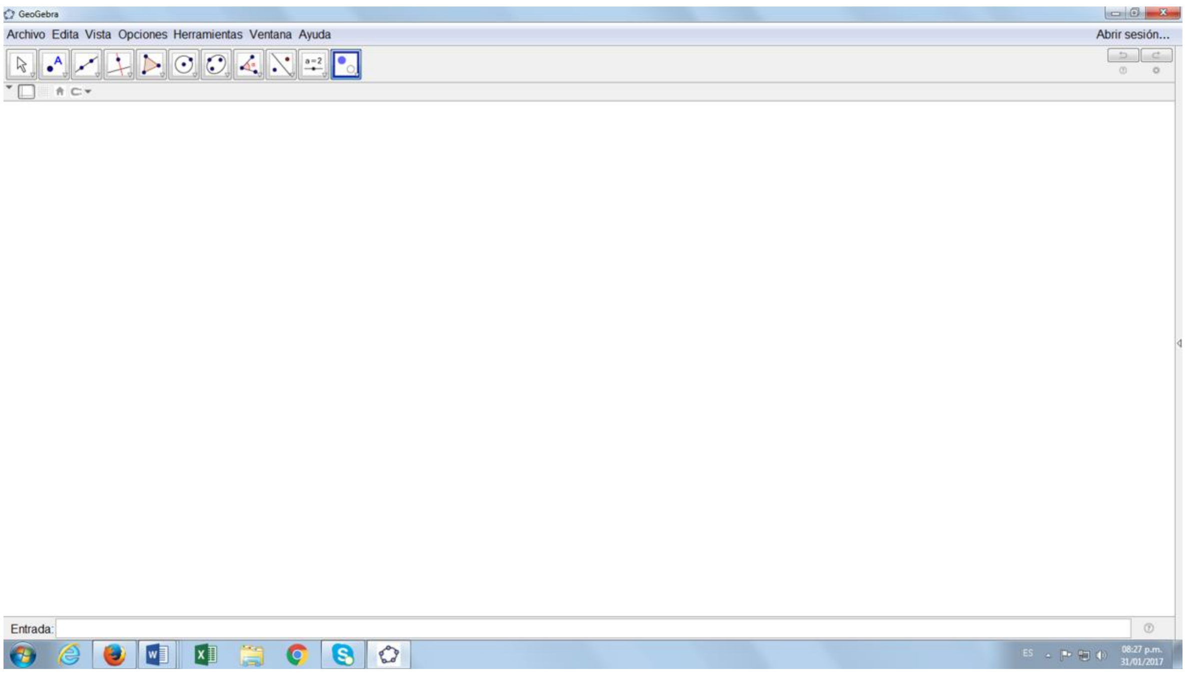
14.- ¿Por qué la suma de los porcentajes mencionados en la pregunta 10 es mayor al 100%?

15.- Escribe otra pregunta que pudiera formularse a partir de los datos proporcionados en las Gráficas 1 y 2, que no hayan sido mencionadas a lo largo de esta actividad. Escribe también su respuesta.

Rectas notables en el triángulo

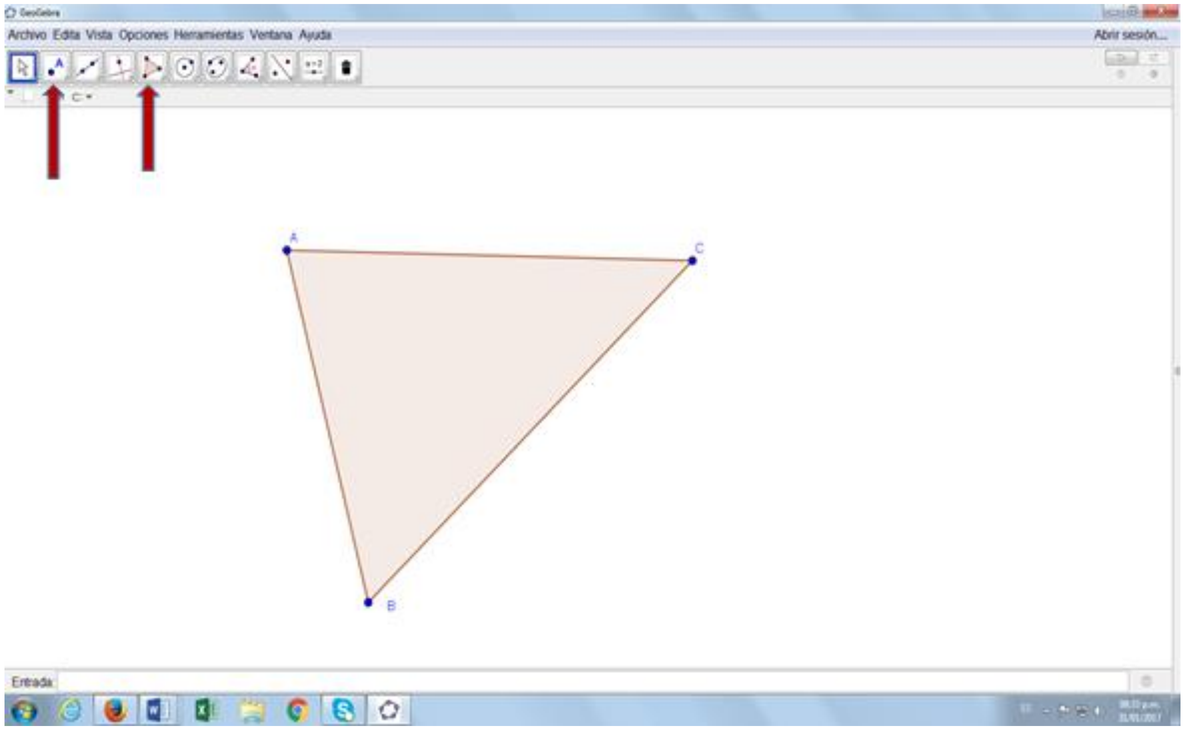
Actividad 1. Las medianas

Para iniciar esta actividad, procederemos a trazar un triángulo. Para ello sigue las siguientes instrucciones. Abre el archivo RNB.ggb; al hacerlo verás la siguiente pantalla:



Con la herramienta “Punto” traza tres puntos no colineales, es decir, que no estén ubicados en la misma línea recta. Posteriormente únelos con la herramienta “Polígono” para formar un triángulo; ambas herramientas están señaladas en la pantalla siguiente con flechas rojas.

El triángulo que se muestra en la pantalla en solo un ejemplo, no necesariamente coincidirá con tu construcción o la de tus compañeros.



Ahora, con la herramienta "Medio o Centro", traza el punto medio del segmento AB, llámalo M. Posteriormente, haciendo uso de la herramienta "Recta" une el punto M y el vértice C. La recta así formada se llama MEDIANA, y es una de las rectas notables en un triángulo.

a) A partir de la construcción, ¿Cómo definirías a la mediana de un triángulo?

____

____

____

b) ¿Cuántas medianas se podrán construir en un triángulo?

____

c) Traza las otras medianas que podrían construirse en el triángulo que ya tienes. ¿Qué sucede con todas las medianas que trazaste?

____

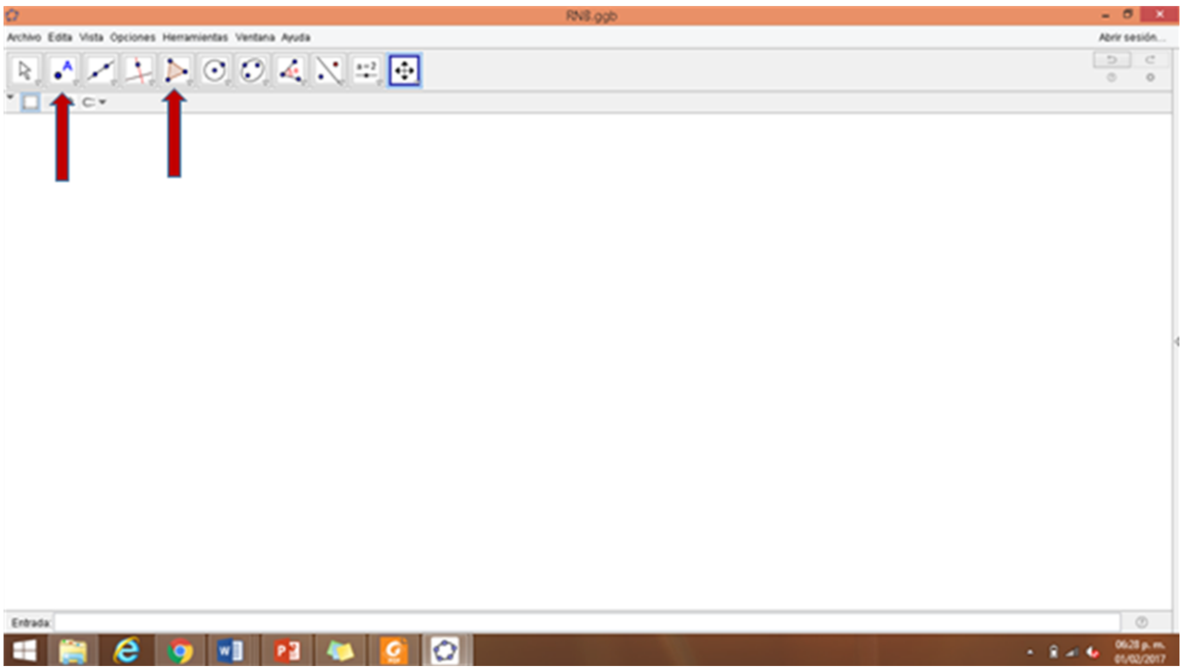
____

____

Actividad 2. Las mediatrices

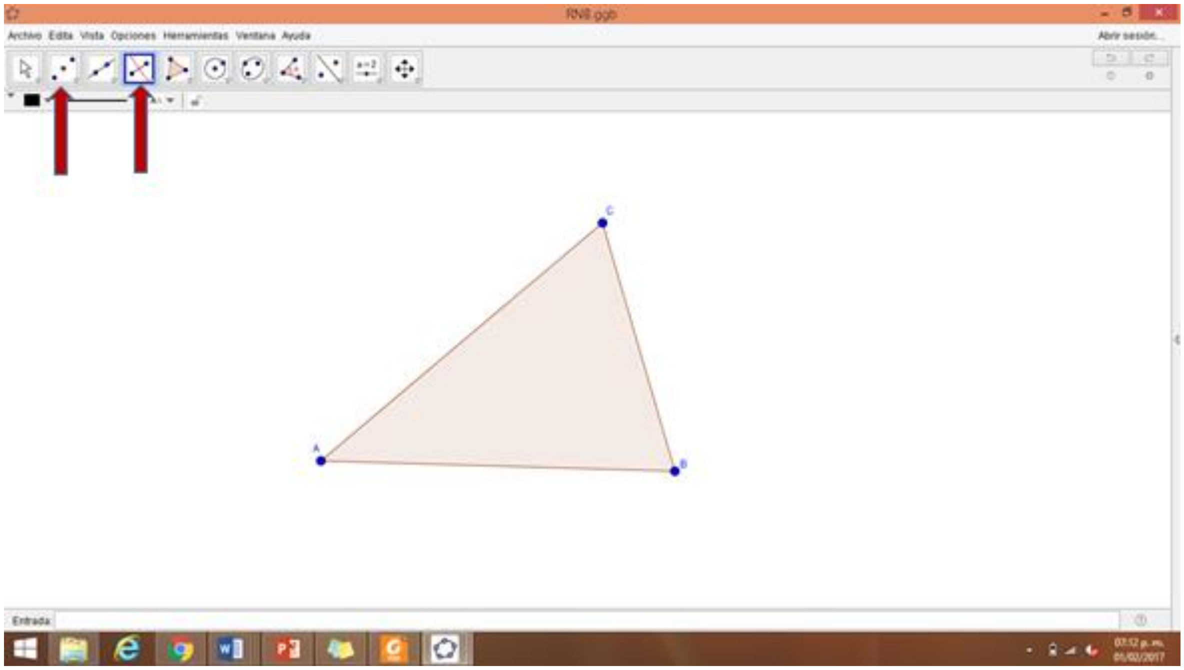
Para empezar la actividad, primeramente, debes de trazar un triángulo. Sigue las siguientes instrucciones para construirlo. Abre el archivo RNM.ggb.

Con la herramienta “Punto” traza tres puntos no colineales, es decir, que no estén ubicados en la misma línea recta. Posteriormente únelos con la herramienta “Polígono” para formar un triángulo; ambas herramientas están señaladas en la siguiente pantalla con flechas rojas.



Con la herramienta “Medio o Centro”, traza el punto medio del segmento BC, llámalo M. Posteriormente, utiliza la herramienta “Mediatriz” y obtén la mediatriz del segmento BC. Ambas herramientas están señaladas en la pantalla siguiente con flechas rojas.

Un ejemplo de lo construido hasta este momento es el triángulo que se muestra en la pantalla, no necesariamente coincidirá con tu construcción o la de tus compañeros.



a) Observando tu construcción, ¿Cómo definirías a la mediatriz de un triángulo?

____

____

____

b) ¿Cuántas mediatrices se podrán construir en un triángulo?

____

c) Traza las otras mediatrices que podrían construirse en el triángulo que ya tienes. ¿Qué sucede con todas las mediatrices que trazaste?

____

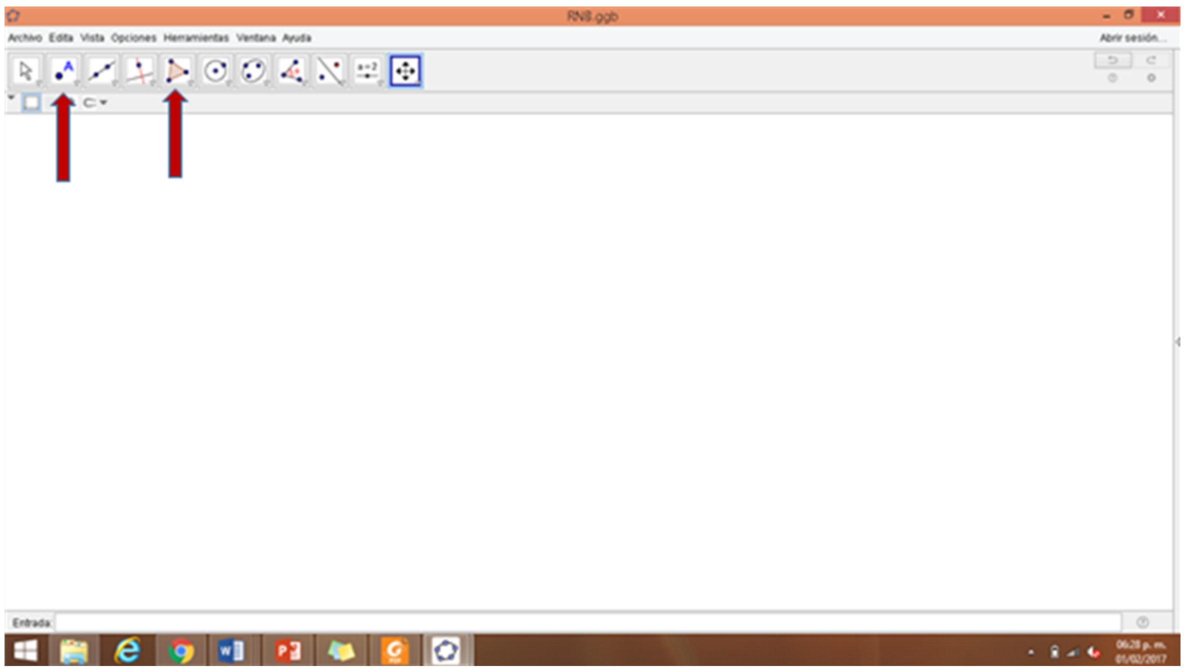
____

____

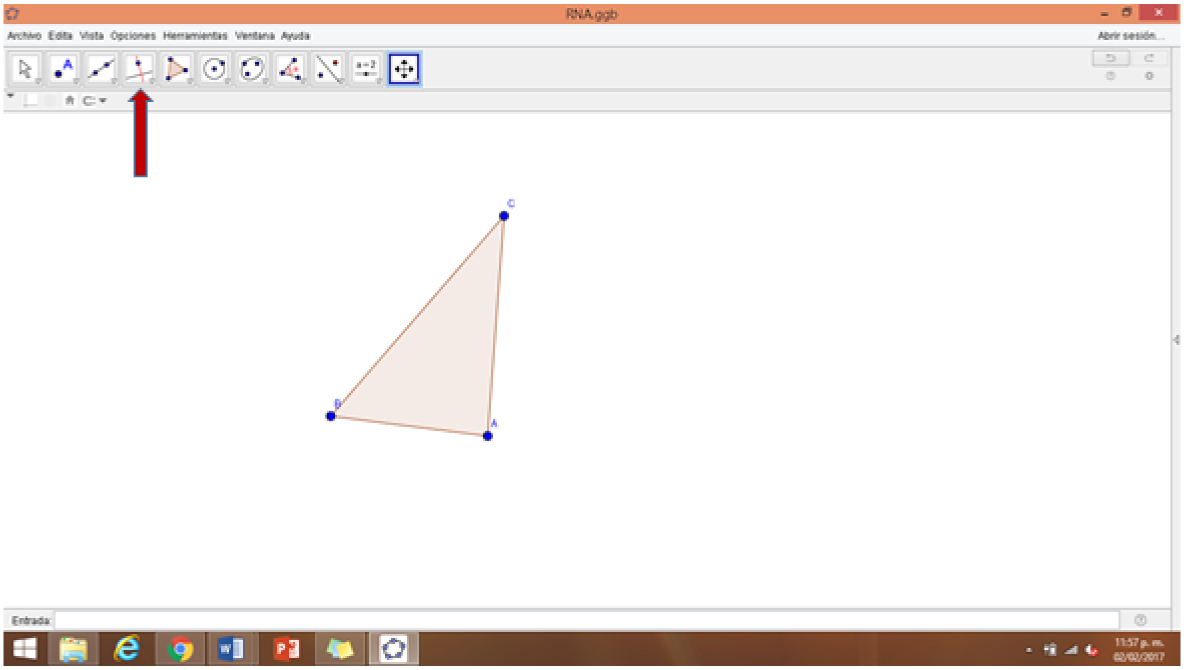
Actividad 3. Las alturas

Necesitarás construir un triángulo para empezar la actividad. Primero abre el archivo RNA.ggb

Observarás la siguiente pantalla, con la herramienta “Punto” traza tres puntos no colineales y posteriormente únelos con la herramienta “Polígono” para formar un triángulo; ambas herramientas están señaladas con flechas rojas.



Con la herramienta “Perpendicular”, traza la recta perpendicular desde el vértice A al lado opuesto BC. Un ejemplo de lo construido hasta este momento es el triángulo que se muestra en la pantalla, no necesariamente será el mismo que tu construcción o la de tus compañeros. La herramienta está señalada con una flecha roja.



La recta formada al realizar el paso anterior se llama ALTURA, y es una de las rectas notables en un triángulo.

a) A partir de la construcción, ¿Cómo definirías a la altura de un triángulo?

____

____

____

b) ¿Cuántas alturas crees que se podrán construir en un triángulo? Argumenta tu respuesta.

____

c) Traza las otras alturas que podrían construirse en el triángulo. ¿Qué sucede con todas las alturas que trazaste?

____

____

____

Redes sociales

Actividad

Hoy en día las redes sociales juegan un papel importante en la vida del hombre, pero te has puesto a pensar en ¿Cuáles son las más populares para la sociedad? Aquí te mencionamos las redes sociales que cuentan con mayor número de usuarios activos en los años 2013, 2014 y 2016.

2014	2015	2016
1.28 Billones	1.1 Billones	1.55 Billones
You Tube 1 Billón	1 Billón	1.3 Billones
540 Millones	300 Millones	418 Millones
255 Millones	500 Millones	320 Millones
Instagram 200 Millones	150 Millones	400 Millones

De acuerdo con la información dada en la tabla anterior, responde:

a) ¿Cuál de las redes creció más? Argumenta tu respuesta.

____

____

____

Basado en las personas que habitan tu comunidad,

b) ¿Qué red social es la que más usan? ¿Cambiarías el orden de importancia de las redes sociales que aparecen en la tabla anterior?

____

____

____

____

c) ¿Cuál es el porcentaje de crecimiento de 2014 al 2015 de cada red social? ¿Cuál fue el procedimiento que seguiste para calcularlo?

Facebook _______________________________________

YouTube _______________________________________

Google + _______________________________________

Twitter _______________________________________

Instagram _______________________________________

d) De los usuarios que tuvo Facebook en el año 2015, 61 millones corresponden a usuarios de nuestro país. ¿Cuál es el porcentaje de usuarios en México en el año 2015?

____

____

____

e) En 2014, Google registró unos ingresos de 3,450 millones de dólares, lo que representó un aumento del 3.1% respecto al año 2013 ¿Cuánto dinero se obtuvo en el año 2014?

____

____

____

____

____

f) De los usuarios de Facebook en el año 2016 el 66% se conectan cada día, ¿A cuántos usuarios corresponde este porcentaje?

____

____

g) De acuerdo con la tabla, ¿Cuántos usuarios estuvieron activos en el año 2016?

____

____

h) ¿Es correcto decir que la suma anterior corresponde al total de usuarios activos en redes sociales? Argumenta tu respuesta

____

____

____

____

____

La red social estadounidense Facebook cerró 2016 con resultados mejores de lo esperado con un crecimiento sostenido en publicidad y un aumento en la cantidad de usuarios. Según datos recuperados de http://eleconomista.com.mx/mercados-estadisticas/2017/02/02/facebook-triplico-su-beneficio-anual-2016-suma-mas-inversiones

Observa la siguiente gráfica, T1 significa primer trimestre del 2015 y así sucesivamente con los posteriores.

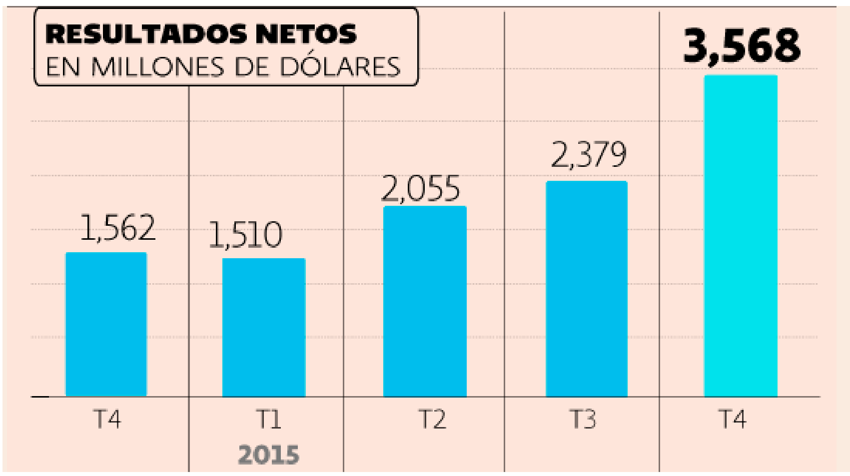


Gráfico EE. Fuente: AFPC datos de Facebook.

i) ¿Cuál fue el porcentaje de aumento del cuarto trimestre en comparación al primer trimestre del 2015?

____

____

j) ¿Qué puedes decir respecto al T4 del 2014 con el T1 del 2015?

____

____

Series y sucesiones

Actividad

Si se tiene un cuadrado cuyos lados miden una unidad y después éste se divide a la mitad y una de esas dos mitades se pinta como se muestra en el Paso 1.

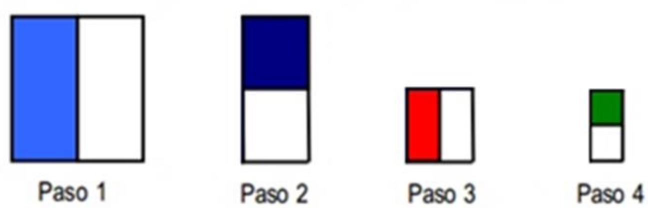
a) ¿Cuál es el área de la superficie pintada en el Paso 1?

____

Después, la mitad en blanco se vuelve a dividir a la mitad y una de estas mitades se vuelve a pintar (como se muestra en el paso 2).

b) ¿Cuál es el área de la superficie pintada en el paso 2?

____



c) ¿Cuánto vale la suma de las áreas pintadas en los pasos 1 y 2?

____

El procedimiento anterior se vuelve a repetir en el paso 3; es decir, la superficie en blanco se divide en dos partes iguales, pintándose una de ellas.

d) ¿Cuál es el área de la superficie que se pinta en el paso 3?

____

e) ¿Cuál es la suma de las áreas pintadas los pasos 1, 2 y 3?

____

f) Observa la imagen que aparece en el paso 4, ¿Cuál es el área de la superficie que se muestra de color blanco?

____

g) Completa la siguiente tabla en la cual denotaremos como $a_n$el área de la superficie sombreada y S_na la suma de las áreas de las superficies pintadas en cada paso.

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 = \frac{1}{2} = 0.5$	$S_1 = \frac{1}{2} = 0.5$
2	$a_2 = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0.25$	$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0.5 + 0.25 = 0.75$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
4	$a_4 =$	$S_4 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$
427	$a_{427} =$	$S_{427} =$

h) Si ahora al cuadrado le cambiamos la medida del lado a 15 unidades, ¿Cuánto vale a_1?

____

i) Con este cambio en la medida de sus lados, completa la siguiente tabla y compárala con la anterior:

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 = 15\left(\frac{15}{2}\right) = 112.5$	$S_1 = 15\left(\frac{15}{2}\right) = 112.5$
2	$a_2 = \left(\frac{15}{2}\right)\left(\frac{15}{2}\right) = \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 56.25$	$S_2 = 15\left(\frac{15}{2}\right) + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 112.5 + 56.25$ $= 168.75$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$

j) Elabora una conjetura sobre las sumas de las áreas que obtuviste en las tablas y exprésala verbalmente:

____

____

____

____

____

k) Encuentra una expresión algebraica para representar el resultado que enunciaste en el inciso j.

____

____

____

____

____

____

l) Ahora, ¿Qué pasará en el caso del rectángulo? Apóyate utilizando el archivo rectángulo.ggb donde se construyen las primeras divisiones de la figura, realiza las particiones que requieras y completa la siguiente tabla.

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 =$	$S_1 =$
2	$a_2 =$	$S_2 =$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
4	$a_4 =$	$S_4 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$
427	$a_{427} =$	$S_{427} =$

m) En el caso del rombo, ¿Se seguirá cumpliendo lo observado con las figuras anteriores? Abre el archivo rombo.ggb y realiza los pasos necesarios para dividir al rombo y contesta la tabla.

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 =$	$S_1 =$
2	$a_2 =$	$S_2 =$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
4	$a_4 =$	$S_4 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$
427	$a_{427} =$	$S_{427} =$

n) Para cualquier cuadrilátero irregular, ¿Se seguirá cumpliendo el mismo comportamiento de los cuadriláteros anteriores? Abre el archivo Cuadrilátero irregular.ggb y ve realizando el procedimiento previo auxiliándote del software para responder a la pregunta formulada.

____

____

____

____

En el transcurso de la actividad has podido observar lo que pasa con las áreas de distintos cuadriláteros al momento de dividirlos, pero, ¿Pasará lo mismo en otras figuras geométricas como los triángulos? Ahora te toca descubrir y verificar si se sigue presentando el mismo comportamiento que se mostró con los cuadriláteros anteriores.

o) Si ahora en vez de que la figura sea un cuadrilátero lo cambiamos por un triángulo equilátero de 3 unidades por cada lado, ¿Cómo harías para calcular las áreas en cada uno de los pasos y cómo calcularías la suma de dichas áreas?

p) ¿Se podrá encontrar un patrón para obtener la suma de sus áreas pintadas? Si tu respuesta es afirmativa, ¿cómo se podría expresar este patrón algebraicamente?

q) Utiliza el archivo "triángulo.ggb" y manipúlalo de tal manera que se modifique el triángulo original y los triángulos posteriores. La manipulación que hiciste con el archivo, ¿corroboró tu respuesta al inciso m) o la modificó? Explica qué fue lo que sucedió.

____

____

____

____

____

____

r) Con el software GeoGebra construye un triángulo rectángulo, obtén sus áreas y las sumas de sus áreas en cada paso y completa la siguiente tabla.

____

____

____

____

____

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 =$	$S_1 =$
2	$a_2 =$	$S_2 =$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
	$\vdots$	$\vdots$
20	$a_{20} =$	$S_{20} =$
53	$a_{53} =$	$S_{53} =$
427	$a_{427} =$	$S_{427} =$

s) Ahora, ¿Qué pasará en el caso del triángulo isósceles no equilátero?, apóyate usando el software GeoGebra y la siguiente tabla.

____

____

____

____

____

Paso n	Área a_n	Suma S_n
1	$a_1 =$	$S_1 =$
2	$a_2 =$	$S_2 =$
3	$a_3 =$	$S_3 =$
	$\vdots$	$\vdots$
49	$a_{49} =$	$S_{49} =$
57	$a_{57} =$	$S_{57} =$

t) Para cualquier triángulo escaleno, ¿Se seguirá cumpliendo el mismo comportamiento que observaste en los triángulos anteriores? Construye uno en GeoGebra y justifica tu respuesta.

____

____

____

____

____

____

u) ¿Qué pasará en el caso de un pentágono regular?, al obtener sus áreas ¿Se comportará de la misma manera que las figuras geométricas anteriores? Construye el pentágono regular en GeoGebra y justifica tus respuestas.

____

____

____

____

____

____

v) Trata de elaborar una conjetura sobre lo observado en la actividad con las áreas de las diferentes figuras geométricas.

____

____

____

____

____

____

5.2. Reflexiones finales

En este apartado se presentan las reflexiones que surgieron a lo largo de la realización de este trabajo. Se han organizado en cuatro secciones, cuyos títulos describen a qué aspectos se están refiriendo.

1. **Sobre mi formación como licenciada en matemáticas y la relación con este trabajo.**

Al empezar con este proyecto de tesis, no se tenía en cuenta el arduo trabajo que implicaría llevar a cabo una propuesta de este estilo; ya que no solamente se trata de plantear problemas y resolverlos, si no que detrás de esta acción gira una gran cantidad de factores que deben ser considerados, mismos que por la formación recibida en la licenciatura en matemáticas jamás lo hubiera imaginado.

Los conocimientos adquiridos en la licenciatura proporcionan las herramientas necesarias para desarrollar e intentar contribuir con una propuesta ante una problemática tan importante como lo es la enseñanza de las matemáticas. Sin lugar a dudas algo que jugó un papel fundamental en la formación como matemática es el cursar los talleres de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, ya que lo aprendido en dichos cursos permitió sensibilizar y a su vez generar una motivación de contribuir de cierta manera a dicha problemática; ya que muestra un panorama que no se visualiza a lo largo de cursar esta licenciatura. En ese sentido con la realización de este trabajo se aporta en cierta medida una alternativa de solución a esta problemática

Además, dentro de la formación matemática, el nivel de profundidad con el que se estudia la disciplina nos pone en condiciones, en primera instancia, de seleccionar y resolver problemas, y después poder comprender y analizar las diferentes respuestas obtenidas. Aspectos que fueron de gran ayuda en la realización de este trabajo.

Es por ello que al momento de reflexionar sobre los aspectos anteriores se plantean situaciones como las siguientes, ¿Por qué los alumnos egresan del bachillerato con dificultades en el área de las matemáticas? ¿Cómo se podría captar el interés de los estudiantes para que aprendan de mejor manera las matemáticas? ¿Cómo podría ayudar a los profesores a motivar a sus estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas?

Cuestionamientos como los anteriores ayudaron a tomar la decisión de elegir la propuesta que se presenta en este trabajo, ya que como licenciada en matemáticas en algún momento se requerirá que se labore como docente en una institución.

También se considera que lo aprendido a lo largo de la elaboración de este trabajo ayudará en un futuro cuando se encuentre en la posición de ser profesora a desarrollar las prácticas y competencias docentes.

Además, con la realización de este proyecto de tesis se cambia y amplía la visión que se tiene sobre el ejercicio profesional como egresada de la licenciatura en matemáticas; ya que como egresada de esta carrera se puede ayudar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de nuestro país, ya sea siendo docente en alguna institución, aportando contribuciones sobre investigaciones en algún campo de las matemáticas, escribiendo libros de textos para alguna escuela, entre otros. Siendo estos últimos aspectos pocos conocidos por los estudiantes que ingresan y egresan de la licenciatura en matemáticas y sin lugar a dudas son importantes considerarlos en nuestras acciones como matemáticos.

2. Sobre las actividades didácticas.

Un aspecto de suma importancia en la planeación y ejecución de este trabajo fue el diseño de las actividades didácticas que conforman la propuesta de tesis, se considera que esta acción resultó difícil ya que tomó bastante tiempo poder concluir las 10 actividades presentadas, desde el hecho de pensar en la elección de las situaciones problema que se abordarían en las actividades, los recursos que se iban a utilizar en el desarrollo de las mismas y lo conveniente que sería incluir algún tipo de tecnología.

Considerando que la tecnología juega un papel muy importante en el desarrollo del conocimiento matemático de los estudiantes, y que hoy en día desde pequeños tienen contacto con ésta, como lo son los celulares, tablets, computadoras, entre otros. Se decidió la pertinencia de incorporarla ya que en la actualidad el uso de estas tecnologías se ha vuelto de gran beneficio en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a lo largo del currículo escolar, donde además de ser un apoyo resulta de gran interés para los estudiantes.

Las actividades didácticas presentadas en este trabajo, tienen la característica de poder ser implementadas de diferentes maneras en el salón de clases, ya sea de forma individual, en parejas o por equipos. Además, están diseñadas de alguna manera que puedan ser flexibles al momento de su implementación, tomando en cuenta los objetivos que los profesores quieran desarrollar.

Algo gratificante en haber realizado este proyecto de tesis es el sondeo que se realizó con profesores, ya que éstos consideraron que las actividades se encuentran al alcance de los estudiantes, inclusive externaron que están pensando en llevar a la práctica algunas de ellas con sus estudiantes. Evidentemente sus aportaciones fueron de gran impacto para la realización de este trabajo.

Dentro de los resultados obtenidos por parte de las respuestas de los estudiantes, fue evidente identificar las principales dificultades y complicaciones que éstos presentaron. Sin embargo, no es posible concluir diciendo que todas estas dificultades se deben a la falta de conocimientos matemáticos por parte de los alumnos, también es importante hacer consideraciones y tomar medidas respecto al diseño de las actividades y el tipo de preguntas que en ellas se realizan. En ese sentido, se logró establecer una versión final de la propuesta.

El haber desarrollado el diseño de cada actividad, cada applet, cada escritura de un capítulo, permitió poder tener una mejor idea sobre las matemáticas, su enseñanza y los grandes beneficios que pueden resultar al trabajar bajo la resolución de problemas.

3. Sobre el objetivo del proyecto de tesis.

Desde el inicio de la realización de este proyecto, principalmente a través de la revisión bibliográfica sobre el contexto en el cual se enmarca nuestro trabajo, fue muy satisfactorio poder darse cuenta de la gran cantidad de cosas que existen detrás de todo esto, conocer lo que la Reforma Educativa establece, los diferentes tipos de competencias, en especial las competencias docentes ya que desconocía su existencia. En ese sentido el interés aumentaba constantemente. De igual manera hacer la revisión en los diferentes programas de las asignaturas de matemáticas del bachillerato permitió contar con un panorama sobre las posibles ideas y contenidos matemáticos que podían formar parte de la propuesta. Es importante mencionar que las actividades diseñadas a pesar de que siguieron una metodología de diseño, fueron inspiradas en los contenidos matemáticos que consideraba que existía mayor dificultad por parte de los estudiantes y a su vez, en las ideas que se iban presentado con apoyo de mi directora de tesis. También se consideraron algunas investigaciones en las cuales se reportaban dificultades por parte de los estudiantes.

Esta propuesta de tesis va dirigida a los profesores de matemáticas del bachillerato, con el fin de promover el desarrollo de sus competencias docentes y a su vez incidir en las de los estudiantes del nivel medio superior; ya que la mayoría de éstos egresan del bachillerato presentando deficiencias significativas en el área de las matemáticas.

El haber logrado diseñar una serie de actividades, en donde a los estudiantes se les presentara la oportunidad de construir y reforzar su propio conocimiento matemático, y que a su vez, tuvieran la oportunidad de poder llevar a cabo una reflexión sobre dicha situación e incluso estar en condiciones de poder establecer una conjetura, son de las cosas gratificantes que permiten en términos generales considerar que la propuesta ha sido efectiva. En dichas actividades los estudiantes lograron reconocer algunas de sus capacidades, cuestionaron sus argumentos, sus justificaciones al proporcionar una respuesta, e incluso tuvieron la oportunidad de establecer sus propias conclusiones respecto a los temas matemáticos en estudio y además apoyarse de la manipulación de algunas herramientas a través de un software de geometría dinámica.

Haciendo énfasis en este último punto, el uso de una tecnología computacional, como lo fue GeoGebra, permitió en un momento dado que los estudiantes pudieran reflexionar sobre aspectos o propiedades de los conceptos matemáticos que sin esta tecnología les sería mucho más complejo poder visualizar. Una de las contribuciones al utilizar este programa fue que los estudiantes al manipular lo applets diseñados tuvieron la oportunidad de interactuar y su vez enfatizar en ciertas propiedades, de tal manera que establecían cierto tipo de argumentaciones y conclusiones.

Con toda la información mostrada a lo largo de este trabajo da indicios de que la propuesta cumple con la mayoría de las características planteadas de manera inicial en el objetivo del proyecto, promoviendo que los docentes desarrollen la competencia "planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios".

4. Sobre las limitaciones y posibles trabajos derivados de este proyecto.

Algunas de las cosas que resultaron más complicadas fue el hecho de estar acostumbrada a que los problemas se deben de resolver a través de métodos rigurosos, aspecto que fue modificado con la intención de concebir una integración de conocimientos e ideas sobre cómo poder resolver un problema desde distintas perspectivas.

Una de las limitaciones en este trabajo fue el tiempo, ya que no fue posible al inicio llevar a cabo la puesta en escena las 10 actividades ni tampoco la versión final de la propuesta. Sin embargo, esto podría utilizarse como fuente para otros trabajos de diseño o de investigación, llevándolas a escena con los estudiantes e inclusive con los profesores y observar que se deriva de ellas.

Pensando en dónde se podrían incluir algunas de las actividades o que otros trabajos podrían derivarse a partir de esta propuesta, se considera que éstas podrían ser retomadas e incorporadas en un determinado momento como una secuencia didáctica. Tomando en cuenta que las secuencias presentan una estructura de inicio, desarrollo y cierre, se consideran que las actividades aquí presentadas podrían jugar un papel importante en alguna de esas secciones.

Referencias bibliográficas

Blanco, J. (2000). *Un siglo para pensar*. México. Universidad de Colima

Brizuela, B. (2004), *Mathematical development in young children: Exploring notations*. New York: Teachers College Press, 24(2), Pp. 33-40.

De Pablos, J. (1998). *Nuevas Tecnologías, Comunicación audiovisual y Educación*. Barcelona: Cedecs.

De Pablos, J. y Colás, P. (2003). *La formación del profesorado basada en redes de aprendizaje virtual: aplicación de la técnica DAFO*. En Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la sociedad de la información, Vol 5. Consultado el 8 de Enero de 2017 en: http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_05/n5_art_colas_pablos.htm

DGB (2013). *Matemáticas I. Programas de Estudio.* México.

DGB (2013). *Matemáticas I. Cuadernos de actividades de aprendizaje.* México. Recuperado en: http://www.dgb.sep.gob.mx/servicios-educativos/telebachillerato/CUADERNOS/Cuadernos_PRIMERO/MATE%20I_opt.pdf

DGB (2013). *Matemáticas II. Programas de Estudio.* México.

DGB (2013). *Matemáticas III. Programas de Estudio.* México.

DGB (2013). *Matemáticas IV. Programas de Estudio.* México.

Dunham, P. y Dick, T. (1994). *Research on Graphing Calculators. The Mathematics Teacher*. Vol. 87 (6), 40-445. Reston,VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Eurydice (2004). *Cifras Clave de las tecnologías de la información y la comunicación en los centros escolares de Europa*. Eurydice (The information in network on education in Europe). Consultado el 8 de Enero de 2017, en: http://www.eurydice.org/

Gaxiola, C. (2016). *Sugerencias para la enseñanza de sumas y sucesiones de números en el bachillerato.*

González, V. (2005). *Tecnología digital: reflexiones pedagógicas y socioculturales*. En Revista electrónica: Actualidades Investigativas en Educación. Volumen 5. Número 1. Año 2005. Pp.1-24. Universidad de Costa Rica. Instituto de Investigación en Educación.

Ibarra, S. (2014). *Acciones de formación de profesores de matemáticas. Algunas experiencias de diseño e implementación.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Número 27. Pp.1825-1833.

Ibarra, S., Grijalva, A. & Rodríguez, M. (2015). *Taller para el diseño de actividades didácticas en matemáticas: un medio para conocer concepciones y creencias de profesores de secundaria mexicanos.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Número 28. Pp. 1494-1502

INEGI (2016). *Estadísticas a propósito del día internacional de la juventud (15-29 años) 12 de agosto.* Recuperado el 13 de Enero de 2017 en: http://www.inegi.org.mx/saladeprensa/aproposito/2016/juventud2016_0.pdf

INEE (2014). *Panorama Educativo de México 2013. Indicadores del Sistema Educativo Nacional. Educación Básica y Media Superior*. México: INEE.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). *Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving.* In C. Janvier (Ed.), Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Pp. 33-40.

Llanes, A. (2016). *Conocimiento didáctico-matemático de profesores de bachillerato en el contexto de la Reforma Integral de la Educación Media Superior.*

Margot, M. (2008). *Diferentes representaciones en matemática: una entrevista.* VI Festival Internacional de Matemática, Colegio Bilingüe San Agustín, Palmares, Costa Rica. Disponible en: http://www.cientec.or.cr/matematica/2010/ponenciasVI-VII/Margot-2.pdf

Mena, R. (2005). *Un estudio sobre la enseñanza del álgebra.*

Orey, D. (2005). *Mathematics as a Universal Language or Mathematics as a Collection of Dialects?* Disponible en: http://www.csus.edu/indiv/o/oreyd/ACP.htm_files/Alg.html

Polya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas. Recuperado el 11 de Octubre de 2016 en: https://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwi2mOCi-9jRAhUQ52MKHW6tC0cQFggfMAE&url=http%3A%2F%2Ftics-utslrc.jimdo.com%2Fapp%2Fdownload%2F6238608277%2FRESOLUCION%2BDE%

2BPROBLEMAS.pdf%3Ft%3D1352223392&usg=AFQjCNEBKOPJ6trLk6GwpbQ-DtiJVnT7lA&bvm=bv.144686652,d.amc

Santos, L. & Sepúlveda, A. (2006). *Desarrollo de episodios de comprensión matemática. Estudiantes de bachillerato en procesos de resolución de problemas.* Recuperado el 23 de Enero de 2017 en: http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/desarrollo.pdf

SEMS (2008). Reforma Integral de la Educación Media Superior en México: La Creación de un Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad. México

SEP, ACUERDO Núm. 444 (2008). Establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato.

SEP, ACUERDO Núm. 447 (2008). Establecen las competencias docentes para quienes impartan educación media superior en la modalidad escolarizada.

SEP, ACUERDO Núm. 592 (2011). Establece la Articulación de la Educación Básica.